

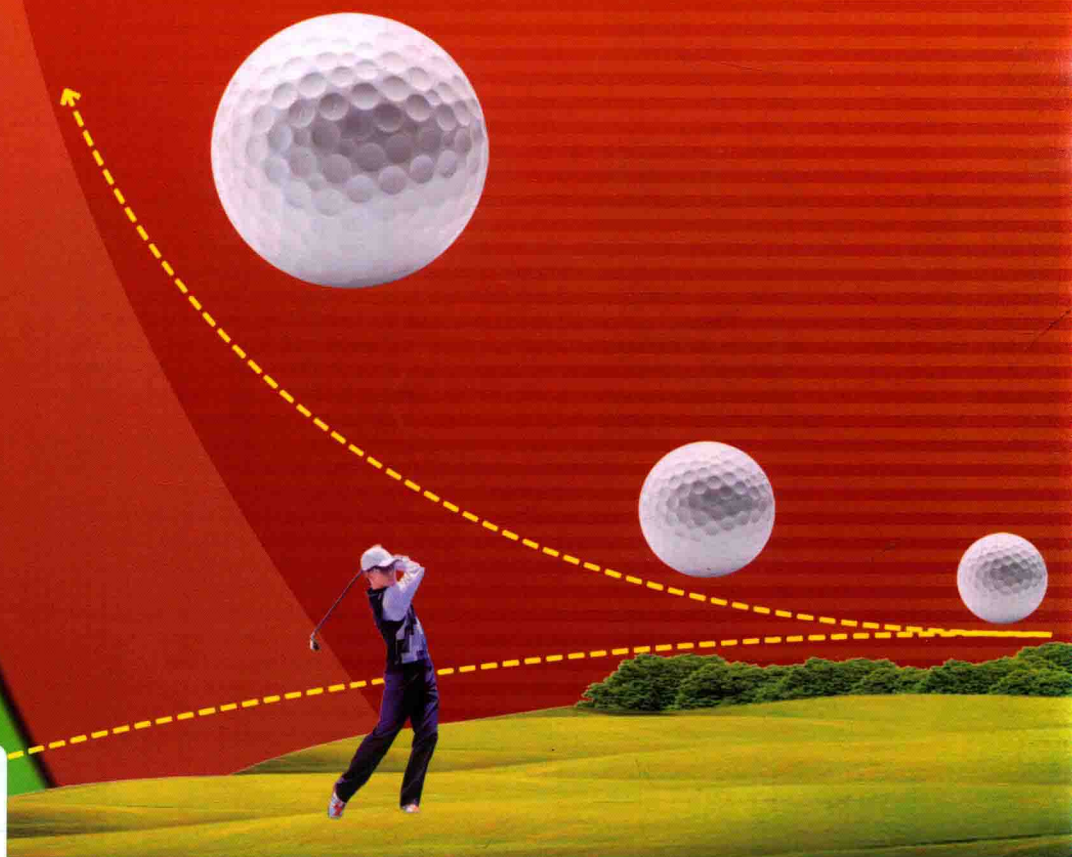


义务教育教科书

九年级上册

数学

SHUXUE



浙江教育出版社

义务教育教科书

数学

九年级上册
SHUXUE

本册教科书编写人员

实验版（2004~2013）

主 编 范良火
副 主 编 岑 申 张宝珍
编写人员 范良火 金才华 王亚权 金克勤
徐鸿斌 岑 申 许芬英

2014年第2版

主 编 范良火
副 主 编 岑 申 张宝珍 许芬英
编写人员 范良火 金才华 许芬英 王亚权
金克勤 岑 申

浙江教育出版社

前言

亲爱的同学：

当这册数学教科书放在你面前时，你又开始了一段新的数学学习之旅。

翻开新书，你会感受到数学世界的精彩：九年级上册主要内容有二次函数，简单事件的概率，圆的基本性质，以及相似三角形。二次函数是刻画现实世界的重要的数学模型，从中我们将进一步学习通过建立函数模型来解决问题的数学思想和方法。通过简单事件的概率的学习，相信你会对现实生活中遇到的必然事件、不可能事件、不确定事件等现象有更好的认识，加深对概率意义的认识，学会简单事件的概率的计算方法和估计方法。圆是一种重要的平面图形，从中我们将学到它的许多有用的性质，相似三角形的学习将使我们进一步认识相似图形的性质，学会如何判定两个三角形相似，并运用相似形的知识解决简单的实际问题。

