



教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材
高等学校电子信息类专业系列教材

光学工程

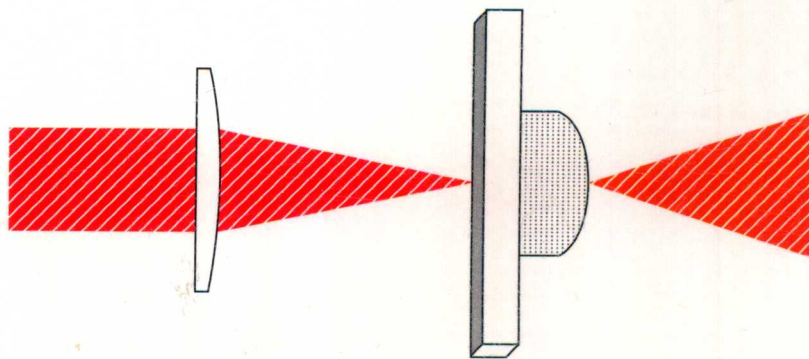
Waveguide Optics
Second Edition

导波光学

(第2版)

王健 编著

Wang Jian



清华大学出版社



教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材
高等学校电子信息类专业系列教材

Waveguide Optics
Second Edition

导波光学

(第2版)

王健 编著
Wang Jian



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以经典电磁波理论和近代光学理论为基础,系统论述了光波导的基本概念、基本理论和各种典型的分析方法,全面讲述了平面光波导、金属包层平板介质波导、矩形介质波导和圆光波导的基本原理。在此基础上,对光波导的横向耦合、纵向耦合以及新型波导结构的原理和应用进行了讨论。

本书适合作为光电信息科学与工程、应用物理等专业的教材,也可作为从事光信息及相关领域的科学技术人员的参考用书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

导波光学/王健编著. —2版. —北京:清华大学出版社,2019

(高等学校电子信息类专业系列教材)

ISBN 978-7-302-53160-9

I. ①导… II. ①王… III. ①波导光学—高等学校—教材 IV. ①TN25

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 114382 号

策划编辑:盛东亮

责任编辑:钟志芳

封面设计:李召霞

责任校对:时翠兰

责任印制:沈 露

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:三河市少明印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:9.75

字 数:235 千字

版 次:2010 年 5 月第 1 版 2019 年 9 月第 2 版

印 次:2019 年 9 月第 1 次印刷

定 价:39.00 元

产品编号:058350-01

高等学校电子信息类专业系列教材

一 顾问委员会

谈振辉	北京交通大学	(教指委高级顾问)	郁道银	天津大学	(教指委高级顾问)
廖延彪	清华大学	(特约高级顾问)	胡广书	清华大学	(特约高级顾问)
华成英	清华大学	(国家级教学名师)	于洪珍	中国矿业大学	(国家级教学名师)
彭启琮	电子科技大学	(国家级教学名师)	孙肖子	西安电子科技大学	(国家级教学名师)
邹逢兴	国防科技大学	(国家级教学名师)	严国萍	华中科技大学	(国家级教学名师)

一 编审委员会

主 任	吕志伟	哈尔滨工业大学			
副主任	刘 旭	浙江大学	王志军	北京大学	
	隆克平	北京科技大学	葛宝臻	天津大学	
	秦石乔	国防科技大学	何伟明	哈尔滨工业大学	
	刘向东	浙江大学			
委 员	王志华	清华大学	宋 梅	北京邮电大学	
	韩 焱	中北大学	张雪英	太原理工大学	
	殷福亮	大连理工大学	赵晓晖	吉林大学	
	张朝柱	哈尔滨工程大学	刘兴钊	上海交通大学	
	洪 伟	东南大学	陈鹤鸣	南京邮电大学	
	杨明武	合肥工业大学	袁东风	山东大学	
	王忠勇	郑州大学	程文青	华中科技大学	
	曾 云	湖南大学	李思敏	桂林电子科技大学	
	陈前斌	重庆邮电大学	张怀武	电子科技大学	
	谢 泉	贵州大学	卞树檀	火箭军工程大学	
	吴 瑛	解放军信息工程大学	刘纯亮	西安交通大学	
	金伟其	北京理工大学	毕卫红	燕山大学	
	胡秀珍	内蒙古工业大学	付跃刚	长春理工大学	
	贾宏志	上海理工大学	顾济华	苏州大学	
	李振华	南京理工大学	韩正甫	中国科学技术大学	
	李 晖	福建师范大学	何兴道	南昌航空大学	
	何平安	武汉大学	张新亮	华中科技大学	
	郭永彩	重庆大学	曹益平	四川大学	
	刘缠牢	西安工业大学	李儒新	中国科学院上海光学精密机械研究所	
	赵尚弘	空军工程大学	董友梅	京东方科技集团股份有限公司	
	蒋晓瑜	陆军装甲兵学院	蔡 毅	中国兵器科学研究院	
	仲顺安	北京理工大学	冯其波	北京交通大学	
	黄翊东	清华大学	张有光	北京航空航天大学	
	李勇朝	西安电子科技大学	江 毅	北京理工大学	
	章毓晋	清华大学	张伟刚	南开大学	
	刘铁根	天津大学	宋 峰	南开大学	
	王艳芬	中国矿业大学	靳 伟	香港理工大学	
	苑立波	哈尔滨工程大学			
丛书责任编辑	盛东亮	清华大学出版社			

