HESHENG SOUSUO SUANFA JIQI ZAI JILEI KONGZHI WENTI ZHONG DE YINGYONG YANJIU

和声搜索算法及其在几类控制问题中的应用研究

翟军昌◎著

東北大學出版社
Northeastern University Press

和声搜索算法及其在几类控制问题中的应用研究

翟军昌　著



东北大学出版社
·沈　阳·

© 翟军昌 2019

图书在版编目（CIP）数据

和声搜索算法及其在几类控制问题中的应用研究 / 翟军昌著. — 沈阳 : 东北大学出版社, 2019.8
ISBN 978-7-5517-2201-8

Ⅰ. ①和… Ⅱ. ①翟… Ⅲ. ①计算机算法－研究 Ⅳ. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 188350 号

出 版 者：东北大学出版社
地址：沈阳市和平区文化路三号巷 11 号
邮编：110819
电话：024－83680176(总编室) 83687331(营销部)
传真：024－83687332(总编室) 83680180(营销部)
网址：http://www.neupress.com
E-mail: neuph@neupress.com
印 刷 者：沈阳航空发动机研究所印刷厂
发 行 者：东北大学出版社
幅面尺寸：170mm×240mm
印 张：7.25
字 数：130 千字
出版时间：2019 年 10 月第 1 版
印刷时间：2019 年 10 月第 1 次印刷
策划编辑：石玉玲
责任编辑：曹 明
责任校对：刘 泉
封面设计：潘正一
责任出版：唐敏志

ISBN 978-7-5517-2201-8 定 价：39.00 元

前　言

随着控制工程技术的快速发展，人们对控制系统的控制目标要求也越来越高. 结合最优化的方法解决带有非线性约束、非凸约束和 NP-hard 的控制问题已成为众多学者研究的热点之一. 由于传统经典的优化算法大多是基于梯度信息求解，而且有时需要考虑连续的梯度信息，所以利用经典优化算法结合求解 Riccati 方程和线性矩阵不等式等方法解决控制工程中的优化问题难以获得满意的控制效果.

和声搜索算法作为一种启发式优化算法，通过模拟音乐创作的思想，可以直接对非线性优化问题求解. 和声搜索算法在解决优化问题时，所需数学信息较少，不需要考虑梯度信息，也不需要考虑优化问题的初值问题，不仅克服了传统优化算法存在的不足，而且很容易得到优化问题的全局最优解. 近几年来，和声搜索算法的研究及控制理论技术的研究都在各自的领域内取得了许多令人瞩目的研究成果. 将两者结合并发挥各自的优点实现对工程控制问题的优化设计，这对提高控制系统的性能指标具有重大理论意义和现实意义.

本书是针对和声搜索算法及其在几类控制问题中的应用研究，全书共分 6 章，主要内容如下。第 1 章简要介绍了最优化问题及其发展情况，介绍了启发式优化算法、精确鲁棒极点配置问题、区域鲁棒极点配置问题、H_∞ 控制问题和切换控制问题. 第 2 章介绍了基本和声搜索算法、新颖全局和声搜索算法和自适应全局和声搜索算法. 第 3 章将第 2 章提出的自适应全局和声搜索算法用于解决精确鲁棒极点配置问题和状态观测器优化设计问题. 第 4 章基于自适应全局和声搜索算法，将精确鲁棒极点配置的思想进行推广，分别解决了圆形区域鲁棒极点配置问题和状态观测器优化设计问题. 第 5 章基于自适应全局和声搜索算法，将精确鲁棒极点配置的思想继续推广，使其解决集合区域鲁棒极点配置问题和 H_∞ 控制优化问题. 第 6 章研究了基于自适应全局和声搜索算法的

切换线性系统快速控制优化问题. 在切换次数、切换时间和凸组合系数均未知的情况下，针对周期切换线性系统快速控制性能指标，利用 AGHS 算法对周期切换律进行全局优化，实现了对切换线性系统快速控制的目标.

