



教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材
高等学校电子信息类专业系列教材

光学工程

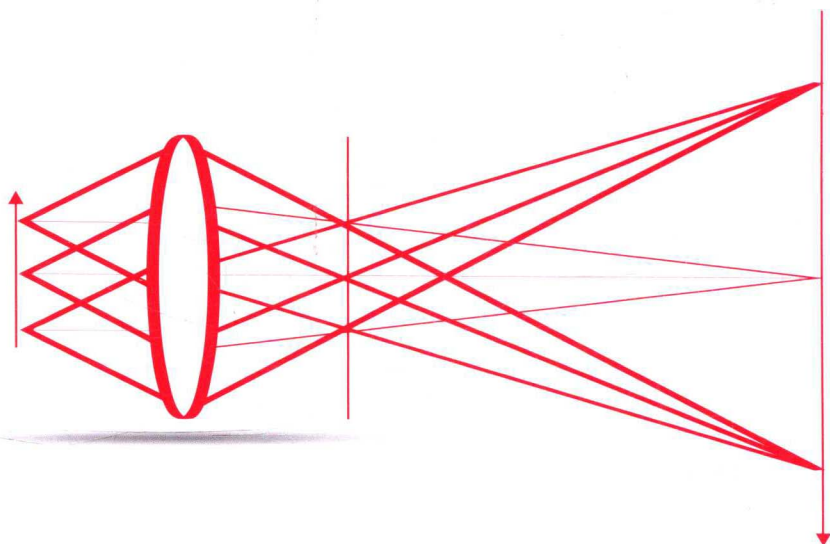
An Introduction to Fourier Optics

傅里叶光学导论

廖延彪 马晓红 编著

Liao Yanbiao

Ma Xiaohong



清华大学出版社





教育部高

专业教学指导委员会规划教材

高等学校电子信息类专业系列教材

An Introduction to Fourier Optics

傅里叶光学导论

廖延彪 马晓红 编著

Liao Yanbiao

Ma Xiaohong

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书从光的电磁理论出发,论述了用于衍射光学傅里叶变换的基本特性及其应用,全面地介绍了傅里叶光学的理论及应用。具体内容包括:傅里叶光学的数学和物理基础——傅里叶变换和卷积、光波和光的衍射;傅里叶光学的基本理论——透镜的傅里叶变换性质及成像性质、波前再现成像(全息术);傅里叶光学的应用——全息干涉计量、空间滤波和光学信息处理、光学成像系统的频谱分析;傅里叶光学的新进展——超分辨率成像技术、光声成像技术、光纤布拉格光栅、阵列光波导光栅、空间光调制器、光场成像技术、强度关联成像技术。

本书可作为普通高校光电信息科学与工程、光信息科学与技术、电子信息工程、电子科学与技术等相关专业的本科生及研究生教材,也可供从事光电科技工作的工程技术人员参考使用。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

傅里叶光学导论/廖延彪,马晓红编著. —北京:清华大学出版社,2016

高等学校电子信息类专业系列教材

ISBN 978-7-302-40989-2

I. ①傅… II. ①廖… ②马… III. ①傅里叶光学—高等学校—教材 IV. ①O438.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 169522 号

责任编辑:盛东亮

封面设计:李召霞

责任校对:梁毅

责任印制:刘海龙

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社总机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印装者:清华大学印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:20

字 数:498千字

版 次:2016年3月第1版

印 次:2016年3月第1次印刷

印 数:1~2000

定 价:45.00元

产品编号:048262-01

高等学校电子信息类专业系列教材

顾问委员会

谈振辉	上海交通大学（教指委高级顾问）	郁道银	天津大学（教指委高级顾问）
廖延彪	清华大学（特约高级顾问）	胡广书	清华大学（特约高级顾问）
华成英	清华大学（国家级教学名师）	于洪珍	中国矿业大学（国家级教学名师）
彭启琮	电子科技大学（国家级教学名师）	孙肖子	西安电子科技大学（国家级教学名师）
邹逢兴	国防科学技术大学（国家级教学名师）	严国萍	华中科技大学（国家级教学名师）

