

江 成 著

腔光力学系统中的 量子光学效应及应用

清华大学出版社

腔光力学系统中的 量子光学效应及应用

江 成 著



清华大学出版社

北京

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

腔光力学系统中的量子光学效应及应用/江成著. —北京:清华大学出版社,2019
ISBN 978-7-302-53622-2

I. ①腔… II. ①江… III. ①量子光学—光学效应—研究 IV. ①O431.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 173905 号

责任编辑:鲁永芳

封面设计:常雪影

责任校对:赵丽敏

责任印制:宋 林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市吉祥印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:170mm×240mm 印 张:12.25 字 数:187 千字

版 次:2019 年 12 月第 1 版 印 次:2019 年 12 月第 1 次印刷

定 价:79.00 元

产品编号:084839-01

前 言

腔光力学是最近十多年来进展十分迅速的一个热门研究领域,主要研究光学微腔或者微波腔与微纳米机械振子通过辐射压力耦合形成的相互作用。早在 20 世纪 60 年代,布拉金斯基(Braginsky)等就研究了辐射压力对机械振子的动态影响。最近的实验和理论进展表明,该领域不但为研究宏观机械物体的量子力学效应提供了一个很好的平台,而且在经典和量子信息处理以及精密测量方面(比如力、位移、质量测量等)有着重要的应用。腔光力学系统中腔场与机械振子之间的相互作用主要产生两方面的影响。一方面,利用腔场可以对机械运动进行量子调控和冷却。最近,微波和光学领域的腔光力学系统中的纳米机械振子实验上已被成功地冷却到量子基态,从而为腔光力学系统中观察到各种量子力学效应铺平了道路。另一方面,与机械振子的相互作用会改变腔场的光学响应,产生一系列新颖的量子光学现象。当腔场受到红失谐的泵浦场驱动时,系统中会出现光力诱导透明现象,从而使腔光力学系统在快慢光以及共振增强的非线性效应等方面有重要的应用前景。当腔场受到蓝失谐的泵浦场驱动时,系统中可出现光力诱导吸收和放大现象,可以有效地放大弱的光或者微波信号,因此在通信网络中有着潜在的应用。此外,当腔场受到共振的泵浦场驱动时,光力系统可用于位移、质量等精密测量中。

本书内容主要依托作者近年来在腔光力学系统中的研究成果,共分为 6 章。第 1 章绪论,主要介绍腔光力学系统的研究背景、基本理论、几种典型的腔光力学系统、光力诱导透明、光力诱导吸收和放大等。第 2 章分别介绍双腔光力系统、受二能级调制的混杂光力系统以及宇称-时间-对称的光力系统中的慢光效应,主要讨论腔场受到红失谐的泵浦场驱动时系统中出现的光力诱导透明和法诺(Fano)共振等,并进一步研究系统中的慢光效应。第 3 章分别介绍双腔光力系统、二能级系统耦合腔场形成的混杂光力系统,以及二能级

系统耦合机械振子形成的混杂光力系统中的光学双稳态,研究稳态时腔内光子数和机械振子的声子数等随泵浦场频率和功率等因素变化时出现的双稳现象。第4章介绍两种不同的光力系统在受到蓝失谐的泵浦场驱动时探测场透射谱中出现的光力诱导吸收和放大现象,研究泵浦场的频率和功率以及机械驱动的振幅和相位等因素对系统光学响应的影响。第5章介绍由一个微波腔和一个光腔耦合于一个共同的机械振子形成的混杂光-电力系统在受到共振的泵浦场驱动时在超灵敏质量传感器中的应用,研究如何根据探测场透射谱及四波混频谱中共振频率峰值的移动进行纳米颗粒、病毒等微小物质的质量测量。第6章介绍由三个腔场耦合于一个共同的机械振子形成的三腔光力系统在单向放大器中的应用,该系统中的相互作用构成了一个闭合回路,因此回路的整体位相差可用于控制系统中的非互易性传输特性。6.1节和6.2节分别介绍通过引入光学增益和施加蓝失谐的泵浦场这两种方式实现相位保持的单向放大器,6.3节介绍通过同时施加红、蓝失谐的泵浦场驱动实现相位敏感的单向放大器。