翟军昌

2019 年 6 月

目 录

1 绪 论 …… 1

1.1 最优化问题概述 …… 1

1.1.1 最优化问题 …… 1

1.1.2 最优化方法 …… 2

1.2 启发式优化算法——和声搜索 …… 3

1.2.1 和声搜索算法特点 …… 4

1.2.2 和声搜索算法改进研究 …… 4

1.2.3 和声搜索算法应用研究 …… 9

1.3 几类控制优化问题 …… 10

1.3.1 精确鲁棒极点配置 …… 11

1.3.2 区域鲁棒极点配置 …… 11

1.3.3 H_∞ 控制 …… 12

1.3.4 切换系统快速控制 …… 12

2 自适应全局和声搜索算法 …… 14

2.1 引言 …… 14

2.2 基本和声搜索算法 …… 15

2.2.1 算法参数 …… 15

2.2.2 算法操作步骤 …… 16

2.3 新颖全局和声搜索算法 …… 18

2.3.1 算法介绍 …… 18

2.3.2 算法操作步骤 …… 19

2.4 自适应全局和声搜索算法 …… 20

2.4.1 算法介绍 …… 21
2.4.2 算法操作步骤 …… 23
2.4.3 算法分析 …… 24
2.5 函数优化测试 …… 26
2.5.1 测试函数 …… 26
2.5.2 仿真结果与分析 …… 29

3 基于 AGHS 算法鲁棒极点配置优化 …… 38

3.1 引言 …… 38
3.2 状态反馈鲁棒极点配置 …… 39
3.2.1 状态反馈鲁棒极点配置 …… 39
3.2.2 基于 AGHS 算法的状态反馈鲁棒极点配置优化 …… 41
3.2.3 仿真实验 …… 42
3.3 基于极点配置的鲁棒观测器设计与优化 …… 46
3.3.1 基于极点配置的鲁棒观测器设计 …… 46
3.3.2 基于 AGHS 算法的鲁棒观测器优化 …… 47
3.3.3 仿真实验 …… 49

4 圆形区域鲁棒极点配置优化 …… 55

4.1 引言 …… 55
4.2 问题描述 …… 56
4.3 圆形区域状态反馈鲁棒极点配置优化 …… 57
4.3.1 圆形区域最优鲁棒性分析 …… 57
4.3.2 圆形区域鲁棒稳定性分析 …… 59
4.3.3 状态反馈控制器设计 …… 60
4.3.4 基于 AGHS 算法的圆形区域鲁棒极点配置优化 …… 62
4.3.5 仿真实验 …… 63
4.4 基于圆形区域鲁棒极点配置的状态观测器设计优化 …… 67
4.4.1 基于圆形区域鲁棒极点配置的状态观测器设计 …… 67
4.4.2 基于 AGHS 算法的状态观测器优化 …… 70
4.4.3 仿真实验 …… 71

5 集合区域鲁棒极点配置和 H_∞ 控制优化 …… 76

5.1 引言 …… 76
5.2 集合区域鲁棒极点配置优化 …… 77
5.2.1 问题描述 …… 77
5.2.2 集合区域鲁棒稳定性分析 …… 78
5.2.3 状态反馈控制器设计 …… 82
5.2.4 基于 AGHS 算法的集合区域鲁棒极点配置优化 …… 84
5.2.5 仿真实验 …… 85
5.3 集合区域鲁棒极点配置 H_∞ 控制优化 …… 87
5.3.1 问题描述 …… 87
5.3.2 H_∞ 性能优化 …… 88
5.3.3 基于 AGHS 算法的集合区域鲁棒极点配置 H_∞ 控制优化 …… 89
5.3.4 仿真实验 …… 90

6 切换系统快速控制优化 …… 94

6.1 引言 …… 94
6.2 问题描述 …… 95
6.3 基于 AGHS 算法的切换系统快速控制优化 …… 96
6.3.1 周期切换律设计优化模型 …… 96
6.3.2 约束处理 …… 97
6.3.3 基于 AGHS 算法的周期切换律设计优化 …… 97
6.4 仿真实验 …… 98

参考文献 …… 102

1 绪 论

最优化是一个古老且非常有意义的课题. 直到今天，它依然是人们关注的焦点. 最优化无处不在，它与人们日常的生产生活息息相关. 在国防现代化、控制工程、人工智能、水资源分配、经济调度、机械加工等领域都存在大量的最优化问题. 最优化问题的研究可以实现对生产过程的优化，对节约资源、提高生产效率具有重要的意义. 追求最优目标一直是人类的理想，长期以来，人们对最优化问题不断进行探讨和研究，至今仍是人们研究的热点之一. 最优化方法的研究对算法性能的改进和提高、对其应用领域的拓展具有重要作用. 启发式优化算法作为一种模拟自然和生物群体智能现象寻优的仿生算法，对优化问题的研究和发展具有促进作用.

