

# 无黏性土 亚塑性本构理论

熊保林 著



科学出版社

# 无黏性土亚塑性本构理论

熊保林 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书研究了亚塑性理论的结构、发展历程,探讨了二类亚塑性模型——Wu-Bauer 亚塑性模型和 Gudehus-Bauer 亚塑性模型及其模型参数的确定。书中重点介绍了 Gudehus-Bauer 亚塑性模型在复杂应力状况下的模拟情况以及所作的改进工作,包括中主应力 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进,主应力轴旋转 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进,砂土横观各向同性 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进以及循环荷载作用下 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进。

本书可作为岩土工程、地质工程、勘查工程等专业的技术人员及高等院校相关专业的教师、研究生的参考用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

无黏性土亚塑性本构理论/熊保林著. —北京: 科学出版社, 2015  
ISBN 978-7-03-043214-8

I. ①无… II. ①熊… III. ①无黏性土-土物理性质-研究 IV. ①TV441

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 022133 号

责任编辑: 童安齐/责任校对: 王万红  
责任印制: 吕春珉/封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号  
邮政编码: 100717  
<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2015 年 2 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)  
2015 年 2 月第一次印刷 印张: 11 1/4

字数: 220 000

定价: 60.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换<双青>)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137026

版权所有, 侵权必究

举报电话: 010-64030229; 010-64034315; 13501151303

## 前 言

土的本构模型研究在土力学中处于比较重要的位置,至今已有上百个模型建立。在这些本构模型中,很少能够包含孔隙比等相关的变量。另外,对于砂土材料,虽然物质组成是相同的,但是不同的初始孔隙比是作为不同的材料来处理的,这应该说是存在一定问题的。在这些模型里,剑桥模型是一个例外,它的屈服面尺寸可以通过孔隙比来改变,虽然其已经成功的用于黏性土,但是它没有考虑到应变软化和摩擦型颗粒体材料的膨胀性。针对传统弹塑性理论的这些缺点,近几十年来,在颗粒材料的本构关系领域,人们提出了一种新的理论——亚塑性理论。该理论起源于理性力学,它以张量函数为工具,以热力学理论为基础,抛弃了传统弹塑性理论中塑性潜能、流动准则、硬化准则、屈服面和应变分解为弹性应变和塑性应变等概念,直接建立应力率与应变率之间的关系,并且亚塑性理论覆盖了从密度较小到密度很大的范围,能够用于初始塑性变形或者完全发展的塑性变形。所以,它比以实验结果为基础的传统弹塑性本构理论具有明显的优势。

亚塑性理论是在亚弹性理论的基础上,相对于塑性理论而提出的。该理论认为,材料的客观应力率取决于当前的应力和应变率。由于客观应力率、应力和应变率均为二阶对称张量,客观应力率关于应力和应变率的函数就是两个对称张量的函数。此外,因二元对称张量函数有其严密的数学基础和完整的一般表达式,因此,该理论建立的本构关系可以用非常简捷的数学表达式表示出来,并能考虑应力路径的影响。

本书基于亚塑性理论研究无黏性土的力学特性。在对亚塑性理论最新研究成果及最新进展进行总结评述的基础上,本书介绍了亚塑性理论的基本原理,同时对两类亚塑性模型——Wu-Bauer 亚塑性模型和 Gudehus-Bauer 亚塑性模型进行了深入研究:探讨了 Wu-Bauer 亚塑性模型和 Gudehus-Bauer 亚塑性模型各自参数的确定方法;相比 Wu-Bauer 亚塑性模型, Gudehus-Bauer 亚塑性模型具有显著优点,如可以反映密度或者孔隙比的变化对应力状态的影响,可以考虑密砂的应变软化特性等。另外, Gudehus-Bauer 亚塑性模型可以考虑一定的路径相关性,例如可以考虑排水和不排水情况下的应力路径,可以考虑三轴实验、等向压缩实验、侧限压缩实验加载和卸载的应力路径,还可以考虑是体积膨胀还是体积压缩的应变路径,以及考虑简单加载以及复杂应力状态下的应变

路径等。

本书重点研究了 Gudehus-Bauer 亚塑性模型在复杂应力状况下的模拟情况以及所做的改进工作,包括考虑中主应力 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进,主应力轴旋转 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进,砂土横观各向同性 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进以及循环荷载作用下 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进。通过这些改进,扩大了亚塑性理论的应用范围和应用深度,对亚塑性理论的推广应用起到一定的促进作用。

本书的出版得到了国家自然科学基金项目“动主应力轴连续旋转下饱和砂土的亚塑性本构模型及其液化机理研究(51108283)”、河北省自然科学基金项目“动主应力轴连续旋转下饱和砂土的亚塑性本构模型及其液化机理研究(E2014210092)”、河北省高等学校科学技术研究重点项目“基于亚塑性理论复杂应力下土的强度和变形特性及其应用研究(ZD2010211)”及石家庄铁道大学优秀青年科学基金资助,在此表示衷心的感谢。

