



全国注册土木工程师（岩土）执业资格考试辅导系列

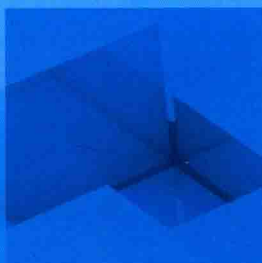
# 注册土木工程师（岩土）基础考试 过关必做 1500 题（含历年真题） （第 4 版）

主编：圣才学习网  
www.100xuexi.com

赠 超值大礼包

- ◆ 本书电子书（手机版、电脑版）
- ◆ 专业答疑+考前押题【封底加群获取】

说明：手机扫码（本书右上角）免费领取本书大礼包。



中国石化出版社

HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM

全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试辅导系列

# 注册土木工程师(岩土)基础考试 过关必做 1500 题(含历年真题)

(第4版)

主编：圣才学习网

[www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com)



中国石化出版社

[HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM](http://www.sinopec-press.com)

## 内 容 提 要

本书是全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试基础考试的过关必做习题集,包括上午考试和下午考试。本书遵循最新考试大纲的内容编排,共分为19章,根据考试内容和相关要求精心编写了约1500道习题,其中包括了部分历年真题。所选习题涵盖了考试大纲规定需要掌握的知识内容,侧重于选用常考重难点习题,并对所有习题进行了详细的分析和解答。

圣才学习网([www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com))提供注册土木工程师(岩土)等各种工程类考试辅导方案【视频课程、电子书、题库等】。购书享受大礼包增值服务【本书电子书(手机版、电脑版)+专业答疑+考前押题】。手机扫码(本书封面的二维码)免费领取本书大礼包。

### 图书在版编目(CIP)数据

注册土木工程师(岩土)基础考试过关必做1500题:  
含历年真题/圣才学习网主编.—4版.—北京:中国石化出版社,2017.10

注册土木工程师(岩土)执业资格考试辅导用书  
ISBN 978-7-5114-4713-5

I. ①注… II. ①圣… III. ①岩土工程-资格考试-习题集 IV. ①TU4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第264631号

未经本社书面授权,本书任何部分不得被复制、抄袭,或者以任何形式或任何方式传播。版权所有,侵权必究。

### 中国石化出版社出版发行

地址:北京市朝阳区吉市口路9号

邮编:100020 电话:(010)59964500

发行部电话:(010)59964526

<http://www.sinopec-press.com>

E-mail: [press@sinopec.com](mailto:press@sinopec.com)

武汉市新华印刷有限责任公司印刷

全国各地新华书店经销

\*

787×1092毫米16开本25.5印张645千字

2018年3月第4版 2018年3月第1次印刷

定价:78.00元

# 全国注册土木工程师(岩土)

## 执业资格考试辅导系列

### 编 委 会

主编：圣才学习网(www.100xuexi.com)

编委：胡 辉 肖 娟 邱亚辉 赵芳微 娄旭海  
涂幸运 段瑞权 倪彦辉 汪怡洛 赵 萌  
肖 萌 张月华 万军辉 李昌付 李如玉

(岩土)注册土木工程师(岩土)执业资格考试

# 序 言

圣才学习网

为了帮助考生顺利通过全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试,我们根据最新考试大纲和相关考试用书编写了注册土木工程师(岩土)执业资格考试辅导系列:

1. 注册土木工程师(岩土)专业基础考试历年真题与考前押题详解
2. 注册土木工程师(岩土)基础考试过关必做1500题(含历年真题)
3. 注册土木工程师(岩土)专业知识考试过关必做1500题(含历年真题)
4. 注册土木工程师(岩土)专业案例考试过关必做500题(含历年真题)

本书是全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试基础考试的过关必做习题集,包括上午考试和下午考试。本书遵循最新考试大纲的内容编排,共分为19章,根据考试内容和相关要求精心编写了约1500道习题,其中包括了部分历年真题。所选习题涵盖了考试大纲规定需要掌握的知识内容,侧重于选用常考重难点习题,并对所有习题进行了详细的分析和解答。