序

FOREWORD

我国电子信息产业销售收入总规模在 2013 年已经突破 12 万亿元,行业收入占工业总体比重已经超过 9%。电子信息产业在工业经济中的支撑作用凸显,更加促进了信息化和工业化的高层次深度融合。随着移动互联网、云计算、物联网、大数据和石墨烯等新兴产业的爆发式增长,电子信息产业的发展呈现了新的特点,电子信息产业的人才培养面临着新的挑战。

(1) 随着控制、通信、人机交互和网络互联等新兴电子信息技术不断发展,传统工业设备融合了大量最新的电子信息技术,它们一起构成了庞大而复杂的系统,派生出大量新兴的电子信息技术应用需求。这些“系统级”的应用需求,迫切要求具有系统级设计能力的电子信息技术人才。

(2) 电子信息系统设备的功能越来越复杂,系统的集成度越来越高。因此,要求未来的设计者应该具备更扎实的理论基础知识和更宽广的专业视野。未来电子信息系统的设计越来越要求软件和硬件的协同规划、协同设计和协同调试。

(3) 新兴电子信息技术的发展依赖于半导体产业的不断推动,半导体厂商为设计者提供了越来越丰富的生态资源,系统集成厂商的全方位配合又加速了这种生态资源的进一步完善。半导体厂商和系统集成厂商所建立的这种生态系统,为未来的设计者提供了更加便捷却又必须依赖的设计资源。

教育部 2012 年颁布了新版《高等学校本科专业目录》,将电子信息类专业进行了整合,为各高校建立系统化的人才培养体系,培养具有扎实理论基础和宽广专业技能的、兼顾“基础”和“系统”的高层次电子信息人才给出了指引。

传统的电子信息学科专业课程体系呈现“自底向上”的特点,这种课程体系偏重对底层元器件的分析与设计,较少涉及系统级的集成与设计。近年来,国内很多高校对电子信息类专业课程体系进行了大力度的改革,这些改革顺应时代潮流,从系统集成的角度,更加科学合理地构建了课程体系。

为了进一步提高普通高校电子信息类专业教育与教学质量,贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020 年)》和《教育部关于全面提高高等教育质量若干意见》(教高【2012】4 号)的精神,教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会开展了“高等学校电子信息类专业课程体系”的立项研究工作,并于 2014 年 5 月启动了《高等学校电子信息类专业系列教材》(教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材)的建设工作。其目的是为推进高等教育内涵式发展,提高教学水平,满足高等学校对电子信息类专业人才培养、教学改革与课程改革的需要。

本系列教材定位于高等学校电子信息类专业的专业课程,适用于电子信息类的电子信

息工程、电子科学与技术、通信工程、微电子科学与工程、光电信息科学与工程、信息工程及其相近专业。经过编审委员会与众多高校多次沟通,初步拟定分批次(2014—2017年)建设约100门课程教材。本系列教材将力求在保证基础的前提下,突出技术的先进性和科学的前沿性,体现创新教学和工程实践教学;将重视系统集成思想在教学中的体现,鼓励推陈出新,采用“自顶向下”的方法编写教材;将注重反映优秀的教学改革成果,推广优秀的教学经验与理念。

为了保证本系列教材的科学性、系统性及编写质量,本系列教材设立顾问委员会及编审委员会。顾问委员会由教指委高级顾问、特约高级顾问和国家级教学名师担任,编审委员会由教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会委员和一线教学名师组成。同时,清华大学出版社为本系列教材配置优秀的编辑团队,力求高水准出版。本系列教材的建设,不仅有众多高校教师参与,也有大量知名的电子信息类企业支持。在此,谨向参与本系列教材策划、组织、编写与出版的广大教师、企业代表及出版人员致以诚挚的感谢,并殷切希望本系列教材在我国高等学校电子信息类专业人才培养与课程体系建设中发挥切实的作用。

