

“十三五”国家重点图书

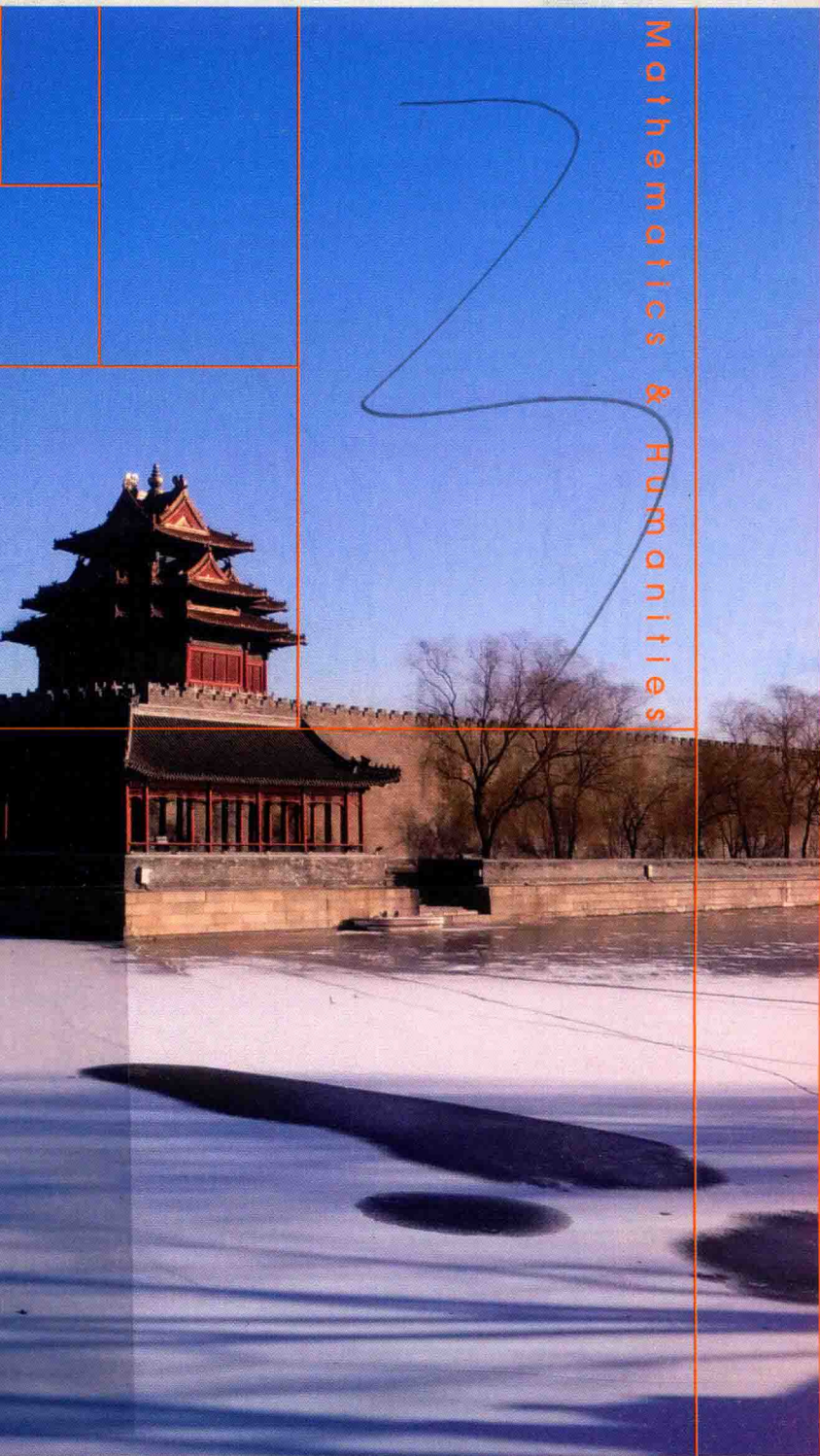
数学与人文
· 第三十辑

数学随想

主 编 丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真
副主编 王善平

Mathematics & Humanities

高等教育出版社



数学与人文 · 第三十辑
Mathematics & Humanities

数学随想

SHUXUE SUIXIANG

主 编 丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真
副主编 王善平

“十三五”国家重点图书

高等教育出版社·北京

International Press

图书在版编目(CIP)数据

数学随想 / 丘成桐等主编. -- 北京: 高等教育出版社, 2020. 1

(数学与人文)