1.1 最优化问题概述

最优化问题是指从所有可能的方案中选择出最合理的、达到最优目标的方案. 早在第二次世界大战期间，英国为了更有效地利用有限的战争资源，成立了作战研究小组，取得了良好的效果，战争结束以后，作战研究小组的研究开启了最优化问题的辉煌时代.

1.1.1 最优化问题

一般情况下最优化问题主要包括决策变量(decision variables)、约束条件(constraint conditions)和目标函数(objective function)三部分内容. 为了解决实际的优化问题，人们根据不同的优化问题建立了相应的数学模型，可以简单描述为

$$\begin{aligned} &\min f(x) \text{ 或 } \max f(x), \\ &\text{s.t. } h_i(x) < 0,\ i = 1, 2, \cdots, m_1; \\ &\quad g_j(x) = 0,\ j = 1, 2, \cdots, m_2; \\ &\quad x \in S. \end{aligned} \tag{1.1}$$

式中，min 是 minimize(极小化)的缩写，max 是 maximize(极大化)的缩写. $f(x)$ 是 R^n 上的实数函数，$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}}$ 称为决策变量或决策向量，$S \in R^n$ 称为决策变量约束条件或者可行域，用于定义决策变量的下界和上界. s. t. 是 subject to 的缩写，表示约束条件，$h_i(x) < 0\ (i = 1, 2, \cdots, m_1)$ 称为不等式约束，m_1 为不等式约束的个数. $g_j(x) = 0\ (j = 1, 2, \cdots, m_2)$ 称为等式约束，m_2 为等式约束的个数.

式(1.1)的含义是，在可行域 S 中，寻找满足约束条件 $h_i(x) < 0\ (i = 1, 2, \cdots, m_1)$ 和 $g_j(x) = 0\ (j = 1, 2, \cdots, m_2)$ 的决策变量，使目标函数 $f(x)$ 的值达到最小或最大.

最优化问题包含的内容非常丰富，而且相对复杂. 为了便于研究，根据决策变量、目标函数和约束条件等问题，可以从不同的角度对最优化问题进行分类. 如一(多)维优化问题、连续(离散)优化问题、单目标(多目标)优化问题、约束(非约束)优化问题和线性(非线性)优化问题等.

1.1.2 最优化方法

为了解决不同类型的优化问题，人们致力于最优化方法即最优化算法的研究，其实质是基于某种思想和机制寻找最优解的一种搜索过程或者规则，从而满足实际问题的需求.

最优化方法的研究最早可以追溯到公元前 500 年. 17 世纪牛顿和莱布尼茨在创建微积分的过程中，提出了求解具有多个自变量的实值函数的最大值和最小值的方法. 后来他们又进一步讨论了具有未知函数的函数极值问题，从而形成了变分法. 在这一时期出现的最优化方法称为古典最优化方法，这也标志着优化方法真正成为科学方法. 随着军事上的需求、科学技术和生产的迅速发展，古典的优化方法已经无法解决许多实际的优化问题，这就促进了近代最优化方法的产生.

1947 年 Dantzing 提出了求解一般线性规划问题的单纯形法之后，共轭梯度法、最速下降法、牛顿法和拟牛顿法等以梯度信息为基础的经典优化算法相继

出现，并用于解决非线性规划问题. 随着电子计算机技术的快速发展，最优化方法的研究也得到了飞速的发展，并且得到了广泛应用. 但经典优化方法在解决优化问题过程中有时需要精确的数学信息并且计算相对复杂，一般只适用于解决小规模的优化问题，所以其适用范围经常受到限制. 后来相继出现了一类以 Johnson 法、Palmer 法、NEH 法等为代表利用构造的方法解决优化问题，以及以 SA，GA，TS 等为代表通过邻域搜索的方法实现优化的算法.