购买本书享受大礼包增值服务!手机扫码(本书封面的二维码)免费领取本书大礼包,具体包括:①本书电子书(手机版、电脑版);②专业答疑+考前押题。

与本书相配套,圣才学习网提供注册土木工程师(岩土)考试网络课程、电子书、题库(免费下载,送手机版)。

圣才学习网([www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com))是一家为全国各类考试和专业课学习提供名师网络课程、电子书、题库(免费下载,送手机版)等全方位教育服务的综合性学习型视频学习网站,拥有近100种考试(含418个考试科目)、194种经典教材(含英语、经济、管理、证券、金融等共16大类),合计近万小时的面授班、网授班课程。

职称资格: [www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com)(圣才学习网)

考研辅导: [kaoyan.100xuexi.com](http://kaoyan.100xuexi.com)(圣才考研网)

圣才学习网编辑部

# 目 录

第一章 高等数学 .....	( 1 )
第一节 空间解析几何 .....	( 1 )
第二节 微分学 .....	( 8 )
第三节 积分学 .....	( 17 )
第四节 无穷级数 .....	( 28 )
第五节 常微分方程 .....	( 33 )
第六节 线性代数 .....	( 36 )
第七节 概率与数理统计 .....	( 44 )
第二章 普通物理 .....	( 53 )
第一节 热 学 .....	( 53 )
第二节 波动学 .....	( 62 )
第三节 光 学 .....	( 66 )
第三章 普通化学 .....	( 74 )
第一节 物质的结构与物质状态 .....	( 74 )
第二节 溶 液 .....	( 79 )
第三节 化学反应速率及化学平衡 .....	( 83 )
第四节 氧化还原反应与电化学 .....	( 87 )
第五节 有机化学 .....	( 90 )
第四章 理论力学 .....	( 95 )
第一节 静力学 .....	( 95 )
第二节 运动学 .....	( 104 )
第三节 动力学 .....	( 110 )
第五章 材料力学 .....	( 122 )
第一节 拉伸与压缩 .....	( 122 )
第二节 剪切与挤压 .....	( 127 )
第三节 扭 转 .....	( 131 )
第四节 截面的几何性质 .....	( 136 )
第五节 弯 曲 .....	( 140 )
第六节 应力状态与强度理论 .....	( 151 )
第七节 组合变形 .....	( 156 )
第八节 压杆稳定 .....	( 160 )
第六章 流体力学 .....	( 165 )
第一节 流体的主要物性与流体静力学 .....	( 165 )
第二节 流体动力学基础 .....	( 170 )
第三节 流动阻力与能量损失 .....	( 175 )

第四节	孔口、管嘴和有压管道恒定流 .....	(178)
第五节	明渠恒定流 .....	(182)
第六节	渗流、井和集水廊道 .....	(184)
第七节	相似原理与量纲分析 .....	(186)
<b>第七章</b>	<b>电气与信息</b> .....	(188)
第一节	电磁学概念 .....	(188)
第二节	电路知识 .....	(191)
第三节	电动机与变压器 .....	(201)
第四节	信号与信息 .....	(205)
第五节	模拟电子技术 .....	(211)
第六节	数字电子技术 .....	(219)
<b>第八章</b>	<b>计算机应用基础</b> .....	(223)
第一节	计算机系统 .....	(223)
第二节	信息表示 .....	(227)
第三节	常用操作系统 .....	(230)
第四节	计算机网络 .....	(232)
<b>第九章</b>	<b>工程经济</b> .....	(238)
第一节	资金的时间价值 .....	(238)
第二节	财务效益与费用估算 .....	(240)
第三节	资金来源与融资方案 .....	(244)
第四节	财务分析 .....	(245)
第五节	经济费用效益分析 .....	(249)
第六节	不确定性分析 .....	(251)
第七节	方案经济比选 .....	(253)
第八节	改扩建项目经济评价特点 .....	(255)
第九节	价值工程 .....	(256)
<b>第十章</b>	<b>法律法规</b> .....	(259)
第一节	中华人民共和国建筑法 .....	(259)
第二节	中华人民共和国安全生产法 .....	(262)
第三节	中华人民共和国招标投标法 .....	(264)
第四节	中华人民共和国合同法 .....	(268)
第五节	中华人民共和国行政许可法 .....	(270)
第六节	中华人民共和国节约能源法 .....	(271)
第七节	中华人民共和国环境保护法 .....	(272)
第八节	建设工程勘察设计管理条例 .....	(273)
第九节	建设工程质量管理条例 .....	(273)
第十节	建设工程安全生产管理条例 .....	(276)
<b>第十一章</b>	<b>土木工程材料</b> .....	(279)
第一节	材料科学与物质结构基础知识 .....	(279)
第二节	材料的性能和应用 .....	(281)