ISBN 978-7-04-052908-1

I. ①数… II. ①丘… III. ①数学-普及读物 IV.
①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第235328号

Copyright © 2020 by

Higher Education Press Limited Company

4 Dewai Dajie, Beijing 100120, P. R. China, and

International Press

387 Somerville Ave., Somerville, MA 02143, U.S.A.

策划编辑 李 鹏
责任编辑 李 鹏 李华英 和 静
封面设计 王凌波
版式设计 童 丹
责任校对 陈 杨
责任印制 尤 静

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
印 刷 涿州市星河印刷有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 15
字 数 280千字
版 次 2020年1月第1版
印 次 2020年1月第1次印刷
定 价 29.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究
物 料 号 52908-00



封面说明

- “数学与人文” 由路甬祥院士题字。
- 封面图片由李鹏摄于故宫角楼。

关于丛书

- 《数学与人文》是一套以大学生和青年学者为主要对象的数学科普丛书，也适合中学数学老师与爱好数学的同学，同时也是社会知识阶层的有益读物。
- 丛书的主要栏目有：人物访谈、数海钩沉、数学星空、魅力数学、数学教育、数学科学和中国数学发展等。
- 配合一些值得纪念的人物和事件，丛书会适时出版专辑。
- 本套丛书合作单位包括：中国科学院晨兴数学中心、浙江大学数学科学研究中心、丘成桐数学科学中心。

欢迎广大读者投稿：

<http://academic.hep.com.cn/mh/>

内 容 简 介

《数学与人文》丛书第三辑将继续着力贯彻“让数学成为国人文化的一部分”的宗旨，展示数学丰富多彩的方面。

本辑共分 5 个栏目，包含了 20 多篇文章。“专稿”栏目收录了丘成桐先生的“我做学问的经验”和“体育和做学问的关系”两篇演讲，以及杰出物理学家张首晟教授的文章“宇宙的灿烂，文明的辉煌”。“数学星空”栏目继续刊载数学大师格罗滕迪克生平的下半部分，以及两篇纪念德国著名代数学家 Wilhelm Killing 的文章。“中国数学”栏目包括了殷慰萍教授回顾中国多复变学科创建历史的文章、夏道行先生关于在浙江大学的学习经历的演讲、方建勇先生回忆陈省身先生的文章以及古代数学史大家郭书春先生的两篇介绍性短文。“数学杂谈”栏目刊载了 7 篇有趣的文章，分别讨论或介绍了数学的基本元素、搜索引擎中的线性代数、概率论的妙用、生物形态发生、算法与人工智能、指南车和微分几何学、4 维流形。“数学与物理”栏目的 3 篇文章的主题分别为：曲面几何与广义相对论、Maxim Kontsevich 访谈录以及微分方程。

我们期望本丛书能受到广大学生、教师和学者的关注和欢迎，期待读者对办好本丛书提出建议，更希望丛书能成为大家的良师益友。

丛书编委会

主 编 (按姓氏笔画排序):

丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真

名誉编委 (按姓氏笔画排序):

万哲先 王 元 石钟慈 齐民友 吴文俊 张景中

编 委 (按姓氏笔画排序):