吕志伟 教授

前言

PREFACE

光信息科学与技术是当今最活跃的科技领域之一。如果说 20 世纪是电子时代,那么 21 世纪将是光子时代。与电子信息技术相比,光信息技术已经在信息检测、信息传输与信息显示等领域占据上风。在信息处理和信息存储方面,虽然光还不及电,但随着各种新型光电子集成器件的不断出现,光信息技术发展势头迅猛,大有与电子信息技术并驾齐驱之势。

光信息的传输是光信息科学与技术的一个重要分支,它的基础是各种介质光波导。研究光在介质波导中传输的基础理论的学科分支就是导波光学。导波光学的发展与其他相关学科(如光纤通信、光纤传感、全光信号处理、激光技术等)的发展是相辅相成、相互促进的。导波光学为这些学科的发展奠定了理论基础,而后者的发展又在不断丰富和完善导波光学的内容。因此,学习导波光学的理论,对于全面掌握光信息科学与技术是至关重要的。

本书系统地讲述了光波导的基本概念和基本理论。第 1 章是绪论,第 2 章是其他各章的理论基础,重点讲述了介质光波导的电磁波理论、射线光学理论和模式的概念。第 3~6 章分别讨论了平面光波导、金属包层平板介质波导、矩形介质波导和圆光波导中光的传播特性。第 7 章讲述了光波导的横向耦合,包括横向模耦合和光束耦合。第 8 章讲述了光在非正规光波导中的耦合理论,重点讨论了光纤光栅和光纤对接问题。第 9 章介绍了近年来迅速发展的集成光子器件中出现的三种典型波导结构——Y 分支波导、多模干涉耦合器和微环谐振器的原理和应用。

本书十分注重与先修课程和后续课程的衔接,力求做到通俗易懂。本书可以作为光信息科学与技术及相关专业学生的教材或参考教材,也可作为从事相关领域的科学技术人员的参考用书。

本书是在 2010 年《导波光学》(清华大学出版社)的基础上修订而成,在修订时,吸取了北京交通大学光信息科学与技术专业同学们提供的宝贵意见,也吸收了吴重庆教授的有益建议,在这里谨向他们表示衷心的感谢。

限于编者水平,书中不妥之处在所难免,希望读者指正。

编者

2019 年 4 月

目录

CONTENTS

第 1 章	绪论	1
第 2 章	导波光学的理论基础	3
2.1	电磁场的基本方程	3
2.1.1	麦克斯韦方程组、物质方程、边值关系	3
2.1.2	亥姆霍兹方程	4
2.1.3	正规光波导中模式场的亥姆霍兹方程及模式的概念	5
2.1.4	电磁场和模式场的横向分量与纵向分量的关系	5
2.1.5	模式的正交性与模式展开	6
2.2	光线在介质中的传播特性	9
2.2.1	反射定律、折射定律与全反射	10
2.2.2	古斯-汉欣(Goos-Haerchen)位移	12
2.2.3	射线光学基础	13
习题		16
第 3 章	平面光波导	17
3.1	三层均匀平面波导的射线分析法	17
3.2	三层均匀平面波导的电磁场分析法	19
3.2.1	一般平面波导中模式的种类	20
3.2.2	三层均匀平面波导中模式场的场分布与本征值方程	21
3.2.3	模截止及波导中的传输模式数	23
3.2.4	归一化参量	25
3.3	非均匀平面波导的射线分析法	26
3.3.1	光线在非均匀平面波导中的轨迹	26
3.3.2	非均匀平面波导中的本征值方程	28
3.4	平方律分布渐变型折射率平板波导	30
3.4.1	TE 导模	30
3.4.2	TM 导模	31
3.5	WKB 近似法	32
3.6	变分法	35
3.6.1	传播常数的积分表达式和变分法	35
3.6.2	变分法的应用	36
3.7	有限元法简介	37
3.7.1	基于变分思想的有限元法	37
3.7.2	基于加权余量法思想的有限元法	38