第十二章	工程测量	(291)
第一节	测量的基本概念	(291)
第二节	水准测量	(292)
第三节	角度测量	(293)
第四节	距离测量	(294)
第五节	测量误差的基本知识	(296)
第六节	控制测量	(297)
第七节	地形图的测绘和应用	(298)
第八节	建筑工程测量	(299)
第十三章	职业法规	(301)
第十四章	土木工程施工与管理	(311)
第一节	土石方工程与桩基础工程	(311)
第二节	钢筋混凝土工程与预应力混凝土工程	(313)
第三节	结构吊装工程与砌体工程	(314)
第四节	施工组织设计	(316)
第五节	流水施工原理	(316)
第六节	网络计划技术	(318)
第七节	施工管理	(320)
第十五章	结构力学	(322)
第一节	平面体系的几何组成分析	(322)
第二节	静定结构的受力分析与特性	(323)
第三节	静定结构的位移计算	(326)
第四节	超静定结构的受力分析与特性	(329)
第五节	结构的动力特性与动力反应	(333)
第十六章	结构设计	(335)
第一节	钢筋混凝土结构	(335)
第二节	钢结构	(339)
第三节	砌体结构	(343)
第十七章	岩体力学与土力学	(347)
第一节	岩石的基本物理、力学性能及其试验方法	(347)
第二节	工程岩体分级	(348)
第三节	岩体的初始应力状态	(348)
第四节	土的组成和物理性质	(350)
第五节	土中应力分布及计算	(352)
第六节	土的压缩性与地基沉降	(353)
第七节	土的抗剪强度	(355)
第八节	特殊性土	(356)
第九节	土压力	(357)
第十节	边坡稳定分析	(359)
第十一节	地基承载力	(361)

第十八章	工程地质	(363)
第一节	岩石的成因和分类	(363)
第二节	地质构造和地史概念	(365)
第三节	地貌和第四纪地质	(368)
第四节	岩体结构和稳定性分析	(370)
第五节	动力地质	(372)
第六节	地下水	(376)
第七节	岩土工程勘察与原测试技术	(379)
第十九章	岩体工程与基础工程	(382)
第一节	岩体力学在边坡工程中的应用	(382)
第二节	岩体力学在岩基工程中的应用	(384)
第三节	浅基础	(386)
第四节	深基础	(391)
第五节	地基处理	(396)

# 第一章 高等数学

## 第一节 空间解析几何

单项选择题(每题的备选项中只有一个最符合题意)

1. 设  $\alpha, \beta$  均为非零向量, 则下面结论正确的是( )。[2017 年真题]

- A.  $\alpha \times \beta = 0$  是  $\alpha$  与  $\beta$  垂直的充要条件      B.  $\alpha \cdot \beta = 0$  是  $\alpha$  与  $\beta$  平行的充要条件  
C.  $\alpha \times \beta = 0$  是  $\alpha$  与  $\beta$  平行的充要条件      D. 若  $\alpha = \lambda\beta$  ( $\lambda$  是常数), 则  $\alpha \cdot \beta = 0$

【解析】AC 两项,  $\alpha \times \beta = 0$  是  $\alpha$  与  $\beta$  平行的充要条件。B 项,  $\alpha \cdot \beta = 0$  是  $\alpha$  与  $\beta$  垂直的充要条件。D 项, 若  $\alpha = \lambda\beta$  ( $\lambda$  是常数), 则  $\alpha$  与  $\beta$  相互平行, 则有  $\alpha \times \beta = 0$ 。

2. 若向量  $\alpha, \beta$  满足  $|\alpha| = 2, |\beta| = \sqrt{2}$ , 且  $\alpha \cdot \beta = 2$ , 则  $|\alpha \times \beta|$  等于( )。[2016 年真题]

