

MBA辅导

复旦名师精讲系列

备战MBA/MPA/MPAcc管理类专业学位全国联考

名师教案

(数学分册)

陈开明 颜冬 主编

MBA/MPAcc 等管理类专业学位全国联考辅导复旦名师精讲系列丛书

名师教案

(数学分册)

陈开明 颜冬 主编

出版社

内 容 提 要

管理类专业学位联考(MBA、MPA、MPAcc)综合课目中的数学基础由算术、代数、几何、数据分析4部分组成,主要考察考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力,通过问题求解(15题)和条件充分性判断(10题)两种题型测试。

管理类联考中的数学与以往遇到过的任何数学考试相比,有如下显著差别:首先,条件充分性题型是考生在以往的考试(中、高考、专业研究生考试等)中都没有遇到过的,该题型是从国外的GMAT考试中复制过来的,是一种全新的带有逻辑推理的数学试题;其次,综合能力卷三部分在一张试卷中,要在3小时内完成25道数学题、20道逻辑题、2篇作文的写作,可见对考生的解题准确度和速度同时提出了较高的要求。数学内容不但要会做,在保证做对的前提下要做得快!所以在这一年的备考过程中,数学要考高分,必须重视基本知识点的熟悉、基本题型及其解法的总结以及实用解题技巧的培养这3个方面。

本书将复习的起点放低,高度拔高,结合编者多年的教学经验,配备了最基本的、最典型的例题与习题,且例题均给出详解,对部分典型的例题与习题还给出多种解法。既突出各个知识点的自然衔接,又强调考试大纲内各个知识点的紧密联系。同时也配备了一些略高于MBA考试的题目以及较灵活的解法,适用各层次学员使用。使得书中内容足够应付备考的需要。通过本书的复习,考生可以快速了解到MBA数学所要考的基本知识点和题型,快速掌握MBA数学考试的广度和深度,从而做到复习时目标明确,心中有数,能在较短的时间内快速提高MBA数学应试能力。

这本数学分册教材凝聚了编者二十余年数学辅导的心血。在出版前又进行了精心的编辑与完善,最终成稿。该书具有如下特点:

- (1) 结合最新的考纲编写,对每个知识点全面分类归纳,不遗漏任何考点;
- (2) 大量自创例题和习题,且都有详细解答,使得复习更有针对性和有效性;
- (3) 内容起点放低,高度拔高,适合各阶段备考考生。

序

FOREWORD

选择一本好的辅导教材,对于平时忙于工作的管理类学位考生来说至关重要。由于考生们是一边工作一边备考,一本好的辅导教材不仅要紧扣考纲、内容精细,最好还能重点突出、归类全面,这样更便于考生自学。

这套 MBA 等管理类专业学位全国联考辅导复旦名师精讲系列教材便是追求上述目标的成功之作,原是复旦大学管理学院、复旦求是进修学院等多家机构 MBA 考前辅导机构的内部讲义,且每年不断改版更新。各位编者都是在复旦大学、华东师范大学从事一线教学的专业教师,有着十年甚至数十年的管理类联考辅导授课经验,在历年考生中有着极好的口碑。本教材在正式出版前,编者又进行了精心修订,增加了最新联考真题,内容也做了必要更新。确保各位读者学习后,全面领会基础知识、核心内容及重要考点,并且应试能力也得到大大提高。

需要提醒广大考生的是,在职备考名校管理类硕士是一个艰辛的过程,不仅需要名师的讲义,还要有坚强的意志和永不言弃的精神。历年成功的考生都有一个共同的经验,那就是,用书专一,持之以恒。大家的感受是,复旦名师的教材反复学习 2~3 遍,通过国内任何名校的管理类硕士联考,都不会有任何问题。

与本套丛书配套的有复旦求是进修学院的管理类联考网络课程,有需要的读者可以联系复旦大学出版社。

本教材是第一次正式出版,读者群从过去的长三角地区扩展到全国,欢迎各地读者提出宝贵意见或建议,以便我们以后改版时做得更好!