这册新的数学教科书，保持了前几册的体例、结构和理念。“合作学习”，让你与同伴一起探索新的数学知识、新的教学方法；“探究活动”，使你亲身经历知识的发生过程，体验“发现”的快乐；“阅读材料”帮助你了解许多有趣的数学史实，开阔你的数学视野；而“设计题”和“课题学习”，则为你提高分析和解决问题的能力，并在数学中进行探索、实践和创新提供了机会。

数学是重要的基础学科，是学习物理、化学、地理、生物、经济等学科的必备知识；数学能培养我们的思考能力，增强逻辑性和精确性，使人思维缜密、思路清晰；数学更是认识世界，把握事物本质的科学，具有简洁之美，朴素之真。

数学是严谨的，它需要学习者有足够的勤奋和毅力；但数学并不神秘，只要有充分的兴趣和良好的方法，每个人都可以学好它。

这套教科书按照教育部最新制订的《义务教育数学课程标准》（2011年版）编写的，7~9年级共6册。我们殷切希望它能成为你的朋友，能够帮助你掌握数学知识，提高数学能力，欣赏数学魅力，享受学习乐趣。

祝你学习快乐，学业进步！

编者

目 录



第1章 二次函数

2



第2章 简单事件的概率

36



第3章 圆的基本性质

64



第4章 相似三角形

114

目 录



第1章 二次函数

2



第2章 简单事件的概率

36



第3章 圆的基本性质

64



第4章 相似三角形

114

第1章

二次函数

目录

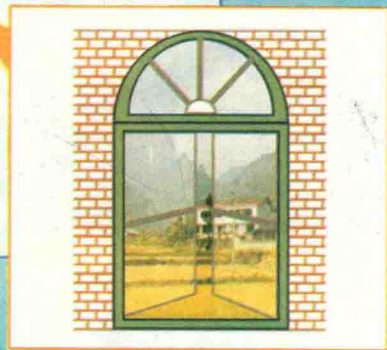
CONTENTS <<

1.1	二次函数	4
1.2	二次函数的图象	7
	● 阅读材料 探索函数 $y=ax^2+bx+c$ 的 系数 a, b, c 与图象的关系	18
1.3	二次函数的性质	20
1.4	二次函数的应用	23
	● 小结	32
	● 目标与评定	33

有一个窗户形状如图,上部是半圆,下部是矩形.如果制作窗框的材料总长为 6 m ,那么如何设计这个窗户,使透光面积最大?

运动员投篮后,篮球运动的路线是怎样一条曲线?怎样计算篮球达到最高点时的高度?

上述问题可以通过二次函数的数学模型来解决.本章我们将学习二次函数的概念,二次函数的图象,并通过图象探索二次函数的性质,以及二次函数的一些简单的实际应用.



1.1 二次函数



一个长方形温室的占地面积为 $y(\text{m}^2)$, 周长为 120 m , 一边长为 $x(\text{m})$. 你能得出 y 关于 x 的函数关系吗?

合作学习

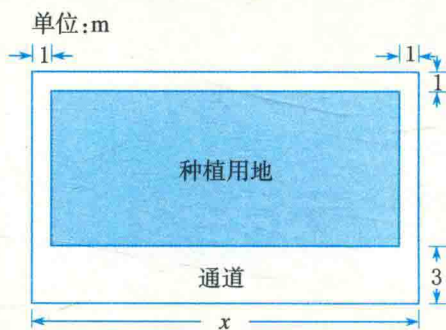
用适当的函数表达式表示下列问题中两个变量 y 与 x 之间的关系.

(1) 圆的面积 $y(\text{cm}^2)$ 与圆的半径 $x(\text{cm})$.

(2) 王师傅存入银行2万元, 先存一个一年定期, 一年后将本息转存为又一个一年定期. 设年利率均为 x , 两年后王师傅共得本息 y 元.

(3) 一个温室连同外围通道的矩形平面图如图1-1. 这个矩形的周长为 120 m , 设一条边长为 $x(\text{m})$, 种植用地面积为 $y(\text{m}^2)$.

上述三个问题中, 函数表达式具有哪些共同的特征?