编审委员会

主 任	吕志伟	哈尔滨工业大学		
副主任	刘 旭	浙江大学	王志军	北京大学
	隆克平	北京科技大学	葛宝臻	天津大学
	秦石乔	国防科学技术大学	何伟明	哈尔滨工业大学
	刘向东	浙江大学		
委 员	王志华	清华大学	宋 梅	北京邮电大学
	韩 焱	中北大学	张雪英	太原理工大学
	殷福亮	大连理工大学	赵晓晖	吉林大学
	张朝柱	哈尔滨工程大学	刘兴钊	上海交通大学
	洪 伟	东南大学	陈鹤鸣	南京邮电大学
	杨明武	合肥工业大学	袁东风	山东大学
	王忠勇	郑州大学	程文青	华中科技大学
	曾 云	湖南大学	李思敏	桂林电子科技大学
	陈前斌	重庆邮电大学	张怀武	电子科技大学
	谢 泉	贵州大学	卞树檀	第二炮兵工程大学
	吴 瑛	解放军信息工程大学	刘纯亮	西安交通大学
	金伟其	北京理工大学	毕卫红	燕山大学
	胡秀珍	内蒙古工业大学	付跃刚	长春理工大学
	贾宏志	上海理工大学	顾济华	苏州大学
	李振华	南京理工大学	韩正甫	中国科学技术大学
	李 晖	福建师范大学	何兴道	南昌航空大学
	何平安	武汉大学	张新亮	华中科技大学
	郭永彩	重庆大学	曹益平	四川大学
	刘缠牢	西安工业大学	李儒新	中科院上海光学精密机械研究所
	赵尚弘	空军工程大学	董友梅	京东方科技集团
	蒋晓瑜	装甲兵工程学院	蔡 毅	中国兵器科学研究院
	仲顺安	北京理工大学	冯其波	北京交通大学
	黄翊东	清华大学	张有光	北京航空航天大学
	李勇朝	西安电子科技大学	江 毅	北京理工大学
	章毓晋	清华大学	张伟刚	南开大学
	刘铁根	天津大学	宋 峰	南开大学
	王艳芬	中国矿业大学	靳 伟	香港理工大学
	苑立波	哈尔滨工程大学		
丛书责任编辑	盛东亮	清华大学出版社		

序

FOREWORD

我国电子信息产业销售收入总规模在 2013 年已经突破 12 万亿元,行业收入占工业总体比重已经超过 9%。电子信息产业在工业经济中的支撑作用凸显,更加促进了信息化和工业化的高层次深度融合。随着移动互联网、云计算、物联网、大数据和石墨烯等新兴产业的爆发式增长,电子信息产业的发展呈现了新的特点,电子信息产业的人才培养面临着新的挑战。

(1) 随着控制、通信、人机交互和网络互联等新兴电子信息技术不断发展,传统工业设备融合了大量最新的电子信息技术,它们一起构成了庞大而复杂的系统,派生出大量新兴的电子信息技术应用需求。这些“系统级”的应用需求,迫切要求具有系统级设计能力的电子信息技术人才。

(2) 电子信息系统设备的功能越来越复杂,系统的集成度越来越高。因此,要求未来的设计者应该具备更扎实的理论基础知识和更宽广的专业视野。未来电子信息系统的设计越来越要求软件和硬件的协同规划、协同设计和协同调试。

(3) 新兴电子信息技术的发展依赖于半导体产业的不断推动,半导体厂商为设计者提供了越来越丰富的生态资源,系统集成厂商的全方位配合又加速了这种生态资源的进一步完善。半导体厂商和系统集成厂商所建立的这种生态系统,为未来的设计者提供了更加便捷却又必须依赖的设计资源。