编者

2014 年 5 月

作者简介

陈开明

复旦大学知名教授,优秀教师。主编多部大学教材,多次荣获上海市精品课程奖。自1991年开始从事复旦大学 MBA 的数学考纲制定、自主命题及备考辅导工作。1996 年 MBA 全国联考以来,先后在复旦求是、新起点、泰祺、太奇等多家考前辅导机构主讲数学课程,平均每年培训考生逾千人。在 MBA 考生中有着极高的评价,深受同学喜欢和爱戴。

颜冬

复旦求是 MBA 独家授课教师,师从复旦大学陈开明教授,长时间工作在 MBA 数学辅导一线,对 MBA 数学研究透彻,善于归纳总结,注重数学基础知识与解题技巧的共同培养,上课富有激情,善于和学员沟通交流,能从多方面激励学员各科的学习,深受学员好评。



前言

PREFACT

管理类专业学位联考(MBA、MPA、MPAcc)综合中的数学基础由算术、代数、几何、数据分析四部分组成,主要考察考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力,通过问题求解(15题)和条件充分性判断(10题)两种题型测试。

管理类联考中的数学与我们以往遇到过的任何数学考试,都有如下显著差别:首先,条件充分性题型是考生在以往的考试(中考、高考、专业研究生考试等)中都没有遇到过的,该题型是从国外的GMAT考试中复制过来的,是一种全新的带有逻辑推理的数学试题。其次,综合能力卷三部分在一张试卷中,要在3小时内完成25道数学题、20道逻辑题、2篇作文的写作,对考生的解题准度和速度同时提出了较高的要求。数学内容不但要会做,而且要在保证做对的前提下做得快!所以在这一年的备考过程中,必须重视:基本知识点的熟悉、基本题型及其解法的总结以及实用解题技巧的培养。

这本凝聚了作者二十余年数学辅导心血的经验之作应运而生。本书根据全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考(MBA/MPA/MPAcc)综合能力考试最新大纲的要求,结合作者多年教学实际和教学经验,配备了最基本的、最典型的例题且均给出详解,对部分典型的例题还给出多种解法。此外还列举大量自创例题和习题,外加历年真题,全方位展示MBA数学基本知识点和题型,充分重视分析联考知识点与真题核心,将普通数学解法与实际联考解题技巧融汇于教学,让此书的使用者达到数学理论与联考实际解题的融会贯通,快速掌握MBA数学考试的广度和深度,从而到复习时做目标明确,心中有数,能在较短的时间内快速提高数学应试能力,从容对待管理类联考!

本书有如下特点:

(1)结合最新的考纲编写,对每个知识点全面分类归纳,不遗漏任何考点:本书之所以区别于市场其他同类辅导教材,最显著的地方是作为一本名师的教案集,内容罗列非常全面,且每个知识点均配备了最基本的、最典型的例题与习题,且例题均给出详解,对部分典型的例题与习题还给出多种解法。而且最重要的



是,这些题目大都是作者精心自编、自创的,仅仅将历年真题作为知识点的佐证。此外,这本名师教案集也配备了一些难度略高于 MBA 考试的题目以及较灵活的解法,适用各层次学员使用,使得书中内容足够应付备考的需要。所以,这本教案完全适用于准备管理类联考的学员,同时也非常适用于准备此类辅导的专业教师。

(2)大量自创例题和习题,且都有详细解答,使得复习更有针对性和有效性:这本名师教案,是作者长达二十多年的管理类联考辅导教学生涯的经验总结,在罗列联考数学基本知识点的基础上,针对每个知识点均配上自主、自创的例题和习题,同时加上了详细的例题讲解。结合多年的教学和应试指导经验,既突出各个知识点的自然衔接,又强调考试大纲内各个知识点的紧密联系。通过本书的复习,考生可以快速了解到管理类数学考纲所包含的基本知识点和题型,快速掌握数学试题的广度和深度,从而做到复习时目标明确,心中有数,能在较短的时间内快速提高数学应试能力。