上述三个函数表达式均可化简为 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的形式.

我们把形如 $y=ax^2+bx+c$ (其中 a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做**二次函数** (quadratic function), 称 a 为二次项系数, b 为一次项系数, c 为常数项. 例如, 二次函数 $y=-x^2+58x-112$ 的二次项系数 $a=-1$, 一次项系数 $b=58$, 常数项 $c=-112$; 二次函数 $y=\pi x^2$ 的二次项系数 $a=\pi$, 一次项系数 $b=0$, 常数项 $c=0$.

1. 下列函数中,哪些是二次函数?

(1) $y=x^2$. (2) $y=-\frac{1}{x^2}$. (3) $y=2x^2-x-1$.

(4) $y=x(1-x)$. (5) $y=(x-1)^2-(x+1)(x-1)$.

2. 分别说出下列二次函数的二次项系数、一次项系数和常数项.

(1) $y=x^2+1$. (2) $y=-3x^2+7x-12$. (3) $y=2x(1-x)$.

例1 如图 1-2, 一张正方形纸板的边长为 2 cm, 将它剪去 4 个全等的直角三角形(图中阴影部分). 设 $AE=BF=CG=DH=x$ (cm), 四边形 $EFGH$ 的面积为 y (cm²).

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式和自变量 x 的取值范围.

(2) 当 x 分别为 0.25, 0.5, 1, 1.5, 1.75 时, 求对应的四边形 $EFGH$ 的面积, 并列表表示.

解 (1) 由题意, $0 < x < 2$,

$$y = 2^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times x(2-x) = 2x^2 - 4x + 4.$$

即所求函数表达式为 $y = 2x^2 - 4x + 4$,

x 的取值范围为 $0 < x < 2$.

(2) 当 $x = 0.25$ cm 时,

$$y = 2 \times 0.25^2 - 4 \times 0.25 + 4 = 3.125 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

依次计算可得,

当 $x = 0.5$ cm 时, $y = 2.5$ (cm²); 当 $x = 1$ cm 时, $y = 2$ (cm²);

当 $x = 1.5$ cm 时, $y = 2.5$ (cm²); 当 $x = 1.75$ cm 时, $y = 3.125$ (cm²).

列表如下:

表 1-1

x (cm)	0.25	0.5	1	1.5	1.75
y (cm ²)	3.125	2.5	2	2.5	3.125

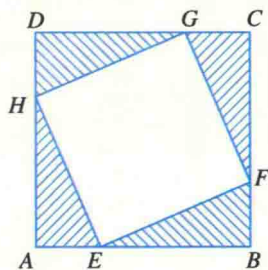


图 1-2

例2 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$, 当 $x = 1$ 时, 函数值是 4; 当 $x = 2$ 时, 函数值是 -5. 求这个二次函数的表达式.

解 把 $x=1, y=4; x=2, y=-5$ 分别代入函数式 $y=x^2+bx+c$, 得方

程组
$$\begin{cases} 1+b+c=4, \\ 4+2b+c=-5, \end{cases}$$

解这个方程组, 得
$$\begin{cases} b=-12, \\ c=15. \end{cases}$$

所以所求二次函数的表达式是 $y=x^2-12x+15$.

课内练习 KENEILIANXI

1. 说出二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的自变量 x 的取值范围.

选学 2. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$, 当 $x=2$ 时, 函数值是 3; 当 $x=-2$ 时, 函数值是 2; 当 $x=4$ 时, 函数值也是 2. 求这个二次函数的表达式.

作业题 ZUOYETI

A 1. 下列函数中, 哪些是二次函数?

(1) $y=x^2-2$.

(2) $y=2x-3$.

(3) $y=x^2-\sqrt{2}x+1$.

(4) $y=(x-5)^2-x^2$.

(5) $y=(x-1)(x+3)$.

2. 写出下列二次函数的二次项系数、一次项系数和常数项.

二次函数	二次项系数	一次项系数	常数项
$y=x^2+2x-1$			
$y=x^2$			
$y=-3x^2+2$			
$y=\frac{1}{3}(x-5)^2-4$			

3. 从半径为 4 cm 的圆中挖去一个半径为 x (cm) 的同心圆, 剩下的圆环的面积为 y (cm²). 求 y 关于 x 的函数表达式和自变量 x 的取值范围, 并填写下表.