教育部 2012 年颁布了新版《高等学校本科专业目录》,将电子信息类专业进行了整合,为各高校建立系统化的人才培养体系,培养具有扎实理论基础和宽广专业技能、兼顾“基础”和“系统”的高层次电子信息人才给出了指引。

传统的电子信息学科专业课程体系呈现“自底向上”的特点,这种课程体系偏重对底层元器件的分析与设计,较少涉及系统级的集成与设计。近年来,国内很多高校对电子信息类专业课程体系进行了大力度的改革,这些改革顺应时代潮流,从系统集成的角度,更加科学合理地构建了课程体系。

为了进一步提高普通高校电子信息类专业教育与教学质量,贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020 年)》和《教育部关于全面提高高等教育质量若干意见》(教高【2012】4 号)的精神,教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会开展了“高等学校电子信息类专业课程体系”的立项研究工作,并于 2014 年 5 月启动了《高等学校电子信息类专业系列教材》(教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材)的建设工作。其目的是为推进高等教育内涵式发展,提高教学水平,满足高等学校对电子信息类专业人才培养、教学改革与课程改革的需要。

本系列教材定位于高等学校电子信息类专业的专业课程,适用于电子信息类的电子信

息工程、电子科学与技术、通信工程、微电子科学与工程、光电信息科学与工程、信息工程及其相近专业。经过编审委员会与众多高校多次沟通,初步拟定分批次(2014—2017年)建设约100门课程教材。本系列教材将力求在保证基础的前提下,突出技术的先进性和科学的前沿性,体现创新教学和工程实践教学;将重视系统集成思想在教学中的体现,鼓励推陈出新,采用“自顶向下”的方法编写教材;将注重反映优秀的教学改革成果,推广优秀的教学经验与理念。

为了保证本系列教材的科学性、系统性及编写质量,本系列教材设立顾问委员会及编审委员会。顾问委员会由教指委高级顾问、特约高级顾问和国家级教学名师担任,编审委员会由教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会委员和一线教学名师组成。同时,清华大学出版社为本系列教材配置优秀的编辑团队,力求高水准出版。本系列教材的建设,不仅有众多高校教师参与,也有大量知名的电子信息类企业支持。在此,谨向参与本系列教材策划、组织、编写与出版的广大教师、企业代表及出版人员致以诚挚的感谢,并殷切希望本系列教材在我国高等学校电子信息类专业人才培养与课程体系建设中发挥切实的作用。

吕志伟 教授

前言

PREFACE

随着激光的问世,古老的光学已裂变出众多的分支,傅里叶光学便是其中之一。它是基于傅里叶变换这一有力的数学工具,研究光的衍射特性及其应用的一门学科。“傅里叶光学”这一名称出现于 20 世纪中后期,但随着激光和光电子技术及器件的迅速发展,以及光信息处理和光成像等技术的广泛应用,尤其是提高光学成像分辨率的迫切需要,使这一新分支的内容愈来愈丰富,应用范围愈来愈宽广。傅里叶光学现已成为有关专业的重要课程之一,也是有关工程技术人员关注的主要内容之一。笔者撰写本书的目的就是为适应这一需要,对傅里叶光学的原理及其应用做一全面的介绍。

本书的内容主要分为三部分:一是基础,包括学习傅里叶光学所需的数学和光学基础(第 1 章);二是原理,包括傅里叶光学基本原理——空间频率、衍射的傅里叶变换计算和透镜傅里叶变换(第 2 章和第 3 章);三是应用,主要包括光全息、光信息处理、光学系统评价和近代成像技术等(第 4~9 章)。