于 靖 马绍良 王仁宏 王则柯 王善平 井竹君 田 野

冯克勤 曲安京 朱熹平 刘献军 许洪伟 孙小礼 严加安

李文林 李 方 李建华 杨 静 肖 杰 吴 杰 何红建

沈一兵 张英伯 张顺燕 张海潮 张奠宙 周 坚 郑方阳

郑绍远 胡作玄 胡事民 姚恩瑜 袁向东 顾 沛 徐 浩

翁玉林 黄宣国 康明昌 蔡文端

责任编委 (按姓氏笔画排序):

王善平 李 方

丛书编辑部 (按姓氏笔画排序):

邓宇善 刘献军 杨 静

合作单位:

中国科学院晨兴数学中心

浙江大学数学科学研究中心

丘成桐数学科学中心

《数学与人文》丛书序言

丘成桐

《数学与人文》是一套国际化的数学普及丛书，我们将邀请当代第一流的中外科学家谈他们的研究经历和成功经验。活跃在研究前沿的数学家们将会用轻松的文笔，通俗地介绍数学各领域激动人心的最新进展、某个数学专题精彩曲折的发展历史以及数学在现代科学技术中的广泛应用。

数学是一门很有意义、很美丽、同时也很重要的科学。从实用来讲，数学遍及物理、工程、生物、化学和经济，甚至与社会科学有很密切的关系，数学为这些学科的发展提供了必不可少的工具；同时数学对于解释自然界的纷繁现象也具有基本的重要性；可是数学也兼具诗歌与散文的内在气质，所以数学是一门很特殊的学科。它既有文学性的方面，也有应用性的方面，也可以对于认识大自然做出贡献，我本人对这几方面都很感兴趣，探讨它们之间妙趣横生的关系，让我真正享受到了研究数学的乐趣。

我想不只数学家能够体会到这种美，作为一种基础理论，物理学家和工程师也可以体会到数学的美。用一种很简单的语言解释很繁复、很自然的现象，这是数学享有“科学皇后”地位的重要原因之一。我们在中学念过最简单的平面几何，由几个简单的公理能够推出很复杂的定理，同时每一步的推理又是完全没有错误的，这是一个很美妙的现象。进一步，我们可以用现代微积分甚至更高深的数学方法来描述大自然里面的所有现象。比如，面部表情或者衣服飘动等现象，我们可以用数学来描述；还有密码的问题、计算机的各种各样的问题都可以用数学来解释。以简驭繁，这是一种很美好的感觉，就好像我们能够从朴素的外在表现，得到美的感受。这是与文化艺术共通的语言，不单是数学才有的。一幅张大千或者齐白石的国画，寥寥几笔，栩栩如生的美景便跃然纸上。

很明显，我们国家领导人早已欣赏到数学的美和数学的重要性，在 2000 年，江泽民先生在澳门濠江中学提出一个几何命题：五角星的五角套上五个环后，环环相交的五个点必定共圆。此命题意义深远，海内外的数学家都极为欣赏这个高雅的几何命题，经过媒体的传播后，大大地激励了国人对数学的热情。我希望这套丛书也能够达到同样的效果，让数学成为我们国人文化的一部分，让我们的年轻人在中学念书时就懂得欣赏大自然的真和美。

前言

王善平

19 世纪伟大的挪威数学家阿贝尔 (Niels Henrik Abel, 1802—1829) 说: 要想在数学中取得进步, 你应该研读数学大师而不是他们的学生。¹⁾当然, 要登入数学的殿堂, 不仅应研读大师们的经典论著, 倘有机缘, 最好能聆听他们亲授治学经验。数学大师丘成桐先生于 2018 年 5 月期间在清华大学附属中学与南京外国语学校演讲“我做学问的经验”, 以诗文并茂的形式传授“如何在学术上‘学万人敌’”。紧接着在 6 月, 他又在清华大学 101 教室侃侃而谈“体育和做学问的关系”, 其中结合个人经历和体验以及中外历史典故, 论述了体育不单给予我们健康的身体, 也培养我们的恒心、毅力、纪律和合群的能力, 因而对学习和做研究有很好的帮助。本专辑有幸登载丘先生的这两个演讲, 以飨广大读者。