近几十年来，受到自然界中自然现象或生物体习性的各种原理和机理的启发，人们提出了模拟自然现象或生物群体现象解决优化问题的启发式优化算法. 先后出现了多种启发式优化算法，包括和声搜索算法、遗传算法、粒子群算法、禁忌搜索算法、差分进化算法、模拟退火算法、蚁群算法、人工免疫算法、人工鱼群算法、人工蜂群算法和混合蛙跳算法等丰富多彩的仿生算法.

与经典的优化算法相比，启发式优化算法将解决优化问题的过程转化为系统动态的演化过程. 通过自组织、自适应和自学习的方式根据算法进程的变化自动发现算法本身的特性和规律，并通过不断的学习提高算法适应性. 在搜索过程中，启发式优化算法可以从多个点出发同时搜索解空间的多个区域，并相互交流信息获取所需性能. 在优化过程中，启发式优化算法不依赖优化问题本身的特性，只需考虑要影响搜索方向的目标函数和相应的适应度函数. 启发式优化算法的出现，克服了经典优化算法依赖于目标函数的连续可微性的限制，更适合于解决困难且复杂的工程优化问题，可以找到更好的最优解. 因此，启发式优化算法的研究和应用受到越来越多学者们的重视.

1.2 启发式优化算法——和声搜索

在音乐创作过程中，乐队中所有乐师通过调整每个乐器，使其在一定的范围内发出音调，如果把这些音调合成在一起就构成了一个和声向量. 在音调合成的过程中，如果合成了一个好的和声，这种经验将存储在每个演奏者的记忆中，为他们在下次演出中获得美妙悦耳的和声提供了参考，使其演奏出更好的和声的可能性也增大了. Geem 等人受音乐创作这一现象的启发，于 2001 年提出了一种新的启发式优化算法，称为和声搜索算法. 和声搜索算法则是通过模拟音乐演奏过程中，乐师们凭借自己的记忆(经验)反复调整各种乐器的音调从而达到创作完美和声这一现象实现寻找优化问题的最优解.

1.2.1 和声搜索算法特点

在解决优化问题的过程中，和声搜索算法通过和声记忆库中的所有和声参与即兴创作，实现对优化问题的解空间随机搜索，这种搜索机制通过历史经验的引导降低了算法盲目搜索的概率，而算法通过随机数的变化进行和声记忆库考虑、基因调整和随机变异等操作，使算法具有较强的全局搜索性能和较好的遍历性. 和声搜索算法作为启发式优化算法家族的一员，除了具有大多数启发式优化算法的共同特点之外，与其他的启发式优化算法相比具有以下特点：

第一，和声搜索算法直接对问题变量求解，不需要对求解问题进行编码等操作，如遗传算法等需要对问题变量进行复杂的编码操作，而且其编码操作影响了算法的优化效果和算法的收敛速度.

第二，和声记忆库中的每个和声都参与新和声的创作过程，提高了算法的灵活性，可以保证算法找到质量更高的解. 而遗传算法根据父代和子代的信息产生新的个体，粒子群算法则使用粒子的个体历史最优和群体最优来更新各自的位置.

第三，和声搜索算法，根据整个和声记忆库的信息，对问题变量的每一维进行动态调整产生新的和声，和声搜索算法每次迭代进化只产生一个候选和声向量.

第四，和声搜索算法的收敛速度和收敛性与所求问题变量的初始值无关，不受和声记忆库初始信息的影响. 如模拟退火算法的性能则依赖所求问题的初始值和参数，而且执行时间较长.

第五，和声搜索算法种群设置相对较小，而其他启发优化算法，如粒子群算法、差分进化算法和蚁群算法等算法的种群设置相对较大，因此在算法运行时，和声搜索算法所需要的内存空间相对较小.

由于和声搜索算法具有结构简单、参数少、容易实现等优点，近几年，广大学者针对和声搜索算法在理论研究和应用领域上都取得了不少改进和创新.

1.2.2 和声搜索算法改进研究

目前，国内外的学者对和声搜索算法的改进研究中，主要针对和声搜索算法的参数调整策略、即兴创作策略及与其他启发式优化算法的融合进行研究，从而提高和声搜索算法的优化性能.