3.8 多层分割法	39
习题	40
第4章 金属包层平板介质波导	42
4.1 金属的光频特性	42
4.1.1 金属中的亥姆霍兹方程和复相对电容率	42
4.1.2 金属光频特性的初等电子论	44
4.2 等离子体表面波(SPW)	45
4.2.1 介质与金属分界面上的等离子体表面波	45
4.2.2 长程等离子体表面波	47
4.3 非对称金属包层介质波导	48
4.3.1 模式的本征方程	48
4.3.2 传播常数与模式特性	49
4.4 对称金属包层介质波导	50
习题	52
第5章 矩形介质波导	53
5.1 马卡梯里近似解法	53
5.1.1 马卡梯里近似	53
5.1.2 矩形波导中导模的场分布及其本征值方程	55
5.1.3 传播常数和模场场分布的计算实例	58
5.1.4 求解本征值(传播常数)的近似公式	59
5.2 有效折射率法	60
5.3 微扰法	63
5.4 变分法	66
习题	67
第6章 圆光波导	68
6.1 阶跃光纤的射线分析法	69
6.1.1 光纤中的光线种类	69
6.1.2 数值孔径	70
6.1.3 子午光线的色散和时延差	71
6.2 二层阶跃光纤矢量模的分析方法	71
6.2.1 矢量模的分析方法	71
6.2.2 矢量模模式场各分量的解	74
6.2.3 特征方程	76
6.2.4 对特征方程的讨论	77
6.3 二层阶跃光纤标量模的分析方法	81
6.3.1 标量模的分析方法	81
6.3.2 标量模的场分布	83
6.3.3 特征方程	84
6.3.4 截止条件	84
6.3.5 远离截止的条件	84
6.3.6 矢量模与标量之间的关系	85
6.4 渐变折射率光纤的分析——高斯近似法	85

6.5 光纤的传输特性——色散	87
6.5.1 基本传输方程	87
6.5.2 群时延	88
6.5.3 脉冲展宽	89
6.5.4 色散	90
6.5.5 二层阶跃光纤的色散	90
6.6 光纤的损耗	93
6.6.1 吸收损耗	93
6.6.2 散射损耗	93
6.6.3 弯曲损耗	94
习题	94
第7章 光波导的横向耦合	95
7.1 光波导的横向模耦合	95
7.1.1 模耦合方程	95
7.1.2 模耦合方程的解	97
7.2 平板定向耦合器	99
7.3 棱镜耦合器	101
7.3.1 棱镜耦合器的工作原理	101
7.3.2 输出耦合器	102
7.3.3 输入耦合器	105
习题	105
第8章 非正规光波导	106
8.1 概述	106
8.2 非正规光波导的模耦合方程	107
8.2.1 耦合方程的一般形式	108
8.2.2 弱导情况下耦合方程的形式	109
8.2.3 考虑正、反向模情况下耦合方程的形式	109
8.3 光纤光栅	110
8.4 光纤的对接——突变光波导	114
习题	117
第9章 新型波导结构	118
9.1 Y分支波导	118
9.2 多模干涉耦合器	120
9.3 微环谐振器	122
9.3.1 微环谐振器结构	122
9.3.2 微环谐振器参数	123
9.3.3 微环谐振器频谱响应	124
9.3.4 微环谐振器的应用	128
附录I 模式场的纵向分量与横向分量之间关系的推导	130
附录II 古斯-汉欣位移的推导	131

附录Ⅲ	平面波导传播常数和场分布的计算程序	133
附录Ⅳ	矩形波导中的导模模式	135
附录Ⅴ	矩形波导传播常数和场分布的计算程序	137
附录Ⅵ	脉冲信号基本传输方程的推导	140
参考文献		142

随着社会的发展和进步,需要传输处理的信息越来越多,并向着超高速、大容量的方向发展,使得人类逐步从电子时代向光子时代过渡,在这样的形势下,光信息科学与技术专业也就应运而生了,光的传输是光信息科学与技术中非常重要的内容之一。光既可以在自由空间中传输,又可以在介质中传输。导波光学是以经典电磁波理论为基础,研究光和光信号在各类介质光波导中传播特性的科学。

在光信息的传输和处理过程中,需要让光波沿着一定的方向传播。为此,需要设计一种介质结构,将光波限制在其内部或其表面附近且引导光沿着确定的方向传播,这种介质结构就称为光波导。最简单、最基本的光波导一般由传输光能的芯区介质和限制光能的包层介质组成,芯区介质的折射率一般大于包层介质的折射率,如大家所熟知的具有圆形截面的光纤。另外,当光波导用于传输时,还应具有低传输损耗的性质。

需要指出的是,虽然大部分光波导都是人为设计的,但是也存在天然的光波导,比如水柱、活体等。这些光波导的性质比较复杂,但本课程分析问题的基本方法也适用于这些复杂的光波导。