张首晟教授 (1963—2018) 是当代杰出物理学家, 不幸英年早逝, 令人扼腕! 张教授为吴军博士的著作《文明之光》(第一册)(人民邮电出版社, 2014) 所写的序言“大数据时代感受人文和科技的跨界之美”, 显示他具有广博的文理和中外历史知识以及对事物的深刻洞察力, 读之令人耳目一新。在丘成桐先生的推荐下, 季理真教授向作者提出在《数学与人文》丛书转载的请求, 慨然获准。作者对原文做了适当修改并换用题名“宇宙的灿烂, 文明的辉煌”。本专辑予以登载, 以此纪念张首晟教授。

“数学星空”栏目登载了“宛如来自空无的召唤——数学大师格罗滕迪克的生平(下)”, 以及两篇纪念德国著名代数学家 Wilhelm Killing (1847—1923) 的文章“数学中的千古一文”和“一百周年纪念: Wilhelm Killing 和例外群”。

在“中国数学”栏目中, 殷慰萍的文章“中国多复变学科的创建”, 记叙了华罗庚先生如何把多复变函数论的研究带到中国, 并在艰苦的环境中带领一批学生努力攻关, 使得这门重要的现代数学学科在中国从无到有、发展壮

¹⁾It appears to me that if one wants to make progress in mathematics one should study the masters and not the pupils. — Quoted from an unpublished source by O. Ore in Niels Henrik Abel, Mathematician Extraordinary, p. 138.

大的历史。夏道行先生的“我在浙大的学习经历——暨回忆陈建功先生及其弟子们”，留下了关于 20 世纪 50 年代作为中国现代数学中心之一的浙江大学开展数学研究和人才培养的一段珍贵历史。方建勇的“我与陈省身先生的浙大情缘”，生动描述了一名浙大学生眼中数学大师的音容笑貌以及所留下的终生难忘印象。本栏目还登载了古代数学史大家郭书春先生的两篇介绍性短文“论中国古代数学家·序”和“关于《中华大典·数学典》”。

“数学杂谈”栏目有 7 篇文章：美国数学家 P. R. Halmos 写的“数学有基本元素吗？”把数学中的一些基本概念比作物理化学世界中的元素，颇有妙趣。M. Ram Murty 的“How Google Works——搜索引擎中的线性代数”，帮助我们从数学的角度出发，理解当今最重要的搜索引擎 Google 的工作原理。香港大学数学系教授程玮琪和张海愉写的“趣谈妙用概率论”，以通俗的语言讲述了概率论的简史以及概率论在人类各个活动领域中种种有趣的应用。英国传奇数学家图灵在计算机、人工智能和密码破解领域的开创性贡献已广为人知；较少为人所知的是，他还开创了一门用数学方法描述生物界各种结构与图案的形成的重要学科——生物形态发生学。Thomas Woolley 的“不可思议的生物形态发生”，介绍了图灵这一开创性工作。Cédric Villani 是法国庞加莱研究所所长、2010 年菲尔兹奖得主，他所写的“算法与人工智能：数据背后的信息”显示，他的研究领域远不止于纯粹数学本身。指南车是中国古代发明的一种有趣装置，它能够在任意的道路上行驶时始终指向一个确定的方向；谁知道对于它的研究竟导致高斯发明了微分几何学！Stephen Sawin 的“指南车：来自微分几何学的邀请”，给我们讲述了这个故事。Clifford H. Taubes 的通俗演讲“4 维流形的已知和未知”，用日常生活中的例子介绍了关于 4 维流形的基本知识。