(1)参数调整策略研究

Mahdavi 等人于 2007 年提出了一种改进的和声搜索(improved harmony search, IHS)算法. Mahdavi 针对 HS 算法中基音调整概率 *PAR* 和基音步长 *bw* 两个参数，在算法进化过程中不变的问题，设计了一种动态参数调整形式，两个动态参数具体表达如下：

$$PAR(gn) = PAR_{\min} + \frac{(PAR_{\max} - PAR_{\min})}{NI} \cdot gn. \tag{1.2}$$

$$bw(gn) = bw_{\max} \cdot \exp(c \cdot \mathrm{gn}),\ c = \frac{\ln\left(\frac{bw_{\min}}{bw_{\max}}\right)}{NI}. \tag{1.3}$$

式中，*gn* 为当前迭代次数，*NI* 为最大迭代次数，$PAR_{\max}$和 $PAR_{\min}$分别为最大基音调整概率和最小基音调整概率，$bw_{\max}$和 $bw_{\min}$分别为最大基音步长和最小基音步长. IHS 算法通过动态参数调整策略，使得基音调整概率 *PAR* 在算法运行过程中线性递增，基音步长 *bw* 以指数递减的形式变化，从而避免因参数恒定导致算法在寻优后期缺乏全局搜索能力，容易陷入局部最优的缺点，这种改进改善了算法全局搜索能力和局部搜索能力.

Yadav 等人于 2012 年提出了智能调整和声搜索(an intelligent tuned harmony search, ITHS)算法. ITHS 算法的思想来源于组决策思想，在搜索过程中，根据和声记忆库动态子种群自动选择合适的基音调整策略，从而保持和声记忆库多样性的平衡. 自动调整参数策略避免了参数设置的问题，提高了算法的精度. 但是 ITHS 算法的精度容易受其他参数如和声记忆库大小 *HMS* 和和声记忆库考虑概率 *HMCR* 的影响.

Khalili 等人于 2014 年提出了全局动态和声搜索(global dynamic harmony search, GDHS)算法. Khalili 等人针对 HS 算法参数调整问题，首先，定义动态 *HMCR* 和 *PAR*

$$HMCR = 0.9 + 0.2 \times \sqrt{\frac{iteration - 1}{\max_{imp.} - 1} \times \left(1 - \frac{iteration - 1}{\max_{imp.} - 1}\right)}. \tag{1.4}$$

$$PAR = 0.85 + 0.3 \times \sqrt{\frac{iteration - 1}{\max_{imp.} - 1} \times \left(1 - \frac{iteration - 1}{\max_{imp.} - 1}\right)}. \tag{1.5}$$

其中，*iteration* 代表当前迭代次数，$\max_{imp}$代表最大即兴创作次数. 然后，给出新的动态决策变量空间 $[L^{\mathrm{new}}, U^{\mathrm{new}}]$

$$U^{\mathrm{new}} = U^{HM} + bw_{\max},\ L^{\mathrm{new}} = L^{HM} - bw_{\max}. \tag{1.6}$$

其中，U^{new} 和 L^{new} 分别为新的上界和下界，U^{HM} 为最大上界，L^{HM} 为最小下界，

$bw_{\max}$ 代表最大基音调整步长. 根据动态的决策变量空间，则最大基音调整步长 $bw_{\max}$ 和最小基音调整步长 $bw_{\min}$ 分别定义为

$$bw_{\max} = \frac{\Delta(U^{\text{new}} - L^{\text{new}})}{bw_{\text{den}}},\ bw_{\min} = 0.001 \times bw_{\max}. \tag{1.7}$$

式中，$bw_{\text{den}} = 20 \times abs[1 + \log_{10}(U^{\text{initial}} - L^{\text{initial}})]$ 在优化过程中是一个固定的值，U^{initial} 和 L^{initial} 分别是问题的初始上界和下界. 则新的基因调整步长定义为

$$bw = bw_{\max} \times e^{[(\ln\frac{bw_{\min}}{bw_{\max}})\times(\frac{iteration-1}{\max_{imp}-1})]}. \tag{1.8}$$

最后，给出新的基音调整公式

$$x_i' = x_i^j \pm bw \times coef,\ coef = (1 + HMS - j) \times \left(1 - \frac{iteration - 1}{\max_{imp} - 1}\right). \tag{1.9}$$

其中，$j = (1, 2, \cdots, HMS)$，参数 $coef$ 为基音调整系数，$coef$ 根据和声记忆库所选择和声向量的好坏及迭代次数变小或变大.