傅里叶光学的核心内容有三个:一是光学元件和系统的数学表达,即如何用数学公式表达它们对光波的传输特性(第 1 章和第 3 章);二是如何用傅里叶变换计算光波的传输特性,即衍射特性(第 2 章和第 4 章);三是如何应用傅里叶光学这一有力工具来解决科学技术和工业应用中的实际问题(第 5~9 章)。其中,第一部分是重中之重,即学习傅里叶光学时要了解傅里叶变换这一数学工具所表达的光学内涵。本书力求对此做清楚的表述。为使读者对傅里叶光学的物理图像有较清楚的了解,而又不必花过多精力于数学推导过程中,因此,本书对公式的数学过程从略,以突出对物理意义的阐述。为使读者了解傅里叶光学的应用前景,本书在第 9 章简要介绍了其新进展。

本书是在廖延彪于 1980 年编写的清华大学校内教材的基础上修改而成。其中,马晓红博士撰写了第 5 章 5.5 节和第 9 章的内容;李宏升博士对原校内教材进行了全面细致的校对,改正了其中的印刷错误,并提出了许多宝贵的修改意见。全书最后由廖延彪定稿。

在本书的修改过程中,不少教师和研究生提出了许多宝贵意见,对此深表感谢。最后,还要感谢清华大学出版社为本书的出版所做的细致的编辑和出版工作。

由于作者水平有限,书中难免存在不足,欢迎读者批评指正。

作 者

2016 年 1 月于清华园

教学建议

TEACHING SUGGESTION

教学内容	学习要点及教学要求	课时安排	
		全讲	选讲
序言	掌握本课程的重点、难点以及考核要求； 了解本课程的体系；教材特色；讲授内容； 知道本课程的主要参考资料	1	1
第1章 傅里叶变换和卷积	这是本课程的核心内容之一，应掌握如何用数学公式表达光学元件，以及如何用傅里叶变换计算光波的传输特性等。其中包括一维函数、脉冲函数、二维函数、卷积、互相关和自相关以及傅里叶变换	4	3
第2章 光波和光的衍射	这是本课程的核心内容之二，如何用傅里叶变换计算光波的传输特性。应掌握光波的复数表达式、空间频率与空间频率谱、平面波的角谱的光学含义；了解电磁场和电磁波和衍射的基本理论，知道其表达式的推导过程，以及典型孔径的夫琅和菲衍射的计算方法	6	4
第3章 透镜的傅里叶变换性质及成像性质	这是本课程的核心内容之一，应掌握如何用数学公式表达光学元件。应掌握薄透镜的复振幅透过率，透镜的傅里叶变换性质；了解成像及单色光照明的主要内容，知道典型计算举例	5	4
第4章 波前再现成像(全息术)	这是本课程的核心内容之二，如何用傅里叶变换计算光波的传输特性。应掌握全息原理、物像关系；应了解体积全息图、位相全息图和傅里叶全息图；应知道彩虹全息、全息显微术、X射线激光全息、电子全息、光纤在全息记录系统中的应用	8	6
第5章 全息干涉计量	这是本课程的核心内容之三，如何应用傅里叶光学这一有力工具来解决科学技术和工业应用中的实际问题。应了解： (1) 二次曝光法； (2) 单次曝光法； (3) 时间平均法； (4) 激光散斑。应知道全息莫阿技术	6	4
第6章 全息记录介质	应知道全息记录介质的基本内容，它包括： (1) 基本物理量； (2) 全息记录介质的分类； (3) 卤化银乳胶； (4) 光致聚合物； (5) 光致抗蚀剂； (6) 光导热塑料； (7) 光折变材料	2	1

续表

教学内容	学习要点及教学要求	课时安排	
		全讲	选讲
第 7 章 空间滤波和光学信息处理	这是本课程的核心内容之三,如何应用傅里叶光学这一有力工具来解决科学技术和工业应用中的实际问题。应掌握基本光学运算、光学频谱分析系统、空间频率滤波和空间滤波器;应了解相干光学处理;应知道典型计算举例	4	2
第 8 章 光学成像系统的频谱分析	这是本课程的核心内容之三,如何应用傅里叶光学这一有力工具来解决科学技术和工业应用中的实际问题。应了解成像系统的一般分析、衍射受限的相干成像和非相干成像系统的频率响应;应知道像差及其对频率响应的影响、相干成像和非相干成像的比较	4	2
第 9 章 傅里叶光学的新进展及其应用	这是本课程的核心内容之三,如何应用傅里叶光学这一有力工具来解决科学技术和工业应用中的实际问题。应知道超分辨率成像技术、光声成像技术、光纤布拉格光栅、阵列光波导光栅、空间光调制器、光场成像技术、强度关联成像技术	4	3
补充内容		4	2
教学总学时		48	32