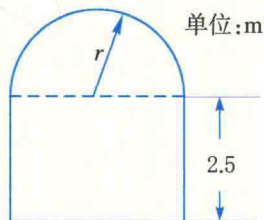
x (cm)	0.5	1	1.5	2	3	3.5
y (cm ²)		15π				

4. 已知二次函数 $y=ax^2+4x+c$, 当 $x=-2$ 时, 函数值是 -1 ; 当 $x=1$ 时, 函数值是 5 . 求这个二次函数的表达式.

B 5. 某工厂 1 月份的产值为 200 万元, 平均每月产值的增长率为 x . 求该工厂第一季度的产值 y 关于 x 的函数表达式.

6. 已知一隧道的截面如图所示, 它的上部是一个半圆, 下部是一个矩形, 且矩形的一条边长为 2.5m . 求:

- (1) 隧道截面的面积 $S(\text{m}^2)$ 与截面上部半圆的半径 $r(\text{m})$ 之间的函数表达式.
- (2) 当 $r=2\text{m}$ 时, 隧道截面的面积 (精确到 0.1m^2).



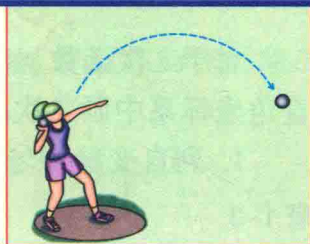
(第 6 题)

选学

G 7. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$, 当 $x=1$ 时, $y=2$; 当 $x=-2$ 时, $y=-7$; 当 $x=-1$ 时, $y=0$. 求这个二次函数的表达式.

1.2 二次函数的图象

铅球推出后沿着怎样的一条曲线运动? 你能用二次函数的表达式来描述这条曲线吗?



1

按下列步骤用描点法画二次函数 $y=x^2$ 的图象.

1. 完成自变量与函数的对应值表.

表 1-2

x	...	-3.5	-3	-2	-1	0	1	2	3	3.5	...
y	...					0	1				...

2. 建立适当的直角坐标系,并以表中各组对应值作为点的坐标,在直角坐标系中描出相应的点.

3. 用光滑曲线顺次连结各点.你得到类似图 1-3 的图象了吗?

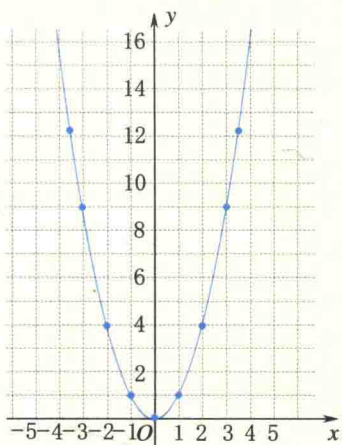


图 1-3

回顾上述过程,总结在取对应值、描点等方面有哪些有用的经验和体会.

观察所画的图象,可以看到,二次函数 $y=x^2$ 的图象是一条关于 y 轴对称、过坐标原点并向上伸展的曲线,像这样的曲线叫做**抛物线**(parabola). 抛物线与它的对称轴的交点叫做抛物线的**顶点**. 例如,抛物线 $y=x^2$ 的顶点是坐标原点.

对于二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$),是否都有类似的图象呢?下面我们在同一直角坐标系中画二次函数 $y=2x^2$ 与 $y=-2x^2$ 的图象.

1. 列自变量 x 与函数 y 的对应值表.

表 1-3

x	...	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	...
$y=2x^2$...	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	...
$y=-2x^2$...	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5	...

2. 描点,并用光滑曲线顺次连结各点,即可得到函数 $y=2x^2$ 与 $y=-2x^2$ 的图象(图 1-4).

想一想

二次函数 $y=2x^2$ 的图象与 $y=-2x^2$ 的图象关于什么对称? 如果已知 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象, 你认为可怎样更方便地得到 $y=-ax^2$ 的图象?