“数学与物理”栏目登载了三篇文章：王慕道教授的“曲面几何与广义相对论”讲述了三维曲面空间中的两个经典定理及其推广如何与广义相对论中一些基本问题紧密相关。Maxim Kontsevich 是俄裔法籍数学物理学家，1998 年菲尔兹奖得主。此处登载了他在日本东京大学 IPMU 研究所接受采访的记录，其中谈到他的学习和研究的经历，以及数学与物理之间的关系。叶高翔教授的“解开宇宙之谜的钥匙——微分方程”从科学发展史的角度阐述了微分方程对于认识物理世界的重要意义。

目 录

专稿

- 3 我做学问的经验 (丘成桐)
- 24 体育和做学问的关系 (丘成桐)
- 29 宇宙的灿烂, 文明的辉煌 (张首晟)

数学星空

- 37 宛如来自空无的召唤
——数学大师格罗滕迪克的生平 (下)
(Allyn Jackson, 译者: 翁秉仁)
- 65 数学中的千古一文
(A. J. Coleman, 译者: 周善有, 校订者: 戴宗铎)
- 81 一百周年纪念: Wilhelm Killing 和例外群
(Sigurdur Helgason, 译者: 周善有, 校订者: 戴宗铎)

中国数学

- 89 中国多复变学科的创建 (殷慰萍)
- 94 我在浙大的学习经历
——暨回忆陈建功先生及其弟子们
(夏道行, 录音及整理: 方建勇)
- 98 我与陈省身先生的浙大情缘 (方建勇)

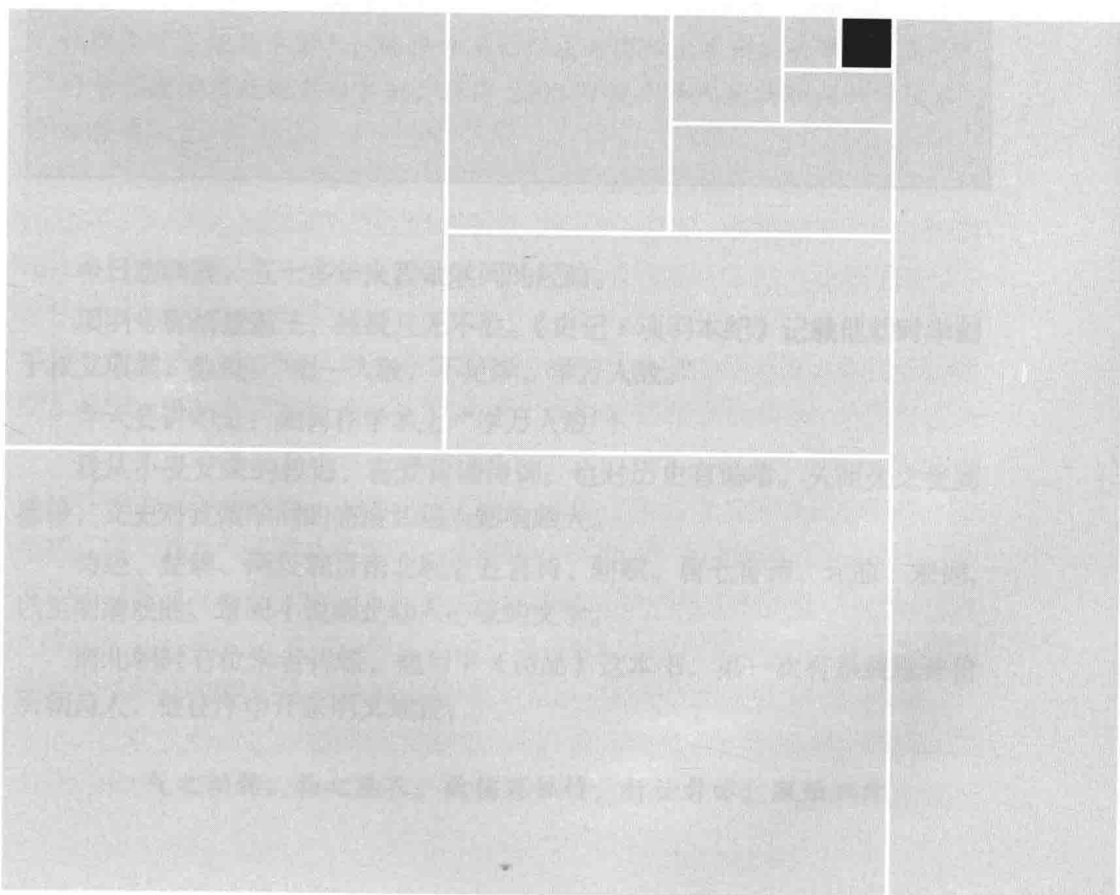
- 101 论中国古代数学家·序(郭书春)
104 关于《中华大典·数学典》(郭书春)