在本书的撰写过程中参阅了大量的文献资料,在此向原作者表示感谢,同时对在本书撰写过程中给予热情帮助的人员表示衷心感谢。由于作者时间紧促、水平有限,书中不足之处在所难免,敬请读者批评指正,以便修订完善。

熊保林

2014年12月

# 目 录

前言	
第 1 章 绪论	1
1.1 亚塑性本构理论研究概况	1
1.1.1 无黏性土亚塑性理论研究概况	1
1.1.2 黏性土亚塑性本构理论研究概况	4
1.1.3 亚塑性理论的分类	5
1.2 亚塑性理论在岩土工程中应用研究概况	5
1.2.1 亚塑性理论在土的剪切带中的应用	5
1.2.2 亚塑性理论在砂土液化中的应用	6
1.2.3 亚塑性理论在确定地基承载力中的应用	7
1.3 本书研究内容	8
第 2 章 亚塑性基本理论	10
2.1 亚塑性材料的定义	10
2.2 亚塑性本构方程的限制条件	11
2.3 亚塑性本构方程的通用形式	12
2.4 亚塑性理论与传统弹塑性理论差别	13
2.5 亚塑性方程的破坏面和流动法则	14
2.6 模量的表达式	15
2.7 小结	20
第 3 章 Wu-Bauer 亚塑性模型及其参数确定	21
3.1 Wu-Bauer 亚塑性模型	21
3.2 Wu-Bauer 亚塑性模型参数的确定	22
3.2.1 Wu-Bauer 亚塑性模型参数的确定以及存在的问题	22
3.2.2 Wu-Bauer 亚塑性模型参数确定方法存在的问题	24
3.3 基于单形调优法 Wu-Bauer 亚塑性模型参数确定方法的改进	25
3.3.1 单形调优法的基本思想	25
3.3.2 单形调优法确定 Wu-Bauer 亚塑性模型参数的步骤	25
3.3.3 基于单形调优法确定的 Wu-Bauer 亚塑性模型参数	26
3.4 用实验验证 Wu-Bauer 亚塑性模型参数确定改进方法的正确性	28

3.4.1	三轴实验验证改进方法的正确性	28
3.4.2	加卸载实验的验证	30
3.4.3	侧限压缩实验的验证	30
3.4.4	多级加载实验的验证	31
3.5	小结	32
第4章	Gudehus-Bauer 亚塑性模型及其参数确定	33
4.1	Gudehus-Bauer 亚塑性模型的假设条件	33
4.2	Gudehus-Bauer 亚塑性模型的分离性	33
4.2.1	向密性	35
4.2.2	渐进行为	36
4.2.3	极限状态	37
4.3	Gudehus-Bauer 亚塑性模型函数的表示法	38
4.3.1	$L$ 和 $N$ 的建议函数	38
4.3.2	密度因子 $f_d$ 和 $f_e$	41
4.3.3	孔隙比的压力依靠	42
4.3.4	向压因子 $f_b$	43
4.4	Gudehus-Bauer 亚塑性模型参数的确定	44
4.4.1	临界摩擦角 $\varphi_c$ 的确定	45
4.4.2	颗粒硬度 $h_s$ 和指数 $n$ 的确定	45
4.4.3	零压力下下限孔隙比 $e_{d0}$ 的确定	47
4.4.4	零压力下上限孔隙比 $e_{i0}$ 的确定	48
4.4.5	零压力下临界孔隙比 $e_{c0}$ 的确定	48
4.4.6	指数 $\alpha$ 的确定	49
4.4.7	指数 $\beta$ 的确定	50
4.5	小结	51
第5章	轴对称条件下 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的性能模拟	52
5.1	Gudehus-Bauer 亚塑性模型一些概念的说明	52
5.1.1	关于加卸载、不可逆变形的说明	52
5.1.2	关于上升段、峰值段和下降段之间过渡的说明	54
5.1.3	关于不同初始孔隙比是否表示不同种材料的说明	55
5.2	三轴固结排水条件下 Gudehus-Bauer 亚塑性模型参数敏感性研究	57
5.2.1	颗粒硬度 $h_s$ 敏感性研究	57
5.2.2	指数 $n$ 敏感性研究	57
5.2.3	临界摩擦角 $\varphi_c$ 敏感性研究	58
5.2.4	指数 $\alpha$ 敏感性研究	59
5.2.5	指数 $\beta$ 敏感性研究	59