光波导可以按不同的方法进行分类,若按波导结构进行分类可以把光波导分成平面(平板)介质波导、矩形(条形)介质波导、圆和非圆介质波导等,如图 1-1 所示。

还有一些结构复杂的光波导,在今后的学习中我们会逐渐了解。

光波导还可以按其折射率在空间的分布进行分类,在按这种方法分类时要涉及纵向和横向的概念,下面先介绍这两个概念。在导波光学中,把光的传播方向称为纵向,通常设为 z 轴的方向,而把与之垂直的方向称为横向,即 $x-y$ 平面上的任一方向。

按波导折射率在空间的分布进行分类,光波导可以分成非线性光波导和线性光波导两大类。非线性光波导的折射率可以写为 $n=n(x,y,z,\mathbf{E})$,即折射率除了和位置有关外,还与电场有关;而线性光波导的折射率只是位置的函数,即 $n=n(x,y,z)$ 。线性光波导又可以分为纵向均匀的光波导(又称为正规光波导)和纵向非均匀的光波导(又称为非正规光波导)两种,前者的折射率 $n=n(x,y)$,与纵向无关;而后的折射率 $n=n(x,y,z)$,与纵向有关。最后,纵向均匀的光波导还可分为均匀光波导和横向非均匀光波导两种,均匀光波导的折射率在芯区和包层等区域分别为常数;横向非均匀光波导的折射率在芯区或包层等区域随 x,y 变化。

本书中,我们主要研究线性光波导。

当然不同的波导还有其他的习惯叫法,在以后学习过程中遇到后再加以说明。

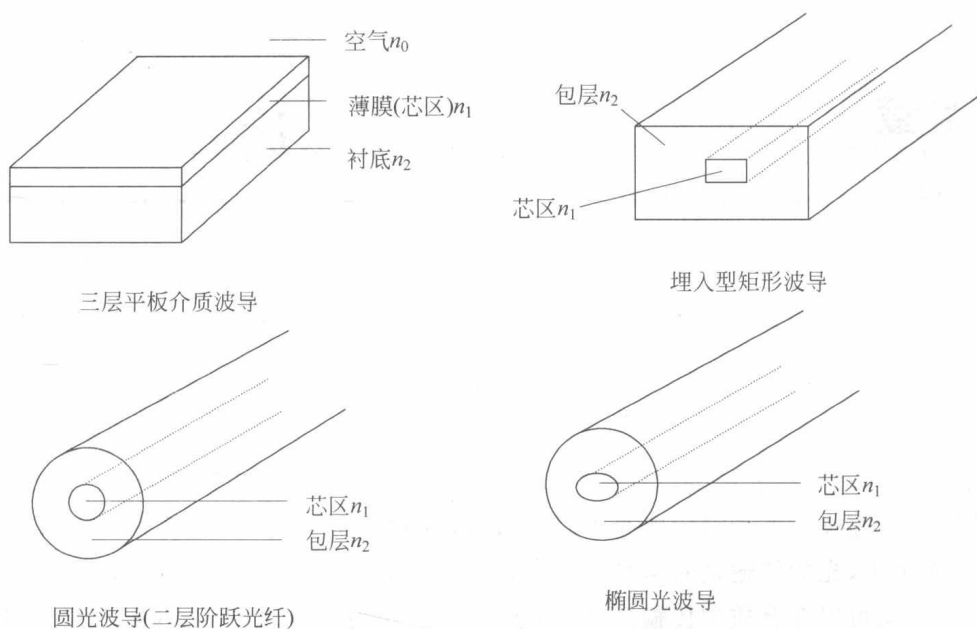


图 1-1 几种不同结构的光波导

在导波光学中,我们主要讨论光在各类介质光波导中的传播特性,它包括两个方面的内容:一是指光本身在光波导中的传播特性,二是指载有信息的光信号的传播特性。

光本身在光波导中的传播特性包括:(1)光场的分布形式;(2)传播常数或相移常数;(3)偏振特性;(4)模式耦合特性。

光信号的传播特性包括:(1)群时延或群速度;(2)色散特性;(3)偏振模色散等。

为了研究这些问题,通常采用的分析方法有射线光学分析法和电磁波理论分析法。

当光波的波长远小于波导的横向尺寸时,可以近似地认为光能是沿着一定的曲线传播,这条曲线称为“光线”(亦称射线)。用射线理论分析光在波导中传播的方法称为射线光学分析法。本书中对“光线”的理解,赋予了新的含义,即把“光线”理解为波矢的场线,光线的切线方向即波矢的方向,这意味着将相位与相干等波动的概念引入了射线光学,这样可以更好地解释波导中光的传播特性,所以射线光学的方法并不是传统意义上的几何光学的分析方法。射线光学方法的优点是简便、直观;缺点是不精确也不全面。