全书彩图请扫右侧二维码。

由于作者水平有限,书中难免有差错和疏漏之处,恳请读者批评指正。

在本书成书过程中,淮阴师范学院崔元顺教授、陈贵宾教授以及北京计算科学研究中心李勇研究员给予了大力支持与帮助,作者表示衷心感谢!本书受到了江苏省“青蓝工程”的部分资助。



江 成

淮阴师范学院

2019年4月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 背景介绍	1
1.2 腔光力学系统的基本理论	3
1.2.1 光学微腔	3
1.2.2 机械振子	5
1.2.3 光力耦合	6
1.3 几种典型的腔光力学系统	8
1.3.1 悬挂的镜子	9
1.3.2 光学微振子	10
1.3.3 波导和光子晶体腔	10
1.3.4 悬浮的纳米物体	11
1.3.5 微波振子	12
1.3.6 超冷原子	12
1.4 腔光力学系统的光学响应	13
1.4.1 光力诱导透明	13
1.4.2 光力诱导吸收和放大	16
参考文献	16
第 2 章 腔光力学系统中的慢光效应	22
2.1 双腔光力系统中的光力诱导透明和慢光效应	22
2.1.1 引言	22
2.1.2 模型和理论	23
2.1.3 结果和讨论	26

2.1.4	小结	29
	参考文献	29
2.2	混杂光力系统中受二能级系统调制的法诺共振 和慢光效应	32
2.2.1	引言	32
2.2.2	模型和理论	33
2.2.3	可控的法诺共振	36
2.2.4	探测场透射谱中的慢光效应	40
2.2.5	小结	42
	参考文献	43
2.3	机械驱动下宇称-时间-对称的光力系统中的快慢光效应	47
2.3.1	引言	47
2.3.2	模型和理论	48
2.3.3	机械驱动调制的探测场透射谱	53
2.3.4	透射探测场中可控的慢光和快光效应	57
2.3.5	小结	60
	参考文献	60
第3章	腔光力学系统中的光学双稳态	64
3.1	双腔光力学系统中可控的光学双稳态	64
3.1.1	引言	64
3.1.2	模型和理论	65
3.1.3	结果和讨论	66
3.1.4	小结	70
	参考文献	71
3.2	二能级原子与腔场耦合的混杂光力系统中的光学双稳态和 动力学效应	73
3.2.1	引言	73
3.2.2	模型和理论	75

3.2.3	光子数和布居数反转的双稳态行为	78
3.2.4	初始条件和腔泵浦强度对系统动力学效应的影响	80
3.2.5	小结	83
	参考文献	83
3.3	二能级原子与机械振子耦合的混杂光力系统中的 光学双稳态和四波混频	86
3.3.1	引言	86
3.3.2	模型和理论	87
3.3.3	光子数和声子数的双稳行为	90
3.3.4	共振增强的四波混频过程	92
3.3.5	小结	96
	参考文献	96
第4章	腔光力学系统中的光力诱导吸收和放大	100
4.1	机械驱动下多模光力系统中相位依赖的光力诱导吸收	100
4.1.1	引言	100
4.1.2	模型和理论	101
4.1.3	结果和讨论	105
4.1.4	小结	111
	参考文献	112
4.2	混杂光力系统中可控的光学响应	115
4.2.1	引言	115
4.2.2	模型和理论	116
4.2.3	数值结果和讨论	119
4.2.4	小结	122
	参考文献	122
第5章	基于混杂光-电力系统的超灵敏纳米机械质量传感器	126
5.1	引言	126