(3)内容起点放低,适度拔高,适合各阶段备考考生:针对现在管理类联考数学考纲的变化和考生人群的变化,这本名师教案的基本知识点题型,足够用于广大考 MBA 的考生。如果考生能把握本书中的基本考点、题型与题型方法的总结,再结合练习题进行适当演练,足够应付 MBA 的管理类联考;另外本书还配比了一些略高于 MBA 考试难度的题目,此部分是针对到某些分数线较高的专业(如 MPAcc)的考生。对于这些题目,考生不能仅仅吃透题目的数学原理,还应该注重解题技巧的培养。本书很好的结合了这两部分考生的需求,做到了数学原理和解题技巧的融会贯通,适合于各阶段备考考生。

最后,感谢出版社的各位编辑,正是你们精益求精、追求完善的工作态度,才使得这本书提前与读者会面!



目录

CONTENTS

说明 1

考试大纲及考试题型 / 1

- 一、考试科目 / 1
- 二、2013 年度的数学考试大纲 / 1
- 三、数学试题的两种题型 / 2
- 四、问题求解题举例 / 2
- 五、条件充分性判断举例 / 5

第一章 实数及其运算 10

第一节 实数 / 10

- 一、整数、有理数、无理数 / 10
- 二、简单的不等式求解 / 21

第二节 绝对值与平均值 / 30

- 一、绝对值 / 30
- 二、算术平均值与几何平均值 / 38
- 三、方差与标准差 / 45
- 四、频率分布直方图 / 47

第三节 比和比例 / 48

第二章 整式与分式 65

第一节 整式 / 65

- 一、展开与分解 / 65
- 二、多项式的除法 / 70

第二节 分式 / 75



第三章 方程与不等式 86

- 第一节 方程的概念 / 86
- 第二节 一元二次方程 / 89
- 第三节 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图形与应用 / 96
- 第四节 一元二次不等式 / 101
- 第五节 方程的应用题 / 108
 - 一、简单应用题 / 108
 - 二、匀速直线运动的应用题 / 118

第四章 数列 131

- 第一节 数列的概念 / 131
- 第二节 等差数列 / 134
- 第三节 等比数列 / 143

第五章 组合计算与概率 155

- 第一节 组合计算 / 155
 - 一、基本原理 / 155
 - 二、排列(无重复的排列及允许重复的排列) / 158
 - 三、组合 / 161
 - 四、组合计算杂例 / 163
- 第二节 概率 / 174
 - 一、随机事件及其运算 / 174
 - 二、概率的计算 / 177

第六章 几何 203

- 第一节 平面几何 / 203
 - 一、直线与角 / 203
 - 二、三角形 / 204
 - 三、四边形与圆 / 209
- 第二节 平面解析几何 / 222
 - 一、距离公式及定比分点公式 / 222
 - 二、直线方程 / 228
 - 三、圆的方程 / 238
- 第三节 常见的立体图形 / 247
 - 一、长方体 / 247
 - 二、圆柱体 / 249
 - 三、球体 / 250



说 明

考试大纲及考试题型

一、考试科目

工商管理硕士(Master of Business Administration, MBA)入学考试,是全国统一的选拔性考试,在教育部授权的MBA培养院校的范围内联考,每年年初举行的称MBA联考,每年秋季举行的称GRK考试。

考试的科目包括综合能力和英语。综合能力考试的目的是测试考生运用数学基础知识分析和解决实际问题的能力、逻辑思维能力和汉语理解及书面表达能力。综合能力试题满分为200分,考试时间为3小时;英语试题满分为100分,考试时间也为3小时。在综合能力试题中,数学题满分为75分。

从2010年起,MBA、MPA、MPAcc入学考试使用同样的综合能力考试试卷和英语考试试卷。

二、2013年度的数学考试大纲

管理类专业学位联考综合能力考试中,数学基础部分主要考查考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力,通过问题求解和条件充分性判断两种形式测试。