- A. 2                      B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $2 + \sqrt{2}$                       D. 不能确定

【解析】设两向量  $\alpha, \beta$  的夹角为  $\theta$ , 根据  $\alpha \cdot \beta = 2$ , 解得:  $\cos\theta = \frac{\alpha \cdot \beta}{|\alpha||\beta|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。故  $\sin\theta =$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, |\alpha \times \beta| = |\alpha||\beta|\sin\theta = 2。$$

3. 已知向量  $\alpha = (-3, -2, 1), \beta = (1, -4, -5)$ , 则  $|\alpha \times \beta|$  等于( )。[2013 年真题]

- A. 0                      B. 6                      C.  $14\sqrt{3}$                       D.  $14i + 16j - 10k$

【解析】 $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 14i - 14j + 14k$ , 所以

$$|\alpha \times \beta| = \sqrt{(14)^2 + (-14)^2 + (14)^2} = 14\sqrt{3}。$$

4. 过点  $(1, -2, 3)$  且平行于  $z$  轴的直线的对称式方程是( )。[2017 年真题]

- A.  $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3+t \end{cases}$                       B.  $\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{1}$

- C.  $z=3$                       D.  $\frac{x+1}{0} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{1}$

【解析】由题意可得此直线的方向向量为  $(0, 0, 1)$ , 又过点  $(1, -2, 3)$ , 所以该直线的方程为  $\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{1}$ 。

5. 设直线方程为  $\begin{cases} x=t+1 \\ y=2t-2 \\ z=-3t+3 \end{cases}$ , 则该直线( )。[2010年真题]

- A. 过点(-1, 2, -3), 方向向量为  $i+2j-3k$   
 B. 过点(-1, 2, -3), 方向向量为  $-i-2j+3k$   
 C. 过点(1, 2, -3), 方向向量为  $i-2j+3k$   
 D. 过点(1, -2, 3), 方向向量为  $-i-2j+3k$

【解析】把直线方程的参数形式改写成标准形式  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ , 则直线的方向向量为  $\pm(1, 2, -3)$ , 过点(1, -2, 3)。

6. 已知直线  $L: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$ , 平面  $\pi: -2x+2y+z-1=0$ , 则( )。[2013年真题]

- A.  $L$  与  $\pi$  垂直相交  
 B.  $L$  平行于  $\pi$  但  $L$  不在  $\pi$  上  
 C.  $L$  与  $\pi$  非垂直相交  
 D.  $L$  在  $\pi$  上

【解析】直线  $L$  的方向向量为  $(3, -1, 2)$ , 平面  $\pi$  的法向量为  $(-2, 2, 1)$ ,  $\frac{3}{-2} \neq \frac{-1}{2} \neq \frac{2}{1}$ , 故直线与平面不垂直; 又  $3 \times (-2) + (-1) \times 2 + 2 \times 1 \neq 0$ , 所以直线与平面不平行。所以直线与平面非垂直相交。

7. 设直线  $L$  为  $\begin{cases} x+3y+2z=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ , 平面  $\pi$  为  $4x-2y+z-2=0$ , 则直线和平面( )。[2012年真题]

- A.  $L$  平行于  $\pi$   
 B.  $L$  在  $\pi$  上  
 C.  $L$  垂直于  $\pi$   
 D.  $L$  与  $\pi$  斜交

【解析】直线  $L$  的方向向量为:  $s = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -10 \end{vmatrix} = -28i + 14j - 7k$ , 即  $s = (-28, 14, -7)$ 。

平面  $\pi$  的法线向量为:  $n = (4, -2, 1)$ 。由上可得,  $s, n$  坐标成比例, 即  $\frac{-28}{4} = \frac{14}{-2} = \frac{-7}{1}$ , 故  $s \parallel n$ , 直线  $L$  垂直于平面  $\pi$ 。

8. 设直线方程为  $x=y-1=z$ , 平面方程为  $x-2y+z=0$ , 则直线与平面( )。[2011年真题]