目录

CONTENTS

第1章 傅里叶变换和卷积	1
1.1 引言	1
1.2 一维函数	1
1.2.1 阶跃函数	2
1.2.2 正负号函数	3
1.2.3 矩形函数	3
1.2.4 斜坡函数	4
1.2.5 三角形函数	4
1.2.6 sinc 函数	5
1.2.7 sinc^2 函数	6
1.2.8 高斯函数	6
1.3 脉冲函数	8
1.3.1 δ -函数	8
1.3.2 δ -函数的性质	10
1.3.3 δ -函数的导数	11
1.3.4 梳状函数	11
1.4 二维函数	13
1.4.1 矩形函数	14
1.4.2 三角形函数	14
1.4.3 sinc 函数	15
1.4.4 高斯函数	15
1.4.5 脉冲函数	16
1.4.6 梳状函数	16
1.4.7 极坐标	16
1.4.8 柱函数	16
1.4.9 宽边帽函数	17
1.4.10 高斯函数(极坐标)	18
1.4.11 脉冲函数(极坐标)	18
1.4.12 径向对称函数的平移	19
1.5 卷积	19

1.5.1	概述	19
1.5.2	卷积运算	20
1.5.3	卷积的性质	23
1.5.4	直角坐标中的卷积	28
1.5.5	极坐标中的卷积	32
1.6	互相关和自相关	36
1.7	傅里叶变换	38
1.7.1	傅里叶变换的定义和存在条件	38
1.7.2	傅里叶变换定理	39
1.7.3	傅里叶-贝塞尔变换	41
1.8	计算举例	42
	习题	52
第2章	光波和光的衍射	54
2.1	电磁场和电磁波	54
2.1.1	麦克斯韦方程组	54
2.1.2	电磁波	54
2.2	光波的复数表达式	59
2.2.1	单色光波的复数表示法与复振幅	59
2.2.2	光场中任一平面上的复振幅分布	59
2.3	空间频率与空间频率谱	61
2.3.1	复振幅空间频率的物理意义	62
2.3.2	单色光波复振幅的分解及空间频谱	64
2.4	衍射的基本理论	65
2.4.1	惠更斯-菲涅耳原理	65
2.4.2	基尔霍夫衍射公式	67
2.4.3	夫琅和菲衍射和菲涅耳衍射	73
2.5	平面波的角谱	75
2.5.1	角谱及其物理解释	75
2.5.2	角谱的传播	76
2.5.3	衍射孔径对角谱的效应	77
2.5.4	传播现象作为一种线性空间滤波器	78
2.5.5	计算举例	79
2.6	典型孔径的夫琅和菲衍射	81
2.6.1	矩形孔径	81
2.6.2	圆形孔径	82
2.6.3	正弦型振幅光栅	84
2.6.4	正弦型位相光栅	86
2.6.5	夫琅和菲衍射计算举例	87
2.7	高斯光束的夫琅和菲衍射	92