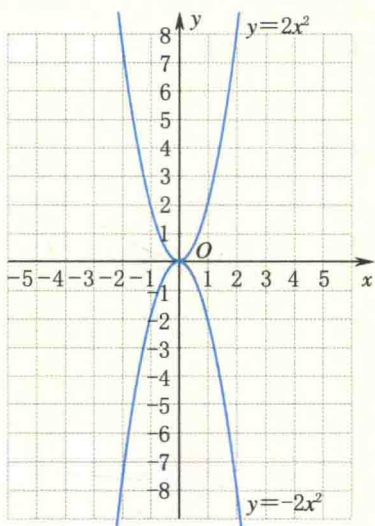


图 1-4

一般地, 二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象具有以下特征:

二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象是一条抛物线, 它关于 y 轴对称, 顶点是坐标原点. 当 $a > 0$ 时, 抛物线的开口向上, 顶点是抛物线的最低点; 当 $a < 0$ 时, 抛物线的开口向下, 顶点是抛物线的最高点.

例 1 已知二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(-2, -3)$.

(1) 求 a 的值, 并写出这个二次函数的表达式.

(2) 说出这个二次函数图象的顶点坐标、对称轴、开口方向和图象的位置.

解 (1) 把点 $(-2, -3)$ 的坐标代入 $y=ax^2$, 得 $-3=a(-2)^2$,
解得 $a=-\frac{3}{4}$.

所以这个二次函数的表达式是 $y=-\frac{3}{4}x^2$.

(2) 顶点为 $(0, 0)$, 对称轴为 y 轴.

因为 $a=-\frac{3}{4} < 0$, 所以这个二次函数图象的开口向下, 顶点是图象上的最高点, 图象在 x 轴的下方(除顶点外).



课内练习

KENEILIANXI

1. 在同一坐标系中画出下列二次函数的图象.

(1) $y = \frac{1}{2}x^2$.

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2$.

2. 若抛物线 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 过点 $(-1, 3)$, 则 a 的值是 _____, 对称轴是 _____, 开口 _____, 顶点坐标是 _____, 顶点是抛物线上的 _____, 抛物线在 x 轴的 _____ 方(除顶点外).



作业题

ZUOYETI

A 1. 在同一坐标系中, 用描点法画出下列函数的图象.

(1) $y = \frac{5}{4}x^2$.

(2) $y = -\frac{5}{4}x^2$.

2. 已知二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象过点 $(-2, 6)$, 有下列点:

$(1, \frac{3}{2})$, $(-1, \frac{3}{2})$, $(1, -\frac{3}{2})$, $(2, 8)$, $(\sqrt{2}, 3)$.

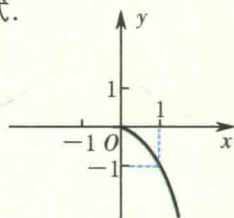
其中哪些点在图象上, 哪些点不在图象上? 请说明理由.

3. 已知二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(-3, 6)$.

(1) 求 a 的值, 并写出这个二次函数的表达式.

(2) 说出这个二次函数的顶点坐标、对称轴、开口方向和图象的位置.

4. 已知二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象的一部分(如图), 利用轴对称, 将 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象补画完整.



(第4题)

B 5. 已知函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 与 $y = \frac{-2}{x}$ 的图象交点的横坐标大于零, 则 a 是大于零还是小于零?

6. 跳伞运动员在打开降落伞之前, 下落的路程 s (米) 与所经过的时间 t (秒) 之间的关系为 $s = at^2$.

t (秒)	0	1	2	3	4	...
s (米)	0		20			...



- (1) 根据表中的数据, 写出 s 关于 t 的函数表达式.
- (2) 完成上面自变量 t 与函数 s 的对应值表.
- (3) 画出 s 关于 t 的函数图象.
- (4) 如果跳伞运动员从 4 600 米的高空跳伞, 为确保安全, 必须在离地面 600 米之前打开降落伞. 问: 运动员在空中不打开降落伞的时间至多有几秒(精确到 1 秒)?



设计题 SHEJITI

当一个物体自由地沿着斜面作直线运动时, 路程 s 与时间 t 有怎样的关系? 请设计一个实验探讨这一问题, 并写一份实验报告, 介绍实验的过程和所获得的结果.



2

合作学习 HEZUOXUEXI

1. 在同一直角坐标系中画出函数 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$, $y = \frac{1}{2}(x-2)^2$ 的图象(用描点法, 或应用绘图软件, 如“几何画板”).

2. 比较所画三个函数的图象(图 1-5), 它们有什么共同的特征? 顶点坐标和对称轴有什么关系? 图象之间的位置有什么关系? 由此, 你发现了什么?