5.2	模型和理论	127
5.3	结果和讨论	131
5.4	小结	135
	参考文献	135
第 6 章	基于三腔光力系统的单向放大器	139
6.1	基于包含增益的三腔光力系统的单向放大器	139
6.1.1	引言	139
6.1.2	模型	140
6.1.3	单向放大器	144
6.1.4	慢光效应	150
6.1.5	小结	151
	参考文献	152
6.2	基于三腔光力系统的量子极限的单向放大器	156
6.2.1	引言	156
6.2.2	模型和理论	157
6.2.3	量子极限的单向放大器	161
6.2.4	小结	167
	参考文献	167
6.3	微波和光学光子之间相位敏感的单向放大器	171
6.3.1	引言	171
6.3.2	模型和理论	172
6.3.3	相位敏感的单向放大器	177
6.3.4	小结	182
	参考文献	182

第 1 章 绪 论

1.1 背景介绍

光具有动量,当遇到物体被反射时可以产生辐射压力。早在 17 世纪开普勒就注意到彗星运动时其尘埃尾巴的方向总是背离太阳,这种现象与辐射压力有关。光能辐射计实验中首次证实了辐射压力的存在^[1],并且实验中需要做一些仔细的分析来区分辐射压力效应和热效应。爱因斯坦于 1909 年得到了作用在可移动镜子上的辐射压力涨落的统计数据^[2],其中包括辐射压力的摩擦效应。爱因斯坦通过这个分析揭示了黑体辐射的波粒二象性本质。在早期的实验中,弗里希(Frisch)^[3]和贝丝(Beth)^[4]分别观察到了光子的线性动量和角动量转移到原子和宏观物体上的现象。

20 世纪 70 年代,阿斯金(Ashkin)证实聚焦激光束可以用来束缚和控制电介质颗粒以及反馈冷却^[5]。辐射压力非守恒的特性可能被用来冷却原子运动首先由汉斯(Hänsch)和肖洛(Schawlow)^[6]以及维因兰德(Wineland)和德默尔特(Dehmelt)^[7]提出。激光冷却随之在 20 世纪 80 年代的实验中被实现并成为一种非常重要的技术,它可以使离子冷却到其运动基态并且是超冷原子实验中潜在的资源。激光冷却使得很多应用成为可能,包括光学原子钟、引力场的精密测量和受限原子云中量子多体物理的系统研究等^[8]。

布拉金斯基(Braginsky)在干涉仪中研究了辐射压的作用并发现可以用来冷却较大的物体,他考虑了辐射压对腔中一个简谐振动的悬挂镜子的动态影响,如图 1.1.1 所示。他的分析揭示了腔的有限寿命导致辐射压力的延迟本质可以引起机械运动的阻尼或反阻尼效应,并且这两个效应可以在早期的微波腔实验中被观察到^[9]。在之后的实验中,这些现象在微波耦合的千克尺度的机械振子中也被观察到了。在光学领域,第一个腔光力学实验证实了作用在宏观镜子上的辐射压力的双稳性^[10]。布拉金斯基还证实,辐射压的量子

涨落会导致自由物体位置测量的精密度有一个极限值^[11]。卡维斯(Caves)、杰克尔(Jaekel)和雷诺(Renaud)等的详细分析澄清了干涉仪中这种量子噪声的影响^[12]。这些工作建立了连续位置探测中的标准量子极限,对激光引力波天文台(LIGO)和处女座干涉仪(VIRGO)等引力波探测器非常重要。

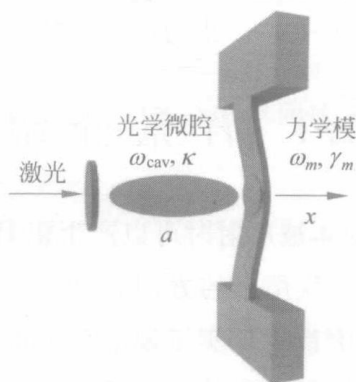


图 1.1.1 典型的腔光力学系统示意图。法布里-珀罗腔的左边镜子固定不动,而右边镜子在辐射压作用下可在平衡位置附近来回振动
(请扫 II 页二维码看彩图)