2.7.1 高斯光束的夫琅和菲单缝衍射	92
2.7.2 高斯光的夫琅和菲圆孔衍射	96
习题	98
第3章 透镜的傅里叶变换性质及成像性质	101
3.1 薄透镜的复振幅透过率	101
3.1.1 引言	101
3.1.2 厚度函数	102
3.1.3 傍轴近似	103
3.1.4 位相变换及其物理意义	104
3.2 透镜的傅里叶变换性质	104
3.2.1 要变换的物体置于透镜的前方	104
3.2.2 要变换的物体置于透镜的后方	108
3.3 单色光理想薄透镜的成像	111
3.3.1 正透镜的脉冲响应	111
3.3.2 消去二次位相因子: 透镜成像公式	112
3.3.3 物体和像之间的关系	113
3.4 计算举例	115
习题	122
第4章 波前再现成像(全息术)	126
4.1 概述	126
4.2 全息原理	128
4.2.1 基本全息图	128
4.2.2 基本公式	129
4.3 物像关系	130
4.3.1 基元全息图条纹的分布	131
4.3.2 点光源照明的波前再现	133
4.4 体积全息图	136
4.4.1 体积全息图的结构	136
4.4.2 体积全息图的物像关系	139
4.5 位相全息图	141
4.5.1 位相全息图简介	141
4.5.2 全息图的效率	144
4.6 傅里叶变换全息图	145
4.6.1 有透镜傅里叶变换全息图	146
4.6.2 无透镜傅里叶变换全息图	152
4.7 彩虹全息	154
4.7.1 二步彩虹全息	154
4.7.2 一步彩虹全息	159
4.7.3 周视彩虹全息	162

4.7.4 彩虹全息复制	162
4.8 全息显微术	163
4.8.1 全息显微的原理	163
4.8.2 预放大全息显微术	165
4.8.3 后放大全息显微术	165
4.9 X射线激光全息	166
4.9.1 X射线激光全息的类型	166
4.9.2 X射线光学元件和记录介质	167
4.9.3 计算机模拟X射线激光全息	167
4.10 电子全息	167
4.11 光纤在全息记录系统中的应用	168
4.11.1 单模光纤全息记录系统	168
4.11.2 多模光纤全息记录系统	169
4.11.3 用传像束传像的光纤全息记录系统	170
4.11.4 用直管窥镜的全息记录系统	171
4.11.5 光纤全息记录系统的讨论——光纤对全息照相系统的影响	171
习题	171
第5章 全息干涉计量	176
5.1 二次曝光法	176
5.1.1 二次曝光原理	176
5.1.2 典型光路	178
5.2 单次曝光法	181
5.3 时间平均法	182
5.4 全息莫阿技术	183
5.4.1 莫阿现象的基本规律	183
5.4.2 莫阿条纹用于消除系统误差	186
5.4.3 莫阿条纹倍增法	187
5.4.4 全息莫阿等高线法	188
5.4.5 全息云纹干涉法	188
5.5 激光散斑	189
5.5.1 引言	189
5.5.2 激光散斑的原理和特点	190
5.5.3 激光散斑技术	191
5.5.4 散斑干涉技术的应用	193
习题	196
第6章 全息记录介质	199
6.1 基本物理量简介	199
6.2 全息记录介质的分类	201
6.3 卤化银乳胶	202

6.3.1 全息干板的结构	202
6.3.2 卤化银乳胶的光化学过程	203
6.3.3 卤化银乳胶的特性曲线	203
6.3.4 卤化银乳胶的漂白	206
6.4 光致聚合物	207
6.5 光致抗蚀剂	208
6.6 光导热塑料	208
6.7 光折变材料	209
6.7.1 光折变效应和光折变材料	209
6.7.2 光折变效应机理简介	211
6.7.3 读出和擦除	212
习题	213
第7章 空间滤波和光学信息处理	214
7.1 概述	214
7.2 基本光学运算	215
7.2.1 加减运算	215
7.2.2 乘除运算	215
7.2.3 微分运算	216
7.2.4 积分运算	216
7.3 光学频谱分析系统	217
7.4 空间频率滤波	217
7.4.1 概述	217
7.4.2 空间频率滤波的阿贝成像理论	218
7.5 空间滤波器	219
7.5.1 空间振幅滤波器	219
7.5.2 空间相位滤波器	228
7.5.3 空间全息滤波器	230
7.6 相干光学处理	235
7.6.1 图像相减	235
7.6.2 像边沿增强	238
7.7 计算举例	240
习题	249
第8章 光学成像系统的频谱分析	251
8.1 概述	251
8.2 成像系统的一般分析	253
8.2.1 一般模型	253
8.2.2 衍射效应	254
8.2.3 阿贝成像理论	254
8.2.4 瑞利成像理论	255