光是一种电磁波,从电磁理论的基本方程——麦克斯韦方程组出发,针对所研究的波导结构进行求解,求出光场分布和传播常数等反映传播特性的物理参量的方法,称为电磁波理论的方法。基于电磁波理论的分析方法虽然比较复杂,但精确和全面,比射线法更能准确地反映光和光信息的传播特性。这种方法不但能解释相关的物理现象,引出一些新的物理概念,而且由电磁波理论得出的结论,都能直接被实验所证实,所以是一个行之有效的分析方法。

为了研究光在各类介质光波导中的传输特性,本书作了如下的安排:第2章讲述介质光波导的电磁波理论、射线光学理论和模式的概念,是后续章节的理论基础。第3~6章阐述光在各类正规光波导(包括平面光波导、金属包层平板介质波导、矩形介质波导、圆光波导)中的传播特性。第7章讲述光波导的横向耦合,包括横向模耦合和光束耦合。第8章讲述光在非正规光波导中的传播问题。第9章介绍集成光子器件中出现的三种新型波导结构。

光是波长极短的电磁波,它的传播遵守电磁场的基本规律,即麦克斯韦方程组,因此,从麦克斯韦方程组出发推导出光波传播的一系列基本方程是导波光学的理论基础。在本章中,首先给出电磁场的基本理论,包括麦克斯韦方程组、物质方程和边值关系,单色波所满足的亥姆霍兹方程,正规光波导中模式场的亥姆霍兹方程以及电磁场和模式场的横向分量和纵向分量的关系,作为用电磁场的方法分析光波导的理论基础;然后给出光线在介质中的传播特性,包括光在全反射时产生的相移和古斯-汉欣位移,光在非均匀的介质中传播时,光线轨迹服从的射线方程,作为用射线光学的方法分析光波导的理论基础。在以后各章中,将应用本章给出的基本理论和概念进一步分析光在各类介质波导中的传播特性。

2.1 电磁场的基本方程

2.1.1 麦克斯韦方程组、物质方程、边值关系

宏观电磁现象可以用电场强度 $\mathbf{E}$ 、电位移矢量 $\mathbf{D}$ 、磁感应强度 $\mathbf{B}$ 和磁场强度 $\mathbf{H}$ 四个矢量来描述。它们是空间位置和时间的函数,它们之间的关系由麦克斯韦方程给出,即

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2-1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2-1-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2-1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2-1-4)$$

式中, $\mathbf{J}$ 和 ρ 分别是介质中的电流密度与电荷密度。上式中前两式是基本方程,后面两式可以通过前面两式取散度并利用电荷守恒定律得到。

要从给定的电流与电荷分布唯一地确定各场矢量,还必须为麦克斯韦方程组补充一些描述物质在电磁场作用下的经验公式,即物质方程。对于最常见的,线性、静止和各向同性的介质来说

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2-1-5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2-1-6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2-1-7)$$

这里 ϵ 、 μ 和 σ 分别为介质的电容率、磁导率和电导率。

对于两介质分界面上的点,麦克斯韦方程组的微分形式不再适应,但我们可以用它的积分形式推导出两种介质分界面附近电磁场场量之间的关系,即边值关系。

(1) 电位移矢量法向分量的关系

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \sigma \quad (2-1-8)$$

σ 为界面上的面电荷密度, $\hat{n}$ 为界面法线方向的单位矢量。若界面上没有面电荷, $\sigma = 0$ 则 $D_{2n} = D_{1n}$, 即电位移矢量连续。

(2) 磁感应强度法向分量的关系

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad \text{即} \quad B_{2n} = B_{1n} \quad (2-1-9)$$

(3) 电场强度切向分量的关系

$$\hat{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \quad \text{即} \quad E_{2t} = E_{1t} \quad (2-1-10)$$

(4) 磁场强度切向分量的关系

$$\hat{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \boldsymbol{\alpha} \quad (2-1-11)$$

$\boldsymbol{\alpha}$ 为界面处的面电流密度, 若 $\boldsymbol{\alpha} = 0$, 则有 $H_{2t} = H_{1t}$ 。值得注意的是, 上述方程都只是在静态场或者变化很慢的场情况下得到的, 对于光这种变化速率非常高的电磁场, 物质方程要做一定的修正。