20 世纪 90 年代,科学家开始对量子腔光力学系统中光的压缩^[13]和光强的量子非破坏测量^[14]等几个方面进行理论研究,主要是利用由光力相互作用产生的有效克尔非线性。当光力耦合非常强时,产生的量子非线性可以导致光场和机械振子的非经典态和纠缠态。此外,辐射压的反馈冷却被提出^[15]。几乎在同一时间,腔辅助的激光冷却作为一种冷却原子和分子运动的方法^[16]被提出。

在实验方面,基于辐射压力的光学反馈冷却首先被科哈顿(Cohadon)等在宏观镜子的振动模式实验中实现^[17]。这个方法后来发展到温度更低的情况。与此同时,另一个趋势是机械振子的尺寸变得越来越小,比如,毫米尺寸的镜子的热运动在一个低温光学腔中被监测到^[18]。但是,制作出低于毫米尺度的高品质法布里-珀罗腔是非常具有挑战性的。尽管如此,在微米尺度的装置中观察到延迟辐射压的光力效应仍然是可能的,其中力是光热起源,可以用热时间常数有效地代替腔的寿命。具体的例子包括光学弹簧效应^[19]、反馈阻尼^[20]、自持续振荡^[21]和腔冷却^[22]等。

就量子相干的光力学中的应用而言,最好能够利用非耗散的辐射压力。

光学微腔和先进纳米制造技术的出现使得人们进入这一领域变得可能。2005年人们发现高品质的光学微环型振子可以同时包括力学模式和光学模式,因此可以实现光力效应,尤其是辐射压诱导的自振荡^[23]。2006年,三个不同的研究小组分别实现了基于悬挂微镜子和微型环芯的辐射压冷却^[24-26]。从此以后,腔光力学领域进展迅速,并且光力耦合在大量新颖的系统中被实现,包括薄膜和纳米棒置于法布里-珀罗腔、回音壁微盘和微球、光子晶体以及耦合的纳米梁等。此外,腔光力学可以利用冷原子云的集体激发实现^[27]。光力相互作用在光学波导中也存在,最先用来研究和观察压缩,其中光纤受限的力学模式产生被引导的声波散射^[28]。现在有很多系统可以在没有腔时实现光力相互作用,比如光子电路中的波导或者光子晶体光纤^[29]。

利用微加工的超导振子也可以实现光力相互作用,包括将一个纳米机械振子嵌入到一个超导传输线微波腔中^[30],或者将一个可移动的铝薄膜集成到一个超导振子中^[31]。在这些系统中,机械运动电容耦合于微波腔。这个方法使腔光力学可以利用电或者其他的耦合技术来测量和控制纳米机械振子的运动,包括机械振子耦合于单电子晶体管^[32]或者量子点接触^[33]等。

人们对腔光力学领域产生日益增长的研究热情有以下几个原因:一方面,该领域可以用来实现微小力、位移、质量、加速度等高精度光学探测;另一方面,量子腔光力学为利用光来操控和探测量子区域的机械运动提供了平台,从而产生光和机械运动的非经典态。这些工具为量子信息处理中的应用奠定了基础,其中光力器件可以作为相干的光-物质界面将存储在固态量子比特中的信息转化到飞行的光量子比特中。此外,腔光力学系统可以用来连接不同物理系统的自由度构成混杂的量子器件。