试题涉及的数学知识范围有算术、代数、几何和数据分析。

算术部分包括整数及其运算(整除、公倍数、公约数、奇数、偶数、质数、合数)、分数、小数、百分数、比与比例、数轴与绝对值。代数部分包括整数及其运算、整式的因式与因式分解、分式及其运算、函数(集合、一元二次函数及其图像、指数函数、对数函数)、代数方程(一元一次方程、一元二次方程、二元一次方程组)、不等式(不等式的性质、均值不等式、简单绝对值不等式、简单分式不等式、不等式求解、一元一次不等式(组)、一元二次不等式)、数列(等差数列、等比数列)。几何部分包括平面图形(三角形、矩形、平行四边形、梯形、圆与扇形)、平面解析几何(平面直角坐标系、直线方程与圆的方程、两点间距离公式与点到



直线的距离公式)、空间几何体(长方体、圆柱体、球体)。数据分析部分包括计数原理(加法原理、乘法原理、排列与排列数、组合与组合数)、数据描述(平均值、方差与标准差、数据的图标表示)、概率(事件及其简单运算、加法公式、乘法公式、古典概型、贝努里概型)。

三、数学试题的两种题型

在综合能力试题中,第一大题“问题求解”(含 15 个小题)及第二大题“条件充分性判断”(含 10 个小题)为数学试题,每小题 3 分,共 75 分。

问题求解的测试形式为单项选择题,要求考生从给定选项 A、B、C、D、E 中按题目要求选出一项作为解答(选项中只有一项符合题目要求)。

条件充分性判断的测试形式也是单项选择题,每个小题有一段题干叙述(含假设与结论或只含结论)及两个条件:条件(1)和条件(2),要求判断所给出的条件是否充分支持题干中陈述的结论,并按以下规则在 A、B、C、D、E 中择一作为解答。

- A. 条件(1)充分,但条件(2)不充分。
- B. 条件(2)充分,但条件(1)不充分。
- C. 条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和(2)联合起来充分。
- D. 条件(1)充分,条件(2)也充分。
- E. 条件(1)和(2)单独都不充分,且条件(1)和(2)联合起来也不充分。

由上可见,问题求解是做必要性判断,条件充分性判断题是做充分性判断。两种试题类型是以简单的数学基础知识为平台做逻辑判断。

四、问题求解题举例

【例 1(2007)】 甲、乙、丙 3 人进行百米赛跑(假定他们的速度不变),已知甲到达终点时,乙距终点还差 10 米,丙距终点还差 16 米,那么当乙到达终点时,丙距终点还有()。

- A. $\frac{22}{3}$ 米
- B. $\frac{20}{3}$ 米
- C. $\frac{15}{3}$ 米
- D. $\frac{10}{3}$ 米
- E. 以上都不对

【解】 首先选未知量,设乙到达终点时丙还距终点 x 米。其次列出 x 满足的方程。起跑后在甲到达终点的时刻与乙到达终点的时刻,乙、丙两人两次已跑出的路程之比相等,于是

$$90 : 84 = 100 : (100 - x) \Rightarrow 90(100 - x) = 8400 \Rightarrow x = \frac{20}{3}。$$

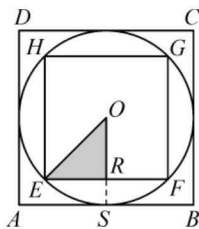
【答】 B

【例 2(2007 在职)】 已知一圆的外切正方形 $ABCD$ 的面积等于 1,则这个圆的内接

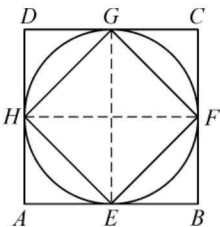


正方形 EFGH 的面积为()。

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E. $\frac{1}{4}$



【解一】 试题原图中已将两正方形画成对应边平行。过圆心 O 作到两正方形的 EF 边与 AB 边的垂线 OR 和 OS , 则两正方形面积之比等于 ER^2 与 OE^2 之比。 $\triangle ORE$ 是等腰直角三角形, 所以 $\frac{ER^2}{OE^2} = \frac{1^2}{(\sqrt{2})^2}$, 因而 $S_{EFGH} = \frac{ER^2}{OE^2} \cdot S_{ABCD} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \times 1 = \frac{1}{2}$ 。