2.1.2 亥姆霍兹方程

若我们考虑单色光的情况, 则有

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (2-1-12)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (2-1-13)$$

这两式说明在单色光入射的情况下可以把场随时间与空间变化的部分加以分离。这里 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ 是场随空间变化的部分, 它们是复矢量, 包括场的方向、幅度和位相, 在以后的各章节中, 为方便, $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ 分别用 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 简单表示。

一般情况下, 在光波导中既不存在自由电荷也不存在自由电流, 且波导介质是无磁性的, 因此假定 $\rho = 0$, $\mathbf{J} = 0$ 且 $\mu = \mu_0$ 。把式(2-1-12)和式(2-1-13)代入麦克斯韦方程组和物质方程式(2-1-1)~式(2-1-6), 得单频电磁场的麦克斯韦方程组为

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mu_0 \mathbf{H} \quad (2-1-14)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega \epsilon \mathbf{E} \quad (2-1-15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot \mathbf{E} \quad (2-1-16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2-1-17)$$

对式(2-1-14)取旋度有

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = i\omega \mu_0 \nabla \times \mathbf{H}$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = i\omega \mu_0 \nabla \times \mathbf{H}$$

把式(2-1-15)代入上式并利用式(2-1-16)得

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} + \nabla \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) = 0 \quad (2-1-18)$$

同理可得

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 \quad (2-1-19)$$

其中 $k = \sqrt{\epsilon_r} k_0 = n k_0$ 为介质中的波数 (n 为介质的折射率, $k_0 = \omega/c = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 为真空中的波数)。

式(2-1-18)和式(2-1-19)反映了电磁场 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 随空间变化关系的方程,称它们为亥姆霍兹方程。

2.1.3 正规光波导中模式场的亥姆霍兹方程及模式的概念

正规光波导是折射率沿纵向不变的一种波导,也是最基本、最常见的一种波导,在本书中主要研究这种波导。为了方便后续章节中各种正规光波导的研究,下面给出正规光波导的基本方程和相关概念。

正规光波导的电容率可以写成 $\epsilon(x, y, z) = \epsilon(x, y)$, 因光波沿 z 向传播,故正规光波导中导波的场可以写成

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z} \quad (2-1-20)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}(x, y) e^{i\beta z} \quad (2-1-21)$$

其中波导横截面的电场和磁场矢量 $\mathbf{E}(x, y)$ 、 $\mathbf{H}(x, y)$ 称为模式场,反映导波在波导内传播速度的特征参量 β 称为传播常数。把式(2-1-20)代入亥姆霍兹方程式(2-1-18),考虑到

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E}(x, y, z) &= \nabla_t^2 [\mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z}] + \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z}] \\ &= [\nabla_t^2 \mathbf{E}(x, y)] e^{i\beta z} - \beta^2 \mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z} \\ \nabla \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) &= \nabla_t \left[\mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right] + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \left[\mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z} \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] \\ &= \nabla_t \left[\mathbf{E}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] e^{i\beta z} + i\beta \left[\mathbf{E}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] e^{i\beta z} \hat{z} \end{aligned}$$

有

$$\nabla_t^2 \mathbf{E}(x, y) + (k_0^2 n^2 - \beta^2) \mathbf{E}(x, y) + \nabla_t \left[\mathbf{E}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] + i\beta \left[\mathbf{E}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] \hat{z} = 0 \quad (2-1-22)$$

同理,对于 $\mathbf{H}(x, y)$ 可以得到如下方程

$$\nabla_t^2 \mathbf{H}(x, y) + (k_0^2 n^2 - \beta^2) \mathbf{H}(x, y) + \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \times [\nabla_t \times \mathbf{H}(x, y)] + i\beta \left[\mathbf{H}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] \hat{z} = 0 \quad (2-1-23)$$

方程式(2-1-22)和式(2-1-23)称为模式场的亥姆霍兹方程。由偏微分方程的理论可知,模式场的亥姆霍兹方程在给定边界条件下是一个个离散的特征解。每个特征解与一个特征值相对应,通解是这些特征解的线性叠加,当给定初始条件时,就可以确定特征解前面的系数。在光波导中,一个特征解就叫这个光波导的一个模式。所以从数学上讲,模式是满足模式场的亥姆霍兹方程及边界条件的一个特解;从物理上讲,模式是正规光波导中光波的一种可能的存在形式,模式场是正规光波导的光场在横截面上的一种可能的场分布。