1.2 腔光力学系统的基本理论

1.2.1 光学微腔

首先考虑由两个相距为 L 的高反射率镜子构成的法布里-珀罗腔。腔中存在一系列纵模,角频率为 $\omega_{\text{cav},m} \approx m\pi(c/L)$,其中 m 为整数。两个纵模之间的间隔表示为腔的自由光谱范围:

$$\Delta\omega_{\text{FSR}} = \pi \frac{c}{L} \quad (1.2.1)$$

接下来我们主要讨论单模的情况,共振频率表示为 ω_{cav} 。镜子的有限透射率、内部吸收以及散射到腔外等因素导致腔的有限衰减率,一般用 κ 表示。光学精细度 F 是一个非常有用的物理量,它给出了一个光子离开腔前在腔中往返传播的次数,与自由光谱范围的关系是 $F \equiv \frac{\Delta\omega_{\text{FSR}}}{\kappa}$ 。此外,光学腔的品质因数定义为 $Q_{\text{opt}} = \omega_{\text{cav}} \tau$,其中 $\tau = \kappa^{-1}$ 是光子的寿命。注意品质因数也可以用来表征机械振子的衰减率。一般来讲,腔的衰减率 κ 可以包含两方面的贡献,一个是与输入、输出耦合有关的损耗,另一个是内部损耗。对于品质因数很高的腔而言,腔总的衰减率可以写成上述两部分贡献之和,即 $\kappa_{\text{ex}} + \kappa_0$,其中 κ_{ex} 是与输入耦合有关的衰减率,而 κ_0 代表的是内部衰减率。对于法布里-珀罗腔而言, κ_{ex} 代表的是输入腔镜的衰减率,而 κ_0 表示腔内的衰减率,包括第二个腔镜的透射损耗以及第一个腔镜的散射和吸收损耗等。

耦合到外部电磁环境的光学腔的量子力学描述可以通过主方程或者输入-输出理论给出。腔场算符 a 的时间演化可以通过海森伯运动方程得到,其中 a 的衰减率为 $\kappa/2$ 。与此同时,腔场的涨落不断受到进入到腔的量子噪声的影响。在这里讨论的情况中,我们区分开输入耦合带来的外部衰减率 κ_{ex} 以及内部衰减率 κ_0 。腔场的运动方程为^[34]

$$\dot{a} = -\frac{\kappa}{2}a + i\Delta a + \sqrt{\kappa_{\text{ex}}}a_{\text{in}} + \sqrt{\kappa_0}f_{\text{in}} \quad (1.2.2)$$

经典运动方程可以通过取平均值得到,即用 $\langle a \rangle$ 代替 a 。上述方程已经变换到了激光频率 ω_L 的旋转框架下,即 $a_{\text{orig}} = e^{-i\omega_L t} a_{\text{here}}$,并且定义了激光与腔模之间的失谐量 $\Delta = \omega_L - \omega_{\text{cav}}$ 。对于机械振子而言,也存在着类似的运动方程来描述耗散以及相应的噪声。

输入场 $a_{\text{in}}(t)$ 应该被认为是随机的量子场。在最简单情况下,它包含 t 时刻耦合到腔的涨落真空电场和相干激光驱动场。同样的公式还可以用来描述压缩态或者其他更复杂的态。 $P = \hbar \omega_L \langle a_{\text{in}}^\dagger a_{\text{in}} \rangle$ 是进入到腔的输入功率,即 $\langle a_{\text{in}}^\dagger a_{\text{in}} \rangle$ 是单位时间内到达腔的光子数。根据开放量子系统的输入-输出理论,从法布里-珀罗腔反射的场由下式给出:

$$a_{\text{out}} = a_{\text{in}} - \sqrt{\kappa_{\text{ex}}}a \quad (1.2.3)$$

这个输入-输出关系正确描述了从法布里-珀罗腔的输入镜反射的场。此外,它还可以描述耦合的单向波导-振子系统(比如回音壁模式的振子耦合于一个波导)的透射的泵浦场。

1.2.2 机械振子

法布里-珀罗腔右边可移动的镜子可看作频率为 ω_m 的机械振子,机械振子能量的损耗由能量衰减率 γ_m 表示,与机械振子品质因数之间的关系是 $Q_m = \omega_m / \gamma_m$ 。机械振子的位移 $x(t)$ 随时间演化的方程为

$$m_{\text{eff}} \frac{dx^2(t)}{dt^2} + m_{\text{eff}} \gamma_m \frac{dx(t)}{dt} + m_{\text{eff}} \omega_m^2 x(t) = F_{\text{ex}}(t) \quad (1.2.4)$$