5.2.6	零压力下上限孔隙比 $e_{10}$ 敏感性研究	60
5.2.7	零压力下临界孔隙比 $e_{c0}$ 敏感性研究	60
5.2.8	零压力下下限孔隙比 $e_{d0}$ 敏感性研究	61
5.3	Gudehus-Bauer 亚塑性模型应力路径研究	62
5.3.1	Gudehus-Bauer 亚塑性模型应力路径的增量模式	62
5.3.2	三轴固结排水压缩实验的验证	64
5.3.3	三轴固结不排水实验的验证	65
5.3.4	三轴固结排水加卸载实验的验证	65
5.3.5	等向压缩实验的验证	66
5.3.6	侧限压缩实验的验证	67
5.3.7	三轴多级加载实验的验证	67
5.4	Gudehus-Bauer 亚塑性模型应变路径研究	68
5.4.1	简单加载情况下应变路径研究	69
5.4.2	三轴压缩情况下应变路径研究	69
5.4.3	三轴伸长情况下应变路径研究	70
5.4.4	加卸载情况下应变路径研究	70
5.5	小结	71
第 6 章	考虑中主应力影响 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	72
6.1	Gudehus-Bauer 亚塑性模型对真三轴实验模拟情况	72
6.2	考虑中主应力 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	73
6.2.1	改进方法 1	73
6.2.2	改进方法 2	73
6.2.3	改进方法 3	73
6.3	Gudehus-Bauer 亚塑性模型改进后的验证	74
6.3.1	中主应力参数为一般值的验证	74
6.3.2	中主应力参数为特殊值的验证	77
6.4	小结	78
第 7 章	考虑主应力轴旋转 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	79
7.1	Gudehus-Bauer 亚塑性模型涉及的相关应力率	79
7.2	考虑主应力轴旋转 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	81
7.2.1	扭转条件下应力状态张量	81
7.2.2	Green-MeInnis-Naghdli 应力率的引入	82
7.2.3	Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	86
7.3	考虑主应力轴旋转 Gudehus-Bauer 亚塑性模型改进后的模拟和验证	86
7.3.1	模拟和验证 1	86
7.3.2	模拟和验证 2	88
7.4	小结	89

第 8 章	考虑砂土横观各向同性 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	90
8.1	Gudehus-Bauer 亚塑性模型向量形式	90
8.2	横观各向同性条件下 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	91
8.2.1	考虑各向异性 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	91
8.2.2	改进的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型新增参数确定	93
8.3	改进的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型对三轴固结排水实验的模拟和验证	94
8.3.1	Gudehus-Bauer 亚塑性模型考虑横观各向同性的参数确定	94
8.3.2	改进的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型对三轴固结排水实验的模拟	95
8.3.3	不同初始孔隙比的模拟	96
8.4	改进的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型对侧限压缩实验的模拟	97
8.5	小结	99
第 9 章	循环荷载作用下亚塑性模型的模拟和改进	100
9.1	循环荷载作用下亚塑性模型模拟的缺点	100
9.2	粒间应变张量的引入	101
9.3	循环荷载作用下考虑粒间应变张量 Wu-Bauer 亚塑性模型的改进	106
9.3.1	循环荷载作用下 Wu-Bauer 亚塑性模型的改进	106
9.3.2	用模式搜索法确定粒间应变张量涉及到的本构参数	106
9.3.3	改进的 Wu-Bauer 亚塑性模型对循环侧限压缩实验的模拟	107
9.4	循环荷载作用下考虑粒间应变张量 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	109
9.4.1	循环荷载作用下 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	109
9.4.2	改进的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型对循环侧限压缩实验的模拟	109
9.4.3	改进的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型对循环不排水三轴实验的模拟	111
9.5	循环荷载作用下考虑横观各向同性 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的改进	121
9.6	小结	128
主要参考文献		129
附录 1	侧向压缩程序	136
附录 2	等向压缩程序	140
附录 3	固结不排水程序	144
附录 4	固结排水程序	148
附录 5	直剪模拟程序	153
附录 6	考虑各向异性侧向压缩程序	158
附录 7	考虑各向异性三轴固结排水程序	164

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 亚塑性本构理论研究概况

### 1.1.1 无黏性土亚塑性理论研究概况

Kolymbas 首先创建了亚塑性理论的基本方程, 他用一个简单的非线性张量函数来模拟非弹性材料的性能, 其应力率由两项组成, 即一项与应变率呈线性关系, 另一项与应变率呈非线性关系, 其非线性关系通过应变率的范数体现出来。