【解二】 如果把圆内接正方形的 4 个顶点 E, F, G, H 取为外切正方形与圆的切点, 从圆中直接知道 $S_{EFGH} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2}$ 。

【答】 B

【例 3】 方程 $2|x| - |2x+1| = 1$ 的解为()。

- A. $x \geq 0$ B. $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ C. $x \leq -\frac{1}{4}$
 D. $x \leq -\frac{1}{4}$ 或 $1 \leq x \leq 2$ E. $x \leq -\frac{1}{2}$

【解一(排除法)】 当 $x > 0$ 时题干显然不成立, 因而可排除 A、B 和 D, 进一步要从选项 C 和 E 中选出一个, 只要试 $x = -\frac{1}{4}$, 因这时题干结论 $2|x| - |2x+1| \neq 1$ 成立, 答案无疑为 E。

【解二(推导法)】 方程即 $2|x| - |2x+1| = |2x - (2x+1)|$, 对照 $|A| - |B| = |A-B|$ 的充要条件是 $AB \geq 0$ 且 $|A| \geq |B|$, 所以

$$\begin{cases} 2x(2x+1) \geq 0 \\ |2x| \geq |2x+1| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq 0 \\ 2x \geq 2x+1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2x+1 \leq 0 \\ -2x \geq -(2x+1) \end{cases} \Rightarrow x \leq -\frac{1}{2}.$$

【答】 E

【例 4(2008)】 将价值 200 元的甲原料与价值 480 元的乙原料配制成一种新原料, 保持总价值不变。若新原料每千克的售价分别比甲、乙原料每千克售价少 3 元和多 1 元, 则新原料的售价是每千克()。

- A. 15 元 B. 16 元 C. 17 元 D. 18 元 E. 19 元

【解】 这是方程应用题, 未知量选新原料每千克的售价为 x 元。这样, 甲原料、乙原料和新原料的价值分别为 200 元, 480 元和 680 元, 单价分别为每千克 $x+3$ 元、 $x-1$ 元和 x 元, 于是方程利用“甲、乙原料的总重量=新原料的重量”列出:

$$\frac{200}{x+3} + \frac{480}{x-1} = \frac{680}{x}, \text{ 即 } \frac{5}{x+3} + \frac{12}{x-1} = \frac{17}{x}.$$



将选项中的 x 值代入, 易知方程的解为 $x = 17$ 。

【答】 C

【例 5(2005 在职)】 一列火车通过 1 600 米的隧道用了 25 秒, 通过一根电线杆用了 5 秒, 则该列火车的长度为()。

- A. 200 米 B. 300 米 C. 400 米 D. 450 米 E. 500 米

【解】 设这列火车长 x 米, 利用火车的两次“通过”中车速不变, 所以两次“通过”的“路程之比等于时间之比”:

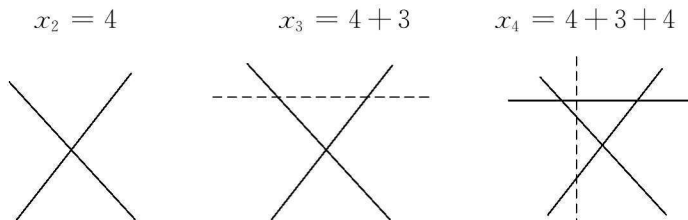
$$(1\ 600 + x) : x = 25 : 5 \Rightarrow 1\ 600 + x = 5x \Rightarrow x = 400。$$

【答】 C

【例 6(2003)】 若平面内有 10 条直线, 其中任何两条不平行, 且任何 3 条不共点, 则这 10 条直线将平面分成了()。

- A. 21 部分 B. 32 部分 C. 43 部分 D. 56 部分 E. 77 部分

【解】 采用试验归纳方法。记平面上 n 条如此直线将平面分为 x_n 部分:



所求为 $x_{10} = 4 + (3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) = 56$ 。

【答】 D

【例 7(2007)】 一个人的血型为 O、A、B、AB 型的概率分别为 0.46、0.40、0.11、0.03。现任选 5 人, 则至多有一个人的血型为 O 型的概率约为()。

- A. 0.045 B. 0.196 C. 0.206 D. 0.241 E. 0.461

【解】 对 5 人中每个人而言

$$P(\text{某人的血型为 O 型}) = p = 0.46, P(\text{某人的血型非 O 型}) = 1 - p = 0.54。$$

事件{至多有一个人的血型为 O 型}发生, 必是{5 人的血型全非 O 型}或{5 人中恰有 1 人血型为 O 型}发生, 所以

$$\text{所求概率} = (1 - p)^5 + 5p(1 - p)^4 = 0.54^5 + 5 \times 0.46 \times 0.54^4 \approx 0.241。$$

【答】 D

【例 8】 对患有某种疾病的 300 名患者作疾病症状的调查, 每个患者在症状 A、B、C 中至少出现一种。现调查出具有症状 A、B、C 的患者分别有 105 人、135 人、120 人; 恰好出现两种症状的有 30 人。试利用示意图, 求 3 种症状全有的有()。

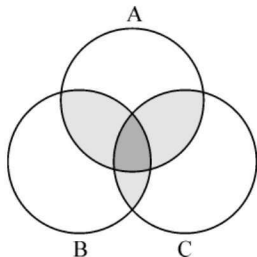


- A. 9人 B. 10人 C. 11人 D. 12人

E. 以上全不对

【解】 把A、B、C用3个圆表示,圆内站着具有相应特性的患者人数。记只有1种症状的患者有 x 人,3种症状全有的患者有 y 人,则未知量 x 和 y 满足的两个方程源于

$$\begin{aligned} & A \text{ 症状人数} + B \text{ 症状人数} + C \text{ 症状人数} \\ &= \text{只出现 1 种症状的人数 } x + \text{恰出现 2 种症状的人数的 2 倍} \\ & \quad + \text{3 种症状都出现的人数 } y \text{ 的 3 倍。} \end{aligned}$$



恰出现 1 种、2 种、3 种症状的人数为 300。

$$\begin{cases} 105 + 135 + 120 = x + 2 \times 30 + 3y \\ x + 30 + y = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 3y = 300 \\ x + y = 270 \end{cases} \Rightarrow y = 15。$$

【答】 E

五、条件充分性判断举例

把条件充分性记“√”,条件不充分记“×”,则条件充分性判断题的解答由下表简明示出:

A	(1)√、(2)×	D	(1)√、(2)√
B	(1)×、(2)√	E	(1)×、(2)×、(1)+(2)×
C	(1)×、(2)×、(1)+(2)√		

【例 9(2008)】 设 a 、 b 、 c 为实数,则 $\frac{b+c}{|a|} + \frac{c+a}{|b|} + \frac{a+b}{|c|} = 1$ 。

(1) $a+b+c=0$

(2) $abc > 0$

【解】 条件(1)不保证 a 、 b 、 c 都非零,仅这一点,题干结论就单独不成立。

条件(2)单独也不充分,反例,如 $a=b=c=1$,满足条件(2),不满足题干结论。两条件联合,条件(2)表明 a 、 b 、 c 全正或两负一正,结合条件(1),则 a 、 b 、 c 只能是两负一正,于是

$$\frac{b+c}{|a|} + \frac{c+a}{|b|} + \frac{a+b}{|c|} = -\frac{a}{|a|} - \frac{b}{|b|} - \frac{c}{|c|}, a、b、c \text{ 两负一正。}$$

因为 $u > 0$ 时 $\frac{u}{|u|} = 1$, $u < 0$ 时 $\frac{u}{|u|} = -1$ 所以 $\frac{a}{|a|}$, $\frac{b}{|b|}$, $\frac{c}{|c|}$ 中有两个为 -1 ,一个为 1 ,因而 $\frac{b+c}{|a|} + \frac{c+a}{|b|} + \frac{a+b}{|c|} = 1$ 。两条件联合充分。

【答】 C

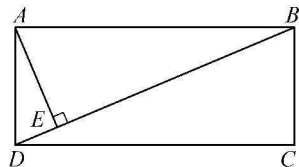


【例 10】 图中 $ABCD$ 是长方形, $AE \perp BD$, 已知 $\triangle AED$ 的面积等于 4, 则长方形 $ABCD$ 的面积为 40.