式中, m_{eff} 代表机械振子的有效质量, $F_{\text{ex}}(t)$ 代表作用在机械振子上所有力的和。在没有任何外力的情况下, $F_{\text{ex}}(t)$ 表示热的朗之万力。此外,这里假定了机械振子的衰减率 γ_m 与频率无关。方程(1.2.4)在频域空间中很容易求解。

引入傅里叶变换 $x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega t} x(t)$, 那么 $x(\omega) = \chi_m(\omega) F_{\text{ex}}(\omega)$ 定义了将外力和位置变化联系起来的极化率 χ_m , 表达式为

$$\chi_m(\omega) = [m_{\text{eff}}(\omega_m^2 - \omega^2) - im_{\text{eff}}\gamma_m\omega]^{-1} \quad (1.2.5)$$

低频响应由 $\chi_m(0) = (m_{\text{eff}}\omega_m^2)^{-1} = 1/k$ 给出, 其中 k 代表弹簧常数。

机械振子的哈密顿量为

$$H = \hbar \omega_m b^\dagger b + \frac{1}{2} \hbar \omega_m \quad (1.2.6)$$

机械振子的零点能 $(1/2)\hbar\omega_m$ 可以忽略掉。 $b^\dagger$ 和 b 分别表示机械振子的声子产生和湮灭算符, 与位移和动量的关系为

$$x = x_{\text{zpf}}(b^\dagger + b), \quad p = -im_{\text{eff}}\omega_m x_{\text{zpf}}(b - b^\dagger) \quad (1.2.7)$$

式中,

$$x_{\text{zpf}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_{\text{eff}}\omega_m}} \quad (1.2.8)$$

是机械振子的零点涨落振幅, 即位移在基态中的期待值 $\langle 0 | x^2 | 0 \rangle = x_{\text{zpf}}^2$, 其中 $|0\rangle$ 表示机械真空态。位置和动量满足对易关系 $[x, p] = i\hbar$ 。此外, $b^\dagger b$ 是声子数算符, 平均值为 $\bar{n} = \langle b^\dagger b \rangle$ 。

1.2.3 光力耦合

法布里-珀罗腔中的光子入射到机械振子上后会被反射,光子的动量发生改变,从而对机械振子产生辐射压力。单个光子的动量转移为 $|\Delta p| = 2h/\lambda$ (λ 是光子的波长)。因此,辐射压力为

$$\langle F \rangle = 2 \hbar k \frac{\langle a^\dagger a \rangle}{\tau_c} = \hbar \frac{\omega_{\text{cav}}}{L} \langle a^\dagger a \rangle \quad (1.2.9)$$

其中, $\tau_c = 2L/c$ 表示腔内光子的往返时间。因此, $\hbar \omega_{\text{cav}}/L$ 表示腔内一个光子产生的辐射压力。参数 ω_{cav}/L 描述腔共振频率随着位置的改变。一般情况下,光力耦合可以通过几种方式产生,包括反射时的直接动量转移(法布里-珀罗腔中有一个可移动的镜子),通过腔频的色散移动形成耦合(中间有一个薄膜、受限在腔中的悬浮纳米颗粒),或者通过光学近场效应(比如振子倏逝场中的纳米颗粒)等。

没有耦合的光学(ω_{cav})和机械(ω_m)模式可由两个简谐振子表示,哈密顿量为

$$H_0 = \hbar \omega_{\text{cav}} a^\dagger a + \hbar \omega_m b^\dagger b \quad (1.2.10)$$