Wu 和 Bauer 结合无黏性土的变形特性, 对亚塑性理论基本方程中关于应变率的线性部分和非线性部分的具体形式做了一些改进, 于 1994 年提出了第一个较为实用的亚塑性模型——四参数亚塑性模型 (称为 Wu-Bauer 亚塑性模型), 并将该本构关系用于无黏性土的变形分析。通过对三轴压缩实验的偏应力与轴向应变曲线以及径向应变与轴向应变曲线上的两点就可以建立关于四个本构参数的线性方程组, 通过求解方程组就可以得到模型参数。该模型可以体现密砂的剪胀特性, 松砂的剪缩特性和应变硬化特性。由于该模型没有引入临界状态等概念, 该模型不能反映应力-应变关系中出现峰值后的下降段, 也就不能体现密砂的应变软化特性。

对于同种砂, 四参数亚塑性模型的本构常数随着密实度 (或者孔隙比) 的变化而改变, 说明该模型的一组本构参数只能适用于描述一定密度范围内土颗粒材料的力学特性, 也就是说不能考虑孔隙比的影响, 针对这一缺点, 在 20 世纪 90 年代后期, Gudehus 和 Bauer 又提出了考虑孔隙比影响的本构模型——八参数亚塑性模型 (称为 Gudehus-Bauer 亚塑性模型)。

与此同时, von Wolffersdorff 也提出了一个考虑孔隙比影响的本构模型——八参数亚塑性模型 (称为 von Wolffersdorff 亚塑性模型)。相比 Gudehus-Bauer 亚塑性模型, 该模型增加了一个预先定义的考虑偏应力的临界状态面的函数, 而其他变化不大。由于增加了一个临界状态面函数, von Wolffersdorff 亚塑性模型对颗粒材料的破坏过程能够较好的模拟。

Gudehus 通过把液体的束缚部分称作果胶作为一个增加的成分, 得到了广泛应用的饱和颗粒的本构理论的延伸, 其颗粒骨架的力学性能用亚塑性本构方程来描述, 这种方程由三个渐进的解为特征。基于微观上的考虑, 加入了一个果胶体积分量和应力分量。假设在束缚液体的热平衡情况下, 它的状态由固体骨架、固体性质和液体的状态决定。对于果胶状态变量, 提出了简单张量函数, 这样它们

的演化就与固体成分联系在一起,因而就可以考虑带有果胶的颗粒混合物的各种力学特性。

Gudehus-Bauer 亚塑性模型可以反映密实度的变化对应力状态的影响,对于不同密实的同种颗粒材料,这类模型可采用一组本构参数来表示,所不同的仅仅是采用不同的孔隙比来区分不同的密实度。由于引进了临界孔隙比等概念,该模型除了体现 Wu-Bauer 亚塑性模型的一些特性外,还可以体现某些密砂的应变软化特性以及砂土在受力状况下表现的非线性特性,能够反映三轴伸长、三轴压缩、侧限压缩和固结不排水等应力路径。

各向异性砂的力学特性是目前实验和理论研究非常感兴趣的课题。土的各向异性既源于原生,又源于次生:前者是由于沉积作用引起的,后者只有在各向不均等的压力作用下才能反映出来。在考虑砂的各向异性方面,亚塑性理论占有一定优势,这是因为亚塑性理论没有把应变分解为弹性和塑性部分的假设,这样就使得各向异性的强度和变形联合处理成为可能。Wu 在四参数亚塑性模型的基础上通过考虑客观性原理和材料对称性条件,引入一个向量来完成四参数亚塑性本构模型的扩展。扩展后模型的显著特征是它良好的组成和仅含有几个材料参数的结构。通过模型计算结果与实验结果的对比表明扩展后模型可以考虑各向异性砂的显著特性,并且还可以看到松砂比密砂更易显现各向异性。

Herle 和 Gudehus 通过颗粒组的简单实验就可以确定 von Wolffersdorff 亚塑性模型的本构参数,这其中包括测休止角,测最大、最小干密度,密砂试样的三轴剪切实验,以及初始松砂试样和初始密砂试样的侧限压缩实验。此外,他们对六种不同的石英砂和一种砂砾给出了一些简单的校核计算,结果显示亚塑性模型的参数跟颗粒组的颗粒性质紧密相关。通过颗粒组的测试指标与颗粒性质的紧密关系可知:对于砂和砂砾,中间颗粒直径、不均匀系数、颗粒形状和硬度对评估颗粒性质在亚塑性模型参数的影响方面十分重要。

基于二阶功的正定性的假设,Chambon 和 Caillerie 对亚塑性模型的存在性和唯一性进行了分析,其存在性原理是 Lax-Milgram 定律的一般化,而唯一性原理是基于著名的 Hill 独一性函数,并且存在性原理所作的假设要强于唯一性原理所作的假设。这意味着如果可以证明解是存在的,那么这个解必然是唯一的。对于某个区域的所有点二阶功的正定性可以证明是亚塑性模型边界值问题唯一性的充分条件。