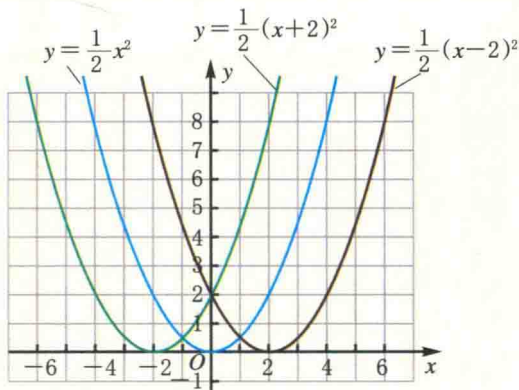


图 1-5

一般地,函数 $y=a(x-m)^2$ ($a \neq 0$) 的图象与函数 $y=ax^2$ 的图象只是位置不同,它可由 $y=ax^2$ 的图象向右(当 $m>0$)或向左(当 $m<0$)平移 $|m|$ 个单位得到. 函数 $y=a(x-m)^2$ 的图象的顶点坐标是 $(m,0)$, 对称轴是直线 $x=m$.

例2 对于二次函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$, 请回答下列问题:

(1) 怎样平移函数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的图象, 就能得到函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$ 的图象?

(2) 说出函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$ 的图象的顶点坐标和对称轴.

解 (1) 函数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的图象向右平移 4 个单位, 就得到函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$ 的图象(图 1-6).

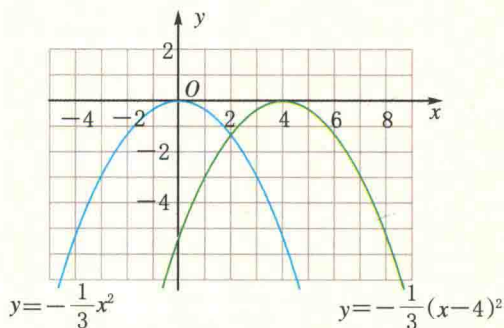


图 1-6

(2) 函数 $y=-\frac{1}{3}(x-4)^2$ 的图象的顶点坐标是 $(4,0)$, 对称轴是直线 $x=4$.

现在我们在同一直角坐标系中画出函数 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$, $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$ 的图象, 如图 1-7.

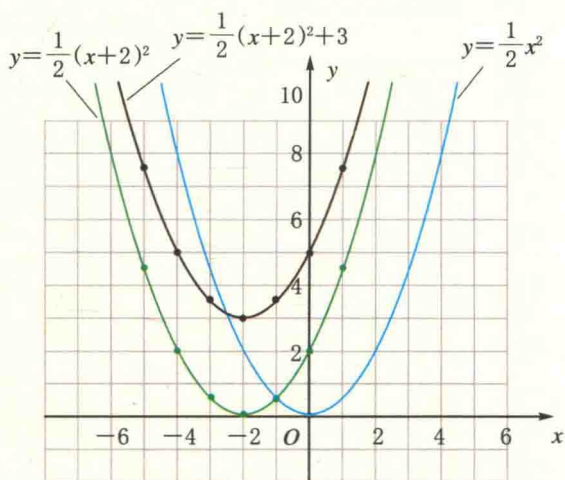


图 1-7

想一想

平移函数图象会改变其形状吗?

从图 1-7 中可以看出,只要把函数 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$ 的图象向上平移 3 个单位,就得到函数 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$ 的图象. 因此,只要把函数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象先向左平移 2 个单位,再向上平移 3 个单位,就得到函数 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$ 的图象.

做一做

ZUOYIZUO

填写下表:

二次函数	图象的对称轴	图象的顶点坐标
$y = \frac{1}{2}x^2$	直线 $x=0$, 即 y 轴	$(0,0)$
$y = \frac{1}{2}(x+2)^2$		
$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$		

一般地,函数 $y = a(x-m)^2 + k$ ($a \neq 0$) 的图象,可以由函数 $y = ax^2$ 的图象先向右(当 $m > 0$)或向左(当 $m < 0$)平移 $|m|$ 个单位,再向上(当 $k > 0$)或向下(当 $k < 0$)平移 $|k|$ 个单位得到,顶点是 (m, k) ,对称轴是直线 $x = m$.