(1) $DE = 2$

(2) $EB = 8$

【解】 因为 $S_{\triangle AED} = \frac{1}{2}DE \cdot AE$, 所以在条件(1)下 $AE = S_{\triangle AED} = 4$. 一个错误的做法是立即将条件(1)与条件(2)联合, 得到



$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = BD \cdot AE = (DE + EB)AE = (2 + 8) \times 4 = 40,$$

并因此写上解答 C, 每个条件单独都不充分但两条件联合起来充分. 实际上本例中由条件(1)能导出条件(2):

从 $DE = 2$ 出发, 由 $4 = \frac{1}{2}DE \cdot AE$, $AE^2 = DE \cdot EB$, 能导出 $EB = 8$.

由条件(2)也能导出条件(1):

从 $EB = 8$ 出发, 由 $4 = \frac{1}{2}DE \cdot AE$, $AE^2 = DE \cdot EB$ 能导出 $DE = 2$, 所以条件(1)

和条件(2)单独都充分.

【答】 D

【例 11(2007 在职)】 一杯酒的容积为 $\frac{1}{8}$ 升.

(1) 瓶中有 $\frac{3}{4}$ 升酒, 再倒入一满杯酒可使瓶中的酒增至 $\frac{7}{8}$ 升.

(2) 瓶中有 $\frac{3}{4}$ 升酒, 再从瓶中倒出 2 满杯酒可使瓶中的酒减至 $\frac{1}{2}$ 升.

【解】 设一满杯酒为 x 升.

条件(1) $\Rightarrow \frac{3}{4} + x = \frac{7}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$, 充分.

条件(2) $\Rightarrow \frac{3}{4} - 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$, 充分.

【答】 D

【例 12(2011)】 某年级共有 8 个班, 一次年级考试中共有 21 名学生不及格, 每班不及格的学生最多 3 名, 则(一)班至少有 1 名学生不及格.

(1) (二)班不及格人数多于(三)班

(2) (四)班不及格的学生有 2 名

【解】 每个条件下, (二)~(八)这 7 个班的不及格学生数少于 21 个, 所以(一)班都至少有 1 名学生不及格.

【答】 D

【例 13】 $|x - 2| - |2x + 1| > 1$.



$$(1) x < -\frac{1}{2} \qquad (2) -\frac{1}{x} > 2$$

【解】 条件(1)不充分,如 $x = -3$ 时, $|x-2| - |2x+1| = 0 < 1$ 。

条件(2)下必 $x < 0$, 在 $-\frac{1}{x} > 2$ 两端乘 x 又得 $-1 < 2x$, 所以

$$|x-2| = 2-x, \quad |2x+1| = -(2x+1),$$

于是

$$|x-2| - |2x+1| = (2-x) - (2x+1) = 1-3x > 1。$$

【答】 B

【例 14】 $x \geq -1$ 。

$$(1) ||x-1|-x| \leq 1 \qquad (2) 2x^2+x+3 > 0$$

【解】 条件(1) $\Leftrightarrow x-1 \leq |x-1| \leq x+1 \Leftrightarrow |x-1| \leq x+1 \Rightarrow x+1 \geq 0$ 。

条件(2) $\Rightarrow \left(\sqrt{2}x + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{23}{8} > 0 \Rightarrow -\infty < x < +\infty$, 不充分。