数学杂谈

- 117 数学有基本元素吗?(P. R. Halmos, 译者: 陈见柯)
130 How Google Works
——搜索引擎中的线性代数(M. Ram Murty, 整理: 陈丽伍)
142 趣谈妙用概率论(程玮琪, 张海愉)
158 不可思议的生物形态发生(Thomas Woolley, 译者: 杨夕歌)
163 算法与人工智能: 数据背后的信息(Cédric Villani, 译者: 吴帆)
169 指南车: 来自微分几何学的邀请(Stephen Sawin, 译者: 刘建新)
183 4 维流形的已知和未知
(Clifford H. Taubes, 整理者: 王丽萍, 译者: 赵全庭)

数学与物理

- 201 曲面几何与广义相对论(王慕道)
210 Maxim Kontsevich 在东京大学 IPMU 研究所的访谈录
(采访者: 斋藤恭司, 译者: 何健飞)
215 解开宇宙之谜的钥匙
——微分方程(叶高翔)



我做学问的经验

丘成桐

丘成桐，当代数学大师，现任哈佛大学讲座教授，1971年师从陈省身先生在加州大学伯克利分校获得博士学位。发展了强有力的偏微分方程技巧，使得微分几何学产生了深刻的变革。解决了卡拉比（Calabi）猜想、正质量猜想等众多难题，影响遍及理论物理和几乎所有核心数学分支。年仅33岁就获得代表数学界最高荣誉的菲尔兹奖（1982），此后获得MacArthur天才奖（1985）、瑞典皇家科学院 Crafoord 奖（1994）、美国国家科学奖（1997）、沃尔夫奖（2010）等众多大奖。现为美国科学院院士、中国科学院和俄罗斯科学院的外籍院士。筹资成立浙江大学数学科学研究中心、香港中文大学数学研究所、北京晨兴数学中心和清华大学数学科学中心四大学术机构，担任主任，不取报酬。培养的60余位博士中多数是中国人，其中许多已经成为国际上杰出的数学家。由于对中国数学发展的突出贡献，获得2003年度中华人民共和国科学技术合作奖。

今日想谈谈，五十多年来我做学问的经验。

项羽号称西楚霸王，战役几无不胜。《史记·项羽本纪》记载他幼时学剑于叔父项梁，他说：“剑一人敌，不足学，学万人敌。”