- A. 重合  
 B. 平行不重合  
 C. 垂直相交  
 D. 相交不垂直

【解析】直线的方向向量  $s = (1, 1, 1)$ , 平面的法向量  $n = (1, -2, 1)$ ,  $s \cdot n = 1 - 2 + 1 = 0$ , 则这两个向量垂直, 即直线与平面平行。又该直线上的点(0, 1, 0)不在平面上, 故直线与平面不重合。

9.  $yOz$  坐标面上的曲线  $\begin{cases} y^2+z=1 \\ x=0 \end{cases}$ , 绕  $Oz$  轴旋转一周所生成的旋转曲面方程是( )。

[2016年真题]

A.  $x^2 + y^2 + z = 1$

B.  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

C.  $y^2 + \sqrt{x^2 + z^2} = 1$

D.  $y^2 - \sqrt{x^2 + z^2} = 1$

【解析】一条平面曲线绕其平面上的一条直线旋转一周所形成的曲面为旋转曲面。若  $yOz$  平面上的曲线方程为  $f(y, z) = 0$ ，将此曲线绕  $Oz$  轴旋转一周得到的旋转曲面方程为：

$$f(\pm\sqrt{x^2+y^2}, z) = 0。又 \begin{cases} y^2+z=1 \\ x=0 \end{cases}, 故 x^2+y^2+z=1。$$

10. 在空间直角坐标系中，方程  $x^2 + y^2 - z = 0$  表示的图形是( )。[2014年真题]

A. 圆锥面

B. 圆柱面

C. 球面

D. 旋转抛物面

【解析】在平面直角坐标系中， $z = x^2$  为关于  $z$  轴对称的抛物线。方程  $x^2 + y^2 - z = 0$  表示的图形为在平面  $xOz$  内的抛物线  $z = x^2$  绕  $z$  轴旋转得到的图形，即旋转抛物面。

11. 方程  $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ ，表示( )。[2012年真题]

A. 旋转双曲面

B. 双叶双曲面

C. 双曲柱面

D. 锥面

【解析】方程  $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ ，即  $x^2 + z^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ ，可由  $xOy$  平面上双曲线  $\begin{cases} x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$  绕  $y$

轴旋转得到，或可由  $yOz$  平面上双曲线  $\begin{cases} z^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$  绕  $y$  轴旋转得到。即该方程表示旋转

双曲面。

12. 在三维空间中方程  $y^2 - z^2 = 1$  所代表的图形是( )。[2011年真题]

A. 母线平行  $x$  轴的双曲柱面

B. 母线平行  $y$  轴的双曲柱面

C. 母线平行  $z$  轴的双曲柱面

D. 双曲线

【解析】由于  $\begin{cases} y^2 - z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$  表示在  $x = 0$  的平面上的双曲线，故三维空间中方程  $y^2 - z^2 = 1$  表示双曲柱面， $x$  取值为  $(-\infty, +\infty)$ ，即为母线平行  $x$  轴的双曲柱面。

13. 设有直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{1}$  与  $L_2: \begin{cases} x=3-t \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$ ，则  $L_1$  与  $L_2$  的夹角  $\theta$  等于( )。

[2014年真题]

A.  $\frac{\pi}{2}$

B.  $\frac{\pi}{3}$

C.  $\frac{\pi}{4}$

D.  $\frac{\pi}{6}$

【解析】由题意可知， $\vec{n}_1 = (m_1, n_1, p_1) = (1, -2, 1)$ ，将  $L_2$  的参数形式改为标准形式： $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ ，所以  $\vec{n}_2 = (m_2, n_2, p_2) = (-1, -1, 2)$ ， $\cos\theta =$

$$\frac{|m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2|}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}} = \frac{1}{2}, \text{ 所以 } L_1 \text{ 与 } L_2 \text{ 的夹角 } \theta = \frac{\pi}{3}.$$

14. 曲线  $x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$  与平面  $x + z = a$  的交线在  $yOz$  平面上的投影方程是( ). [2012 年真题]

A.  $\begin{cases} (a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + (a-x)^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + (a-x)^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$       D.  $(a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4$

【解析】在  $yOz$  平面上投影方程必有  $x=0$ , 排除 B 项. 令方程组为:  $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + z^2 = 4 & \text{①} \\ x + z = a & \text{②} \end{cases}$   
 由式②得:  $x = a - z$ . 将上式代入式①得:  $(a - z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ . 则曲线在  $yOz$  平面上投影方程为:  $\begin{cases} (a-z)^2 + 4y^2 + z^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$ .