8.3	衍射受限的相干成像系统的频率响应	256
8.3.1	相干传递函数	256
8.3.2	衍射受限系统的相干传递函数举例	257
8.4	衍射受限的非相干成像系统的频率响应	258
8.4.1	光学传递函数和它与相干传递函数的关系	258
8.4.2	OTF 的一般性质	259
8.4.3	无像差系统的 OTF	260
8.4.4	衍射受限系统的 OTF 举例	261
8.5	像差及其对频率响应的影响	263
8.5.1	广义光瞳函数	263
8.5.2	像差对相干传递函数的影响	263
8.5.3	像差对 OTF 的影响	263
8.5.4	简单像差举例、聚焦误差	264
8.6	相干成像和非相干成像的比较	266
8.6.1	像强度的频谱	266
8.6.2	两点间分辨率	268
8.7	计算举例	269
	习题	282
第 9 章	傅里叶光学的新进展和应用	283
9.1	概述	283
9.2	超分辨率透镜	283
9.3	光声成像	284
9.4	光纤布喇格光栅(FBG)	286
9.5	陈列波导光栅(AWG)	289
9.6	空间光调制器(SLM)	290
9.7	光场相机	291
9.8	强度关联成像技术	293
9.8.1	强度关联成像技术原理	293
9.8.2	强度关联成像技术的研究现状	295
9.8.3	强度关联成像技术的典型实验结果	295
9.9	衍射相位显微镜	296
9.9.1	概述	296
9.9.2	原理	297
9.9.3	设计	298
9.9.4	白光衍射相位显微镜	298
9.9.5	白光衍射相位显微镜的应用	299
9.9.6	光谱型衍射相位显微镜	300
	习题	301
	参考文献	302

1.1 引言

讨论光学问题的主要步骤是建模、求解和结果分析。在建模过程中,需要对一些具体的光学元件用数学公式来表达,以期建立一个符合实际物理过程的数学方程。例如,在讨论光的衍射问题时,最典型的衍射屏是圆孔、长狭缝、单直边等,如图 1.1.1 所示。为此人们定义一些特殊函数来表达这样一些物理对象。这些特殊函数的定义不尽相同,本书采用其中之一的表达方式。

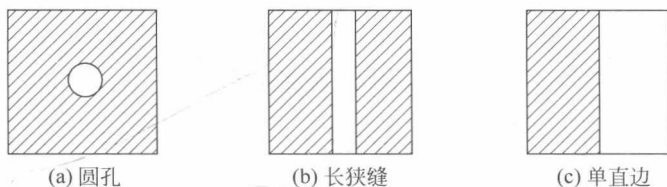


图 1.1.1 典型的衍射屏

1.2 一维函数

本节所定义和讨论的函数都是实自变数 x 的一维实值函数。在记号中, x_0 是一个实常数,它实质上决定函数沿 x 轴的“平移位置”,而实常数 b 是一个定标因子^①,它调节函数关于点 $x=x_0$ 的取向并且通常正比于函数的“宽度”(后一结论对阶跃函数和符号函数的情况不成立)。一般地, x_0 可以为零、正数或负数,而 b 可以是正数或负数。当 $x_0=0$ 时,可认为函数没有移动;如果 $x_0>0$,则函数向右移动了一个量 x_0 ,如果 $x_0<0$,则函数向左移动了一个量 $|x_0|$ 。此外,如果 b 由正变为负,则函数关于直线 $x=x_0$ 被反射。另外一个要点是,用所选的定义并且当所述概念有意义时,各种函数的面积刚好等于 $|b|$ 。