当腔共振频率受到机械振子的振幅调制时,

$$\omega_{\text{cav}}(x) = \omega_{\text{cav}} + x \partial \omega_{\text{cav}} / \partial x + \dots \quad (1.2.11)$$

对大多数光力实验而言,上述方程保留线性项即可。定义光学腔频率随机械振子位移的变化率为 $G = -\partial \omega_{\text{cav}} / \partial x$ 。劳(Law)等给出了光力系统哈密顿量的更加详细的推导过程^[35]。在长度为 L 的腔中, $G = \omega_{\text{cav}}/L$ 。如果 $x > 0$ 表示腔的长度增加,会导致共振频率 $\omega_{\text{cav}}(x)$ 减小,从而 $G > 0$ 。一般情况下,保留到位移的一阶项,可以得到

$$\hbar \omega_{\text{cav}}(x) a^\dagger a \approx \hbar (\omega_{\text{cav}} - Gx) a^\dagger a \quad (1.2.12)$$

因此,腔和机械振子的相互作用哈密顿量可表示为

$$H_{\text{int}} = -\hbar g_0 a^\dagger a (b^\dagger + b) \quad (1.2.13)$$

式中,

$$g_0 = G x_{\text{zpf}} \quad (1.2.14)$$

是真空光力耦合强度,表示单个光子和单个声子之间的相互作用。相互作用哈密顿量揭示出腔与机械振子之间的相互作用本质上是一种非线性过程,包

含了三个算符(三波混频)。辐射压力是相互作用哈密顿量 H_{int} 对位移求导

$$F = -\frac{dH_{\text{int}}}{dx} = \hbar G a^\dagger a = \hbar \frac{g_0}{x_{\text{zpf}}} a^\dagger a \quad (1.2.15)$$

整个系统的哈密顿量 H 还包括描述耗散(光子衰减和机械摩擦)、涨落和外加激光的驱动等项。为了研究方便,通常将光场变换到激光频率 ω_L 的旋转框架下。利用么正变换 $U = \exp(i\omega_L a^\dagger at)$ 可以使驱动项变得与时间无关,并且得到一个新的哈密顿量

$$\begin{aligned} H &= UH_{\text{old}}U^\dagger - i\hbar U\partial U^\dagger/\partial t \\ &= -\hbar\Delta a^\dagger a + \hbar\omega_m b^\dagger b - \hbar g_0 a^\dagger a (b^\dagger + b) + \dots \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

其中 $\Delta = \omega_L - \omega_{\text{cav}}$ 是激光与腔场之间的失谐量,并且上述方程中没有包含驱动和耗散项。驱动项可写为 $H_{\text{drive}} = i\hbar\sqrt{\kappa_{\text{ex}}} a^\dagger \alpha_{\text{in}} + \text{H. c.}$, (Hermitian conjugation 厄米共轭)其中 α_{in} 代表激光的振幅。

接下来介绍腔光力学系统中所谓的线性化近似描述。为了进行线性化,腔场可分成平均相干振幅 $\langle a \rangle = \bar{\alpha}$ 和涨落项,即

$$a = \bar{\alpha} + \delta a \quad (1.2.17)$$

哈密顿量中相互作用部分

$$H_{\text{int}} = -\hbar g_0 (\bar{\alpha} + \delta a)^\dagger (\bar{\alpha} + \delta a) (b + b^\dagger) \quad (1.2.18)$$

可以根据 $\bar{\alpha}$ 的级次进行展开。第一项 $-\hbar g_0 |\bar{\alpha}|^2 (b + b^\dagger)$ 是 α 的平方项,代表平均辐射压力 $\bar{F} = \hbar G |\bar{\alpha}|^2$, 可以通过先将位移原点作一个平移 $\delta\bar{x} = \bar{F}/m_{\text{eff}}\omega_m^2$, 然后使用修正后的失谐量 $\Delta_{\text{new}} \equiv \Delta_{\text{old}} + G\delta\bar{x}$ 而忽略掉。第二项是 $\bar{\alpha}$ 的一次项,需要保留

$$-\hbar g_0 (\bar{\alpha}^* \delta a + \bar{\alpha} \delta a^\dagger) (b + b^\dagger) \quad (1.2.19)$$