15. 设  $\alpha, \beta, \gamma$  都是非零向量, 若  $\alpha \times \beta = \alpha \times \gamma$ , 则( ).  
 A.  $\beta = \gamma$       B.  $\alpha // \beta$  且  $\alpha // \gamma$       C.  $\alpha // (\beta - \gamma)$       D.  $\alpha \perp (\beta - \gamma)$

【解析】根据题意可得,  $\alpha \times \beta - \alpha \times \gamma = \alpha \times (\beta - \gamma) = 0$ , 故  $\alpha // (\beta - \gamma)$ .

16. 已知  $a, b$  均为非零向量, 而  $|a + b| = |a - b|$ , 则( ).

A.  $a - b = 0$       B.  $a + b = 0$       C.  $a \cdot b = 0$       D.  $a \times b = 0$

【解析】由  $a \neq 0, b \neq 0$  及  $|a + b| = |a - b|$  知,  $(a + b) \cdot (a + b) = (a - b) \cdot (a - b)$ . 即  $a \cdot b = -a \cdot b$ , 所以  $a \cdot b = 0$ .

17. 设三向量  $a, b, c$  满足关系式  $a \cdot b = a \cdot c$ , 则( ).

A. 必有  $a = 0$  或  $b = c$       B. 必有  $a = b - c = 0$   
 C. 当  $a \neq 0$  时必有  $b = c$       D.  $a$  与  $(b - c)$  均不为 0 时必有  $a \perp (b - c)$

【解析】因  $a \cdot b = a \cdot c \Rightarrow a \cdot (b - c) = 0 \Rightarrow a = 0$  或  $b - c = 0$  或  $a \perp (b - c)$ . 当  $a$  与  $(b - c)$  均不为 0 时, 有  $a \perp (b - c)$ .

18. 已知  $|a| = 2, |b| = \sqrt{2}$ , 且  $a \cdot b = 2$ , 则  $|a \times b| = ( )$ .

A. 2      B.  $2\sqrt{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D. 1

【解析】由  $a \cdot b = 2, |a| = 2, |b| = \sqrt{2}$ , 得  $\cos(a, b) = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 因此

$$|a \times b| = |a| |b| |\sin(a, b)| = 2\sqrt{2} \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 2.$$

19. 设向量  $x$  垂直于向量  $a = (2, 3, -1)$  和  $b = (1, -2, 3)$ , 且与  $c = (2, -1, 1)$  的数量积为  $-6$ , 则向量  $x = ( )$ .

A.  $(-3, 3, 3)$       B.  $(-3, 1, 1)$       C.  $(0, 6, 0)$       D.  $(0, 3, -3)$



面  $x+y+z-2=0$  上; D 项, 点  $(0, 1, 1)$  与两平面不等距离。

24. 设平面  $\alpha$  平行于两直线  $\frac{x}{2} = \frac{y}{-2} = z$  及  $2x = y = z$ , 且与曲面  $z = x^2 + y^2 + 1$  相切, 则  $\alpha$  的方程为( )。

A.  $4x + 2y - z = 0$

B.  $4x - 2y + z + 3 = 0$

C.  $16x + 8y - 16z + 11 = 0$

D.  $16x - 8y + 8z - 1 = 0$

**【解析】**由平面  $\alpha$  平行于两已知直线可得, 平面  $\alpha$  的法向量为:  $\mathbf{n} = (2, -2, 1) \times (1, 2, 2) = -3(2, 1, -2)$ 。设切点为  $(x_0, y_0, z_0)$ , 则切点处曲面的法向量为  $(2x_0, 2y_0, -1)$ , 故  $\frac{2}{2x_0} = \frac{1}{2y_0} = \frac{-2}{-1}$ , 由此解得  $x_0 = \frac{1}{2}$ ,  $y_0 = \frac{1}{4}$ , 从而  $z_0 = x_0^2 + y_0^2 + 1 = \frac{21}{16}$ 。因此  $\alpha$  的方程为:  $2(x - \frac{1}{2}) + (y - \frac{1}{4}) - 2(z - \frac{21}{16}) = 0$ , 即  $16x + 8y - 16z + 11 = 0$ 。