Sevendsen、Hutter 和 Laloui 借助于一个二阶对称张量值的内在变量,在考虑 Muller-Liu 熵定律情况下,建立了热力学公式。可以看到对于亚弹性类型的模型,存在一个真的非弹性平衡 Cauchy 应力。但是,这种应力对亚塑性模式并不存在,这是由于亚塑性是增量非线性和率独立的。借助于热力学平衡概念的狭义广义性,也就是热力学准平衡,这时候就可以用公式建立对亚塑性模型的 Cauchy 应力。同

时,还可以证明对于 Cauchy 应力的准平衡表示的是一种所谓的准静态应力热力学的一般形式。

为了更好地描述压力和密度对材料性能的影响, Bauer 把 Casagrande 临界状态概念植入八参数亚塑性模型中,这样可以易于描述压缩和膨胀特性,同时研究了各种预先定义的带有圆锥形临界应力面极限条件的适用性。对于由于压力产生较大变形时 Green 和 Naghdi 给出的客观应力率,建议用 Zaremba 和 Jaumann 给出的客观应力率代替。

Berezin、Osinov 和 Hutter 用亚塑性模型研究了轻微干扰下颗粒材料中波的传播。对于一维干扰的动态方程可以减少为非线性波动方程组。在这个方程组里所有的三个速度分量都是相互耦合的。如果波传播方向与一个应力张量的主轴一致,对于两个横向分量的方程变成与纵向运动不耦合的线性波动方程,而对于纵向分量的方程仍保留非线性并包含横向分量。在这种情况下正交于层面方向材料薄层的一个扰动,将引起两个朝相反方向传播的纵向波。这种传播是非对称的:一种波在不改变它的幅度情况下将会变长,而另一种波将会大面积的扩展并且几乎不消失;后者是加载和卸载阵面相互作用的结果,这些阵面在一开始就形成波。而平行于层面方向材料层的一个扰动,将产生两个横向波和两个朝相反方向移动的同样的纵向波,这是速度的纵向分量和横向分量耦合的结果。

史宏彦等将四参数亚塑性模型与临界状态土力学相结合,推导出了一个计算无黏性土静止土压力系数的理论公式。该公式形式简单,仅与土的有效内摩擦角有关,其计算结果与多个经验公式的结果非常接近。

此外 Berezin、Osinov 和 Hutter 用简化的亚塑性方程模拟了充满颗粒材料的半空间里平面波传播的情况。该方程可以考虑不同变形方向情况下刚度的不同值以及膨胀时剪切应变和体积应变的耦合。这两个特征会对纵波的非线性特征和由于横向扰动引起纵向运动的产生起重要作用,结果显示纵向和横向边界上的扰动都会在离边界很远的地方产生相同的纵向波。横向波可以通过线性波方程来描述,因而传播时就不会失真。当纵向波传播时,纵向速度和应力振荡的幅度会随着距离减小,在离边界很远的地方减少为零,因而介质不能在很长距离下做周期性的纵向运动。周期性的扰动最终将会转变成简单的非振荡波,该非振荡波在无限长扰动下是单调的膨胀波,而在衰减扰动下是单循环波。

王洪波、邵龙潭等针对 Gudehus-Bauer 亚塑性模型中颗粒硬度和反映压缩曲线曲率的指数这两个参数实验确定方法的不足,提出用局部搜索最优解来确定这两个参数,并通过大量实验对搜索方法的合理性进行了验证。结果表明,该方法可以有效确定这两个参数。

此外,王洪波、邵龙潭等根据 Gudehus-Bauer 亚塑性模型中颗粒硬度和反映压缩曲线曲率的指数以及压缩曲线推导出了无黏性土压缩实验的应力-应变方程,

并通过大量实验对公式的合理性进行了验证。

张嘎、吴伟等基于亚塑性理论的基本框架和损伤状态函数,提出了一种反映粗粒土力学特性的亚塑性损伤模型,并给出了该损伤模型的参数确定方法。通过该损伤模型与实际工程实验结果的对比,表明该损伤模型可以较好地反映粗粒土强度和围压的非线性特征,以及低围压下剪胀显著、高围压下剪缩较为显著的体变特性。

岑威钧针对亚塑性本构方程率型隐式的特点,推导了求解亚塑性本构方程的隐式数值积分算法,通过引入自适应时间步长技术,对该算法做了进一步改进。通过采用该改进算法所编制的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型有限元程序,对已知算例进行验证表明,该改进算法比较精确。

岑威钧、王修信等通过分析堆石料的工程特性,将能够反映当前亚塑性研究水平的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型做适当改进后引入到堆石料的本构建模中,并将其应用到一典型混凝土面板堆石坝的应力变形数值分析中。理论分析和算例应用表明,所改进的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型能够合理反映堆石料的非弹性、非线性、剪胀剪缩性等的主要应力和应变特性。