今天要讲的是：如何在学术上“学万人敌”！

我从小受父亲的教诲，喜爱背诵诗词，也对历史有偏嗜。久而久之受到感染，文史对我做学问的态度和观点影响颇大。

诗经、楚辞、两汉魏晋南北朝之五言诗、骈赋、唐七言诗、元曲、宋词，以至明清戏曲、章回小说都是动人心弦的文学。

南北朝时有位学者钟嵘，他写下《诗品》这本书，第一次有系统地评价历朝诗人，他在序中开宗明义地说：

气之动物，物之感人。故摇荡性情，行诸舞咏。照烛三才，



出生不久，与父亲合影，摄于汕头

晖丽万有。灵祇待之以致飧，幽微藉之以昭告。动天地，感鬼神，莫近于诗。

可见文以气为主，这一点和儒家的经学相似。孟子说：我善养吾浩然之气也。

我为什么总喜欢谈这个事情，因为做大学问必须要有激荡性情的种子，才能够看得远，够持久，不怕失败！

只有具开创性的学者，才能窥探大自然深藏的真和美。如何去发掘这种真和美？这有如撞钟，叩之小者则小鸣，叩之大者则大鸣。

十三年前我写了一篇文章讨论数学和中国文学的关系（编注：“数学与中国文学的比较”，收录于“数学与人文”第16辑：《数学与生活》），用意是启发我的学生如何做出留名青史的工作。可惜的是，有部分人却认为文章牵强附会，有个北大毕业的甚至在网上取笑我，无知之余又复可笑，完全不懂做学问的精髓。

当今中国的学者都以诺贝尔奖为终生奋斗目标，其次者则以国际大奖为荣，论文发表在 *Science* 或 *Nature* 就异常兴奋，奔走相告。此外，成为院士也是另一努力的方向，毕竟院士可以通过不同的手段获得，一登龙门，名动公卿，更可教而优则仕。

坦白说，上述的想法都无可厚非。但是纵观历史，最伟大的学术成就不是这样产生的。

回顾阿基米德、伽利略、牛顿、高斯、黎曼、麦克斯韦、爱因斯坦、

狄拉克等伟大科学家，成就乃是人类文明进程的标记，他们工作的出发点都非为名利。

举例来说，屈原作《离骚》，司马迁作《史记》，曹雪芹写《红楼梦》，都是意有所郁结，要将一生的理念，一生的情怀，向后世倾诉。我年少时，父亲教导我《文心雕龙》中一段说：

身与时舛，志共道申，标心于万古之上，而送怀于千载之下。

这是什么意思呢？人生一世，有时而尽，但是我们的理念和学说，却可以不受时间的限制，我们可以和古人神交，也可以将我们的想法传到后世。

纵观古今学问上的大成就，都是站在巨人的肩膀上完成的。首先，我们要问，为什么要这样做？正如清华大学四大导师之一的王国维曾经说，学问第一境界可以用下面的宋词句子来描述：

昨夜西风凋碧树，独上高楼，望尽天涯路。

为什么要望远？因为望得远才能够做出传世的工作，传世的工作才称得上重要。获得奖项或成为院士的学者，其作品未必足以传世。事实上，学术研究亦有一定程度的市场规律，学者对大自然认识愈深，作品愈通达完美，则愈多后继者研习其论文，并沿着相同的路径走下去，征引既多，开拓愈广，文章便传世了。

做大学问不但要目光远大，同时也要胸襟广阔，愿意接受不同的意见，是以百川汇河，有容乃大。如何才能培养广阔的胸怀呢？

这要从“巨人”的身上看，巨人之所以能够创造传世的学问，自然有他们独特的理由。无论他们生长的环境，文化的氛围，对学问的看法，做研究的态度，尤其是他们屡败屡战、反复改进而事竟成的过程，都值得我们去揣摩学习。

人类对于大自然的了解是一个累积的过程，知识日夕更新，挑战不断涌现，久而久之，我们往往会忘记了那些开天辟地巨匠深刻的原意。

举个例子来说，我学习黎曼几何差不多五十年了。但是黎曼一八五四年那篇开创性的著名论文，直到七年前我才仔细读了。这让我感到很惊讶，即使在百多年后的今天，它深刻的内容仍如一个宝藏，埋藏着尚待发掘的东西。

我发现一百六十多年来，几何学家都没有将这篇伟大的论文彻底弄清楚。这事情值得现代的几何学家深思，我们必须探究前贤在研究学问时，想法从原始发展到成熟的过程。所以，对学者而言，标心于万古之上是很重要的。

为什么在科学上，要细读重要的论文？因为古人（如黎曼）在创造一门学科的时候，他们对于这学科曾有过通盘的考虑。而在其后这门学问发展的