25. 三个平面  $x = cy + bz$ ,  $y = az + cx$ ,  $z = bx + ay$  过同一直线的充要条件是( )。

A.  $a + b + c + 2abc = 0$

B.  $a + b + c + 2abc = 1$

C.  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 0$

D.  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$

**【解析】**由于三个平面过同一直线  $\Leftrightarrow$  线性齐次方程组

$$\begin{cases} x - cy - bz = 0 \\ cx - y + az = 0 \\ bx + ay - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & -c & -b \\ c & -1 & a \\ b & a & -1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1.$$

26. 通过直线  $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 3t + 2 \\ z = 2t - 3 \end{cases}$  和直线  $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = 3t - 1 \\ z = 2t + 1 \end{cases}$  的平面方程为( )。

A.  $x - z - 2 = 0$

B.  $x + z = 0$

C.  $x - 2y + z = 0$

D.  $x + y + z = 1$

**【解析】**化直线的参数方程为标准方程得:  $\frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{3} = \frac{z+3}{2}$ ,  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ 。因点  $(-1, 2, -3)$  不在平面  $x + z = 0$  上, 故可排除 B 项; 因点  $(3, -1, 1)$  不在  $x - 2y + z = 0$  和  $x + y + z = 1$  这两个平面上, 故可排除 CD 两项, 选 A 项。

27. 直线  $L$  为  $\begin{cases} x + 2y + 3z + 1 = 0 \\ 3x - 2y - z + 1 = 0 \end{cases}$ , 平面  $\pi$  为  $2x + 5y - 4z - 2 = 0$ , 则( )。

A.  $L$  平行于  $\pi$

B.  $L$  在  $\pi$  上

C.  $L$  垂直于  $\pi$

D.  $L$  与  $\pi$  斜交

**【解析】**直线  $L$  的方向向量

$$\mathbf{s} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 2(2\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 4\mathbf{k})$$

平面  $\pi$  的法向量  $\mathbf{n} = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ , 所以  $\mathbf{s} \parallel \mathbf{n}$ , 即直线  $L$  垂直于平面  $\pi$ 。

28. 过点  $(-1, 2, 3)$  垂直于直线  $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$  且平行于平面  $7x + 8y + 9z + 10 = 0$  的直线

是( )。

A.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$

B.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$

C.  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$

D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$

【解析】直线  $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$  的方向向量  $s = (4, 5, 6)$ ，平面  $7x + 8y + 9z + 10 = 0$  的法向量  $n = (7, 8, 9)$ 。显然 ABC 三项中的直线均过点  $(-1, 2, 3)$ 。A 项中直线的方向向量  $s_1 = (1, -2, 1)$ ，有  $s_1 \perp s$ ， $s_1 \perp n$ ，可见 A 项中直线与已知直线  $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$  垂直，与平面  $7x + 8y + 9z + 10 = 0$  平行。

29. 若直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$  与  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$  相交，则必有( )。

A.  $\lambda = 1$

B.  $\lambda = \frac{3}{2}$

C.  $\lambda = -\frac{4}{5}$

D.  $\lambda = \frac{5}{4}$

【解析】如果两直线相交，则这两条直线的方向向量与这两条直线上两点连线构成的向量应在同一平面上，由此来确定  $\lambda$ 。点  $A(1, -1, 1)$ ， $B(-1, 1, 0)$  分别为两条直线上的一点，则  $\overrightarrow{AB} = (-2, 2, -1)$ ，两条直线的方向向量分别为  $s_1 = (1, 2, \lambda)$ ， $s_2 = (1, 1, 1)$ ，这三个向量应在同一个平面上，即：

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & \lambda \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4\lambda - 5 = 0, \text{ 解得: } \lambda = \frac{5}{4}.$$