第三项 $-\hbar g_0 \delta a^\dagger \delta a$ 是 α 的零次项,因为非常小而忽略掉。不失一般性,我们假定 $\sqrt{n_{\text{cav}}}$ 为实数。因此,旋转框架下的哈密顿量为

$$H \approx -\hbar\Delta\delta a^\dagger\delta a + \hbar\omega_m b^\dagger b + H_{\text{int}}^{(\text{lin})} + \dots \quad (1.2.20)$$

其中相互作用部分

$$H_{\text{int}}^{(\text{lin})} = -\hbar g_0 \sqrt{n_{\text{cav}}} (\delta a^\dagger + \delta a) (b^\dagger + b) \quad (1.2.21)$$

成为线性化的,因为相应的耦合运动方程在这种近似下是线性的。

$g = g_0 \sqrt{n_{\text{cav}}}$ 通常称为有效光力耦合强度,显然它依赖于激光的强度。线性化

描述即使在腔内光子数不是非常大时也比较好,原因是衰减率 κ 比较大时机械系统不能分辨单个的光子。当 $g > \kappa$ 时腔光力学系统进入强耦合区域,目前实验上已经可以达到强耦合区域。另一更难达到的区域是 $g_0 > \kappa$, 即单光子耦合强度超过了腔的衰减率,在这一区域更容易观察到非线性量子效应。

在可分辨边带区域($\kappa < \omega_m$),失谐量不同时相互作用式(1.2.21)可以分为三种不同的情况。当 $\Delta \approx -\omega_m$ (红失谐区域)时,机械振子和驱动腔模之间可以互相交换量子,相互作用哈密顿量化简为

$$-\hbar g(\delta a^\dagger b + \delta ab^\dagger) \quad (1.2.22)$$

同时产生或湮灭两个量子的项($\delta a^\dagger b^\dagger$ 和 δab),因为非共振而被忽略掉。只保留方程(1.2.22)中的共振项也称为旋转波近似。红失谐驱动时可以实现机械振子的冷却以及光和机械振子之间的量子态转移。在量子光学领域,方程(1.2.22)通常称为分束器形式的哈密顿量。

当 $\Delta \approx \omega_m$ (蓝失谐区域)时,旋转波近似后的保留项

$$-\hbar g(\delta a^\dagger b^\dagger + \delta ab) \quad (1.2.23)$$

代表双模压缩相互作用,可以用来实现参数放大^[36]。没有耗散时,这种形式的相互作用可以导致存储在力学模式和驱动光学模式中的能量指数增长,并且机械和光学模式之间存在强的量子关联。因此,这种相互作用可以实现光学模式和力学模式之间的量子纠缠。就力学模式而言,能量的增加可被认为是反阻尼或者放大。如果机械振子的损耗足够低,这种行为可以激发动态不稳定进而导致自持续振荡。

当 $\Delta = 0$ 时,相互作用

$$-\hbar g(\delta a^\dagger + \delta a)(b + b^\dagger) \quad (1.2.24)$$

意味着机械振子的位移 $x \propto b + b^\dagger$, 导致光场的相位移动,可以用于光力位移探测。此外,这种哈密顿量可以用于对光场振幅分量 $\delta a^\dagger + \delta a$ 进行量子非破坏性测量,原因是这个算符对整个哈密顿量对易。

1.3 几种典型的腔光力学系统

近年来,随着纳米科技的发展,实验上已能够制备出很多不同的腔光力学系统,如图 1.3.1 所示。下面简单介绍几种典型的腔光力学系统。