### 1.1.2 黏性土亚塑性本构理论研究概况

Bauer 和 Wu 根据毛细力作用所想到的,对无黏性砂的四参数亚塑性本构模型引入了内在状态变量和密度因子来表达黏性粉末的特性,新模型的材料参数可以通过传统的实验来确定。通过对石灰石粉末计算结果与实验数据的比较,显示新模型可以考虑黏性粉末的显著特性,例如应力-应变关系的非线性特性,剪切时的体积发生膨胀特性以及不同固结压力下不同伸长强度特性,还有依赖于孔隙比表示的变形历史的黏聚力,峰值后的应变软化一直持续到摩擦残余抵抗力的出现等。

对于淤泥土, Nader 提出了一个新的亚塑性方程。在这个本构方程里,用有显著物理意义的四个材料参数来体现淤泥土的力学特性,这使得校核程序和结果的解释变得容易。该方程能够考虑淤泥土的重要特征例如临界状态、归一化特性、比例变形的特性以及不同应力路径的特性。总体而言,它在预测一些实验测试结果方面的性能和对剑桥黏土模型预测的结果来看,效果不错。在亚塑性理论中不存在弹性区域,相比剑桥模型在应力路径中八面体的缺失将会提供一个较好的现实反映。由于该方程强调应力增量的大小和方向不仅与以前应力状态有关,而且还取决于当前应变增量的大小和方向,能够反映一定的历史依赖性。

Gudehus-Bauer 亚塑性模型已成功应用于砂的力学性能的描述,特别是对于单调变形路径,即使对于高临界摩擦角的软土,模型也能在计算简单实验时产生满意的结果,但是对于低临界摩擦角的软土,模型计算剪切时的增量刚度太低。Herle 和 Kolymbas 基于响应包络线理论通过研究 Gudehus-Bauer 亚塑性方程揭示了这种

不足的原因,并对模型进行了改进。这种改进扭曲临近等向应力状态时的响应包络线,因而增加了剪切时的刚度,这种改进对于接近临界状态时便会消失。对于 Rio de Janeiro 黏土,改进后的 Gudehus-Bauer 亚塑性模型预测的结果与实验结果进行了对比。结果显示,改进模型可以考虑低临界摩擦角软土的力学特性。

### 1.1.3 亚塑性理论的分类

亚塑性理论是一类相对比较新的本构方程,它是从描述岩土材料的非线性和不可逆特性发展起来。对比于弹塑性理论,它的显著特征是材料的反应连续的非线性特征依赖于应变率的方向,而且这个特征并没有借助于把应变率张量分解为可逆和不可逆部分来实现。简单机理的塑性属于一类增量双线性模型,而在复杂机理塑性里,增量非线性采用多线性的形式。在亚塑性里,一个完全的关于应力率和应变率之间的非线性关系给出。更为具体的是,应力率可以写成第一项关于应变率是线性的和第二项简单通过应变率的范数就可以考虑非线性这两项之和。亚塑性理论的总体概括由 Kolymbas 完成,一些评论文章也随后完成。最近的工作由 Wu、Kolymbas 和 Tamagnini 等完成。

为了模拟土颗粒材料的力学性能,在过去几十年里,提出了两种不同的亚塑性理论公式:第一种是由 Kolymbas 等发展的,被称作 K-亚塑性;第二种来源于 Chambon 和 Desrues 等的工作,被称作 CloE-亚塑性。这两种亚塑性理论分享着基本的数学结构,因而在许多方面相近,然而在它们的原始构形中,有一些显著的差别,其中一个重要差别就是创建这两类模型所采用的方法不同:一方面,K-亚塑性是起源于各向同性张量函数的表示法则,用渐进的方式发展的,这就保证了相应本构方程的客观性;而另一方面,CloE-亚塑性是通过一个建设性方法获得的,该方法在一系列基本加载路径的实验结果和非轴向剪切模量(模量矩阵中除对角线上以外的模量分量)局部观察的结果之间用插值的方法得到的。可以证明的是,除了等向和轴对称应力状态下,非轴向剪切模量与轴向剪切模量(模量矩阵中对角线上的模量分量)是独立的。受早期所谓的塑性变形理论、顶点模型和其他模型的影响,自由度也广泛使用在 CloE-亚塑性模型中。这与 K-亚塑性模型显著不同:在 K-亚塑性模型里,非轴向剪切模量隐含着依靠轴向剪切模量。另外,在 CloE-亚塑性里,自由度的概念广泛被使用,而在 K-亚塑性里很少用到。