为使特殊函数的宗量是无量纲的, x_0 和 b 必须具有与自变数相同的单位。这个条件隐含在下面的一切定义和图形中,并且,除非另有规定,图形都是对正的 x_0 和 b 所画出的。

^① 定标因子即坐标的比例缩放因子。

1.2.1 阶跃函数

定义阶跃函数 $\text{step}(x)$ 为

$$\text{step}\left(\frac{x-x_0}{b}\right)=\begin{cases} 0, & \frac{x}{b}<\frac{x_0}{b} \\ \frac{1}{2}, & \frac{x}{b}=\frac{x_0}{b} \\ 1, & \frac{x}{b}>\frac{x_0}{b} \end{cases} \tag{1.2.1}$$

图 1.2.1 是 step 函数的图示。由图可见, x_0 是函数取值的转折点, 而 b 的正负号则表示取值的取向(注意: step 函数中 b 的取值大小无物理意义)。例如, 在图 1.2.1(a)中, b 为正, 它表示从 x_0 点起, 沿 x 的正方向, step 函数均为 1, 而沿 x 负方向, 均为 0。反之, 在图 1.2.1(b)中, b 为负。 $x_0=+2$, 这表示从 $x_0=+2$ 起, 沿 x 的负方向, step 函数取值为 1, 而沿 x 正方向, 均为 0。显然, 对于 step 函数没有宽度和面积的含义。

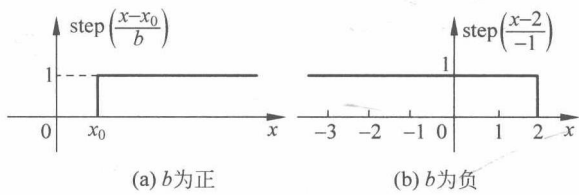


图 1.2.1 阶跃函数

在光学中 step 函数可以表示一个单直边的作用。在图 1.2.2 的光学系统中, step 函数可表示单直边的挡光作用, 在图 1.2.2(a)中, 直边在 $x=x_0$ 处, 这说明在 x_0 以下(即从 x_0 开始沿 x 轴负方向)均无光通过此光学系统。当入射光是一均匀平面波时, 通过直边后的光波场就可用图 1.2.1(a)的 step 函数表示: $\text{step}\left(\frac{x-x_0}{b}\right)$ 。若入射波振幅是空间周期调制

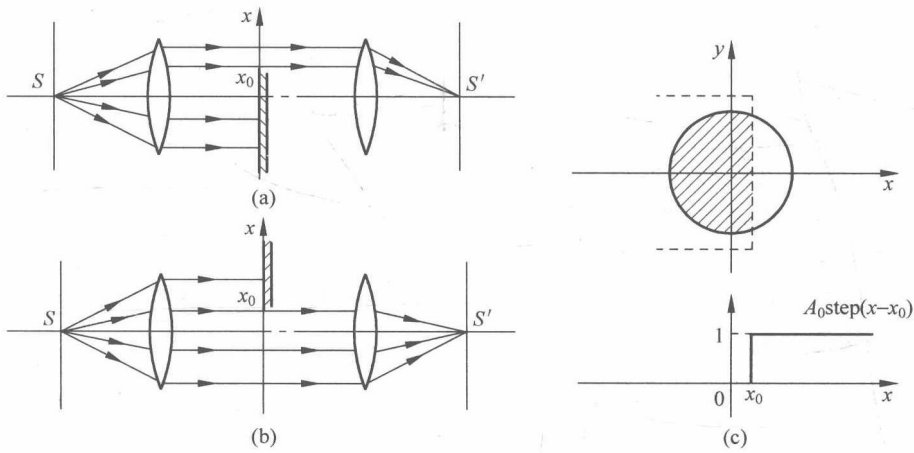


图 1.2.2 单直边的挡光和圆孔部分的挡光作用