【答】 A

【例 15】 二位正整数 a 只有 5 个。

$$(1) \text{ 二位正整数 } a \text{ 被 } 3 \text{ 除余 } 2 \qquad (2) \text{ 二位正整数 } a \text{ 被 } 5 \text{ 除余 } 1$$

【解】 条件(1)单独不充分,如 $a = 11, 14, 17 \dots$

条件(2)单独也不充分,如 $a = 11, 16, 21 \dots$

$$\text{两条件联合} \Rightarrow \begin{cases} a = 5m+1 = 3m+(2m+1) \\ 2m+1 = 3n+2 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{2}(3n+1), n \text{ 为奇数} \Rightarrow a =$$

$$\frac{5}{2}(3n+1)+1, n \text{ 为奇数} \Rightarrow \text{二位数的 } a \text{ 共有 } 6 \text{ 个}$$

对应 $n = 1, 3, 5, \dots, 11$ 得 $a = 11, 26, 41, \dots, 86$, 联合也不充分。

【答】 E

【例 16(2008)】 本学期,某校学生或付全额学费,或付半额学费,则全额学费总额占全校学生所付学费总额的比率为 $\frac{1}{3}$ 。

(1) 该校 20% 的学生付全额学费

(2) 该校学生共付 9 120 元学费

【解】 条件(1) \Rightarrow 20% 的学生付全额学费, 80% 的学生付半额学费

$$\Rightarrow \text{全额学费总金额} : \text{半额学费总金额} = 20\% : \frac{1}{2} \times 80\% = 1 : 2$$

$$\Rightarrow \text{全额学费总金额占全校学费总金额的} \frac{1}{3}, \text{充分。}$$

条件(2)只给出学生所付学费的总额,没有给出学生的总人数,未必全额学费的总金



额占全校学费总金额的 $\frac{1}{3}$,不充分。

【答】 A



习题

1. 设不等式 $(a-b)x+a>0$ 的解集为 $x<\frac{2}{3}$, 则 $(a+b)x+b>0$ 的解集为 ()。

A. $x>\frac{5}{7}$

B. $x<\frac{5}{7}$

C. $x>-\frac{5}{7}$

D. $x<-\frac{5}{7}$

E. $-\frac{5}{7}<x<\frac{5}{7}$

2. 方程 $|2x-y|+|x|=2$ 的整数解 (x, y) 共有 ()。

A. 2对

B. 4对

C. 6对

D. 8对

E. 10对

3. $\frac{a+b-c}{c} < \frac{b+c-a}{a} < \frac{c+a-b}{b}$ 。

(1) $0 < c < a < b$

(2) $0 < a < b < c$

4. (2011 在职) 如图所示, 小正方形的 $\frac{3}{4}$ 被阴影所覆盖, 大正方形的

$\frac{6}{7}$ 被阴影所覆盖, 则小、大正方形阴影部分面积之比为 ()。

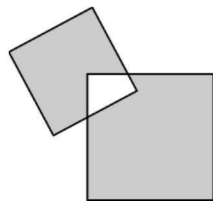
A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{6}{7}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{7}$

E. $\frac{1}{2}$



5. $|a-b| > |a-c| - |b-c|$ 。

(1) $(a-c)(b-c) > 0$

(2) $(a-c)(b-c) < 0$

6. (2011) 若实数 a, b, c , 满足 $|a-3| + \sqrt{3b+5} + (5c-4)^2 = 0$, 则 $abc = ()$ 。

A. -4

B. $-\frac{5}{3}$

C. $-\frac{4}{3}$

D. $\frac{4}{5}$

E. 3

7. (2010) 某公司员工中, 具有三种等级证书的分别是 130 人、110 人、90 人, 只有一种证书的是 140 人, 三证齐全是 30 人, 则恰有双证的人数是 () 人。

A. 45

B. 50

C. 52

D. 65

E. 100

8. (2010) 如图, 长方形 $ABCD$ 的两条边长分别为 8 m 和 6 m, 四边形 $OEFG$ 的面积是 4 m^2 , 则阴影部分的面积为 () m^2 。

A. 32

B. 28

C. 24

D. 20

E. 16