## 1.2 亚塑性理论在岩土工程中应用研究概况

### 1.2.1 亚塑性理论在土的剪切带中的应用

在模拟剪切局部化现象时,传统的连续理论遇到了限制。由于缺乏内在的长度,传统的本构模型不能衡量剪切带的厚度,当到达分叉点时,数值程序变得不

稳定。在 20 世纪 90 年代后期,亚塑性理论在剪切带的应用得到飞速发展,这里面包括两种亚塑性理论,即非局部亚塑性理论和极亚塑性理论。

非局部亚塑性模型通过把应变分量的范数定义为非局部变量,这样亚塑性方程的线性部分保留局部而引起材料软化的非线性部分将变成非局部,因而这时的亚塑性本构方程可以分成局部和非局部部分。

借助于用范数定义的非局部变量,内在长度参数将会引入亚塑性模型,因而亚塑性方程将不仅仅是 Cauchy 应力,应变率张量和孔隙比的函数,而且还依赖于内在长度参数。这样就使得跟长度量纲一致的一个量作为增加的材料常数出现在本构方程里,因而引起材料软化的亚塑性理论的非线性部分变得非局部并且更有规律。Maie、Tejchman 得到非局部亚塑性模型的数值解法,以及对网格不敏感的计算结果和破坏机理。

基于 Gudehus 和 Bauer 建议的模型,人们创建了亚塑性模型的微极延伸。这个模型由 von Wolffersdorff 和 Bauer 作了修改,并把 Matsuoka 和 Nakai 准则以及其他准则作为临界状态下预先定义的极限条件。这个极亚塑性模型把偶应力作为增加的状态变量,这样颗粒材料对历史的依赖性就可以用三个状态变量来描述,即应力张量、偶应力张量和孔隙比。相应的张量值函数得到延伸并可以考虑应力和偶应力演化的相互作用。在这个模型里,引入了平均颗粒直径,而它是与极效应有关材料参数,可以作为内在长度进行材料性能的描述,因而该模型在模拟剪切带时就可以计算其厚度。

### 1.2.2 亚塑性理论在砂土液化中的应用

众所周知,不排水条件下饱和土的重复循环变形可能导致剪切强度的降低。这就可能使土显现液体的性能,这种现象称作液化。它是由于土的颗粒结构导致的。由于在变形时颗粒的重新分布,承受循环加载的颗粒体倾向于膨胀或者收缩,具体的反应依赖于土颗粒的密度(孔隙比)和变形的幅度。如果颗粒骨架倾向于收缩,这种收缩会被孔隙液体抑制,联结力就会变弱,骨架中的有效应力也会变小。随着有效应力的消失,剪切强度减小并趋向于零,这就导致土的液化。因此,两种因素将会导致循环加载时颗粒体的液化,即一种是每次加载循环后有效应力的持久变化,另一种是依赖于有效应力的刚度。

由强震引起的土的变形幅度可能达到  $10^{-3}$  或更高。这已超过弹性范围,因此要求用适当的塑性模型。亚塑性本构理论对于描写和模拟重复循环变形尤其是颗粒土的液化提供充分的数学工具,因为它可以描述颗粒骨架的物理特性,这些特性包括滞后效应,与硬度有关的压力、密度和变形范围内的膨胀和压缩等。亚塑性模型还包括临界状态的概念。

在用亚塑性模型模拟砂层液化时,首先形成砂层的初始边界值问题,然后借

助于特定砂的亚塑性本构方程用平面波类型数值求解。假设土是饱和的, 在孔隙空间里只有少量的自由空气。为便于比较, 没有气体完全饱和也被考虑。对于描述低层边界的速度, 输入波的影响可以通过周期边界来模拟, 水平和垂直的扰动都被考虑, 研究目的就是追踪土中有效应力的演变过程来揭示液化。由于是增量非线性, 方程可以描述在变形方向改变下刚度的改变。

亚塑性本构方程对特定岩土材料进行校核除了应用静态问题, 也可以模拟单一循环加载引起的土中波传播的情况, 然而对于多次循环加载将产生较高的变形或者应力累积, 这种现象称作棘轮效应。只要颗粒骨架的状态仅由应力或者密度决定, 这种现象就不可避免。这种伪造的效应可以通过包括粒间应变张量的亚塑性扩展模式来消除。粒间应变张量扮演状态变量的角色, 可以决定颗粒间的接触状态, 粒间应变张量携带材料变形历史的信息, 它可以通过积分计算。

借助于亚塑性扩展模式, Osinov 模拟了饱和砂层周期性动态扰动对应力状态的影响, 结果显示充足强的扰动将会导致有效应力的减少和砂的液化。液化的程度(深度的函数)是不均匀的, 而且水平和垂直扰动将会导致完全不同的液化模式: 水平扰动引起的液化区将局部在较薄区域, 它会将液化层分成独立的部分; 垂直扰动仅会带来几米厚的单一液化区域, 这一区域位于砂层的上部。