2.1.4 电磁场和模式场的横向分量与纵向分量的关系

把电磁场 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 分解成 x - y 平面内的横向分量 $\mathbf{E}_t$ 、 $\mathbf{H}_t$ 与 z 方向的纵向分量 $\mathbf{E}_z$ 、 $\mathbf{H}_z$

之和,即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_z \quad (2-1-24)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_t + \mathbf{H}_z \quad (2-1-25)$$

把矢量微分算子 ∇ 也表示成横向分量与纵向分量之和,即 $\nabla = \nabla_t + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$,再由等式两边的横向与纵向分量分别相等,式(2-1-14)可以写成

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_t = i\omega\mu_0 \mathbf{H}_z \quad (2-1-26)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_z + \hat{z} \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}_t \quad (2-1-27)$$

把式(2-1-24)与式(2-1-25)代入式(2-1-15),同理得

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_t = -i\omega\epsilon \mathbf{E}_z \quad (2-1-28)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_z + \hat{z} \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} = -i\omega\epsilon \mathbf{E}_t \quad (2-1-29)$$

方程(2-1-26)~(2-1-29)给出了电磁场横向分量与纵向分量之间的关系。

把模式场 $\mathbf{E}(x, y)$ 、 $\mathbf{H}(x, y)$ 分解为横向分量与纵向分量,即

$$\mathbf{E}(x, y) = \mathbf{E}_t(x, y) + \mathbf{E}_z(x, y) \quad (2-1-30)$$

$$\mathbf{H}(x, y) = \mathbf{H}_t(x, y) + \mathbf{H}_z(x, y) \quad (2-1-31)$$

把以上两式代入式(2-1-26)~式(2-1-29)得

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_t(x, y) = i\omega\mu_0 \mathbf{H}_z(x, y) \quad (2-1-32)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_t(x, y) = -i\omega\epsilon \mathbf{E}_z(x, y) \quad (2-1-33)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_z(x, y) + i\beta\hat{z} \times \mathbf{E}_t(x, y) = i\omega\mu_0 \mathbf{H}_t(x, y) \quad (2-1-34)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_z(x, y) + i\beta\hat{z} \times \mathbf{H}_t(x, y) = -i\omega\epsilon \mathbf{E}_t(x, y) \quad (2-1-35)$$

进一步推导得(详细推导见附录 I)

$$\mathbf{E}_t(x, y) = \frac{i}{\omega^2\mu_0\epsilon - \beta^2} [-\omega\mu_0\hat{z} \times \nabla_t \mathbf{H}_z(x, y) + \beta \nabla_t \mathbf{E}_z(x, y)] \quad (2-1-36)$$

$$\mathbf{H}_t(x, y) = \frac{i}{\omega^2\mu_0\epsilon - \beta^2} [\omega\epsilon\hat{z} \times \nabla_t \mathbf{E}_z(x, y) + \beta \nabla_t \mathbf{H}_z(x, y)] \quad (2-1-37)$$

从以上两式可见,模式场的横向分量可由纵向分量来表示。因此在直接求解模式场横向分量很困难的时候,可以先求出其纵向分量,再由式(2-1-36)及式(2-1-37)求出其横向分量。以后我们会在阶跃光纤的精确分析中采用这种方法。

2.1.5 模式的正交性与模式展开

1. 正反向模的模式场之间的关系

在波导中除了通常所讲的沿 z 方向传播的模式之外,还有沿 $-z$ 方向传播的模式,一般称前者为正向模,后者为反向模。为方便描述,设正向模的模式场为 $\mathbf{E}(x, y)$ 和 $\mathbf{H}(x, y)$,反向模的模式场为 $\tilde{\mathbf{E}}(x, y)$ 和 $\tilde{\mathbf{H}}(x, y)$ 。对于反向模, β 变为 $-\beta$,根据模式场的亥姆霍兹方程式(2-1-22)和式(2-1-23),反向模的模式场横向分量所满足的亥姆霍兹方程与正向模相同,在相同注入光功率下,方程的解相同,或相差一个负号,即 $\tilde{\mathbf{E}}_t(x, y) = \pm \mathbf{E}_t(x, y)$, $\tilde{\mathbf{H}}_t(x, y) = \pm \mathbf{H}_t(x, y)$ 。另外,由于正反向模能流的方向相反,有 $\tilde{\mathbf{E}}_t(x, y) \times \tilde{\mathbf{H}}_t(x, y) =$