30. 已知曲面  $z = 4 - x^2 - y^2$  上点  $P$  处的切平面平行于平面  $\pi: 2x + 2y + z - 1 = 0$ ，则点  $P$  的坐标是( )。

A.  $(1, -1, 2)$

B.  $(-1, 1, 2)$

C.  $(1, 1, 2)$

D.  $(-1, -1, 2)$

【解析】即求曲面  $S: F(x, y, z) = 0$ ，其中  $F(x, y, z) = z + x^2 + y^2 - 4$  上点  $P$  使  $S$  在该点处的法向量  $n$  与平面  $\pi: 2x + 2y + z - 1 = 0$  的法向量  $n_0 = (2, 2, 1)$  平行。

$S$  在  $P(x, y, z)$  处的法向量  $n = \left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}\right) = (2x, 2y, 1)$ 。 $n // n_0 \Leftrightarrow n = \lambda n_0$ ， $\lambda$  为常数，即  $2x = 2\lambda$ ， $2y = 2\lambda$ ， $1 = \lambda$ 。即  $x = 1$ ， $y = 1$ ，又点  $P(x, y, z) \in S \Rightarrow z = 4 - x^2 - y^2 \Big|_{(x,y)=(1,1)} = 2$ ，求得  $P(1, 1, 2)$  ( $P$  不在给定的平面上)。

31. 母线平行于  $Ox$  轴且通过曲线  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$  的柱面方程为( )。

A.  $3x^2 + 2z^2 = 16$

B.  $x^2 + 2y^2 = 16$

C.  $3y^2 - z^2 = 16$

D.  $3y^2 - z = 16$

【解析】因柱面的母线平行于  $x$  轴，故其准线在  $yOz$  平面上，且为曲线在  $yOz$  平面上的投影，在方程组  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$  中消去  $x$  得： $\begin{cases} 3y^2 - z^2 = 16 \\ x = 0 \end{cases}$ ，此即为柱面的准线，故

柱面的方程为： $3y^2 - z^2 = 16$ 。

32. 曲线  $L: \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = 1 & \text{①} \\ x - 2z + 3 = 0 & \text{②} \end{cases}$  在  $xOy$  面上的投影柱面方程是( )。

A.  $x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0$

B.  $4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0$

C.  $\begin{cases} x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$

【解析】由②得  $z = \frac{x+3}{2}$ ，代入①化简得： $x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0$ ，为  $L$  在  $xOy$  面上的投影柱面方程。

33. 方程  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{3} = 0$  是一旋转曲面方程，它的旋转轴是( )。

A.  $x$  轴

B.  $y$  轴

C.  $z$  轴

D. 直线  $x = y = z$

【解析】由题意有： $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = \frac{z^2}{3}$ ，所以  $z = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{x^2 + y^2}$ 。

故曲面是由直线  $z = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}x$  或  $z = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}y$  绕  $z$  轴旋转而成。

34. 螺旋线  $p: \begin{cases} x = acost \\ y = asint \quad (a, b \text{ 为正常数}) \\ z = bt \end{cases}$  上任一点处的切线( )。

A. 与  $z$  轴成定角

B. 与  $x$  轴成定角

C. 与  $yOz$  平面成定角

D. 与  $zOx$  平面成定角

【解析】设  $M(x, y, z)$  为曲线  $p$  上任一点，则点  $M$  处的切向量为： $l = (-asint, acost, b)$ ，而  $z$  轴的方向向量为  $k = (0, 0, 1)$ ，于是  $l$  与  $k$  的夹角为：

$\theta = \arccos \frac{l \cdot k}{|l| |k|} = \arccos \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 。故该曲线上任一点处的切线与  $z$  轴成定角  $\theta$ 。

## 第二节 微分学

单项选择题(每题的备选项中只有一个最符合题意)

1. 函数  $y = \sin \frac{1}{x}$  是定义域内的( )。[2017 年真题]

A. 有界函数

B. 无界函数

C. 单调函数

D. 周期函数

【解析】因为  $-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1$ ，即函数  $y = \sin \frac{1}{x}$  是定义域内的有界函数。

2. 函数  $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2} + \pi\right)$  在区间  $[-\pi, \pi]$  上的最小值点  $x_0$  等于( )。[2017 年真题]