### 1.2.3 亚塑性理论在确定地基承载力中的应用

对于颗粒材料, 由于颗粒大小和压力水平的影响, 模型地基的承载能力并不能直接转化为大型原型地基。中间颗粒直径的增加以及压力水平的增大都会增加地基承载力, 因而模型测试将会高估大型地基的承载能力; 颗粒大小也会影响颗粒材料的剪切抵抗能力, 这种抵抗能力随着颗粒直径的增加而增大。另外, 压力水平对颗粒的内摩擦角和膨胀角也有影响, 随着压力水平的增加, 最大内摩擦角和最大膨胀角会变小, 作为结果, 剪切抵抗力也会降低, 所以地基承载力的现实预测就需要通过考虑压力水平和中间颗粒直径的本构模型来完成。这两种因素还将影响加载时地基发生在较密颗粒材料剪切区域的厚度, 这个厚度与地基承载力连在一起。颗粒材料剪切区域的厚度将会随着中间颗粒直径、压力水平和初始孔隙比的增加而增加。

对于需要具备压力水平和中间颗粒直径的本构模型, 也正是极亚塑性理论所具备的。Tejchman 和 Herle 通过有限单元法和极亚塑性本构模型结合起来研究了砂型地基的承载力。极亚塑性本构模型可以通过极量包括旋转、曲率、耦合应力和特征长度来扩展非极亚塑性模型得到, 它可以考虑颗粒体的显著特征以及考虑剪切局部化。该模型的有限元计算表明: 砂基的承载能力随着地基的宽度、砂的初始密度以及砂的中间颗粒直径的增加而增大, 而这些与相关实验结果吻合良好。

### 1.3 本书研究内容

本书的研究对象主要针对无黏性土，围绕亚塑性本构模型也做了一些研究。本书以 Wu-Bauer 亚塑性模型和 Gudehus-Bauer 亚塑性模型两类亚塑性模型为基础，在对亚塑性本构理论研究成果及最新进展进行总结评述的基础上，介绍了两类亚塑性模型——Wu-Bauer 亚塑性模型和 Gudehus-Bauer 亚塑性模型，重点就 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的结构、性能开展研究。针对 Gudehus-Bauer 亚塑性模型不能考虑中主应力、主应力轴旋转和各向异性的影响，分别对模型进行了改进。最后探讨了循环荷载作用下的 Wu-Bauer 亚塑性模型和 Gudehus-Bauer 亚塑性模型存在的问题，并进行了改进。本书始终以 Gudehus-Bauer 亚塑性本构模型为主线，Wu-Bauer 亚塑性模型为辅线。

本书主要在以下几个方面开展研究工作：

(1) 全面回顾了亚塑性本构理论的发展历程，包括不同种类的亚塑性模型；探讨了亚塑性理论在岩土工程中的应用情况，比较了亚塑性理论与传统弹塑性理论的优点和缺点；探讨了亚塑性理论的定义以及所要满足的限制条件。

(2) 对 Wu-Bauer 亚塑性模型的结构进行了研究。阐述了 Wu-Bauer 亚塑性模型参数确定方法存在的不足，并提出了一种基于单形调优法的改进方法，然后通过实验对改进方法的可靠性进行了验证。

(3) 对 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的结构进行了研究，对其八个本构参数的确定进行了详细介绍，并对各个参数的物理含义进行了说明。同时对 Wu-Bauer 亚塑性模型和 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的优点和缺点进行了对比分析。

(4) 对轴对称条件下 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的性能进行了深入研究。对 Gudehus-Bauer 亚塑性模型一些概念的解释进行了进一步分析；探讨了 Gudehus-Bauer 亚塑性模型的八个本构参数各自的变化对三轴固结排水条件下峰值强度和体积变形的影响程度；针对亚塑性模型是一个增量形式的本构模型，研究了在不同应力路径情况和不同应变路径情况下 Gudehus-Bauer 亚塑性本构模型的无黏性土的变形特性和强度特性。

(5) 分析了 Gudehus-Bauer 亚塑性模型不能考虑中主应力影响的原因。针对其不能考虑中主应力的影响，提出了三种简单的改进方法，其中前两种是在 Duncan-Zhang 模型考虑中主应力影响的修正方法的基础上提出的；后一种是基于 Gudehus 提出的响应包络线理论提出的一种改进。改进后三种模型或多或少能够体现一些中主应力对砂土强度和变形的影响。

(6) 针对 Gudehus-Bauer 亚塑性模型不能考虑主应力轴旋转的影响，通过把 Gudehus-Bauer 亚塑性模型里的 Jaumann 应力率用 Green-MeInnis-Naghdi 应力率代