(2)即兴创作策略研究

Omran 和 MahdaVi 受粒子群优化算法中种群智能的启发，于 2008 年提出了一种全局最好和声搜索(global-best harmony search，GHS)算法. 在 GHS 算法中，通过使用和声记忆库中的最好和声产生新的和声 x'，即

$$x_j' = x_k^{\text{best}},\ k = 1, 2, \cdots, N. \tag{1.10}$$

其中，x_j' 代表 x' 的第 j 维变量，k 是一个 1 到 N 之间的随机整数. 此外，在 GHS 算法中基音调整概率与 IHS 算法中基音调整概率相同，其他关键操作上与和声搜索算法完全相同. GHS 算法利用和声记忆库的最好和声信息产生新和声的操作机制，但是其操作并不是利用最好和声对应维的决策变量信息产生. 这种操作方式可能导致后面进行基音调整操作时破坏最优和声向量的结构，而且当一个问题最优解的不同维的值不同时，新产生的和声向量比全局最好和声向量差的概率会很大.

Pan 等人受 GHS 算法的启发，于 2010 年提出了一种自适应全局最好和声搜索算法(self-adaptive global best harmony search，SGHS). 在 SGHS 算法中，$HMCR$ 和 PAR 主要根据历史记录的成功值来选取，判断参数 $HMCR$ 和 PAR 是否成功的标准是新产生的和声向量是否好于和声记忆库中的最差和声向量，并引入一种新颖的参数学习周期 L，使得 SGHS 算法能够在进化过程中不断地学习以解决优化问题. 此外，在 SGHS 算法中，新和声向量的每一维 x_j' 根据最好和声向量的对应维的信息产生，即

$$x_j' = x_j^{\text{best}},\ j = 1, 2, \cdots, N. \tag{1.11}$$

这种操作方式避免了后面进行基音调整操作时破坏最优和声向量的结构的问题.

受种群智能思想的启发，Zou 等人提出了新颖全局和声搜索(novel global harmony search，NGHS)算法，该算法排除了基本和声搜索算法中的三个参数：和声记忆库大小(*HMS*)、和声记忆库考虑概率(*HMCR*)、基音调整概率(*PAR*)，引入了位置更新和变异操作，提高了算法的收敛性和跳出局部最优的能力，并用于解决一些带有约的非线性优化问题.

El-Abd 于 2013 年对 GHS 算法进行了修正，提出了改进全局最好和声搜索(improved global-best harmony search，IGHS)算法. 为了与后面算法区分，我们将其称为 IGHS_E 算法. IGHS_E 算法从算法进化早期以搜索策略为主，到算法进化后期则逐渐转变为开发策略为主. 在基音选择阶段，IGHS_E 算法从和声记忆库中随机选择一个和声向量 x^r，并根据 x^r 的对应分量 x_j^r 通过一个高斯分布的随机数进行扰动调整步长产生新和声 x_j'，即

$$x_j' = x_j^r + Gauss(0, 1) \times bw. j = 1, 2, \cdots, N; \quad r = 1, 2, \cdots, HMS. \tag{1.12}$$

其中，$Gauss(0, 1)$是均值为 0，标准差为 1 的高斯随机数. IGHS_E 算法通过高斯随机分布随机选择基音调整的方式，可以提供一个更大范围内的搜索空间. 在基音调整阶段，选择当前最好和声的对应分量 x_j^{best}，通过均匀分布的形式进行调整，即

$$x_j' = x_j^{\text{best}} + \phi \times bw, \quad j = 1, 2, \cdots, N. \tag{1.13}$$

式中，ϕ 为 -1 到 1 之间均匀分布的随机数. 均匀分布的随机数可以在最优和声附近提供一个小范围内的搜索. IGHS_E 算法通过对搜索过程的控制机制，使算法在和声记忆库中随机选择和声时以较大的步长搜索，可以使算法搜索的早期具有较好的探索性能. 同时，算法在和声记忆库中最好和声的附近以较小的步长搜索，可以使算法更好地开发解空间信息，这一操作保证了算法在搜索后期开发解空间信息的能力.

Xiang 等人于 2014 年提出了改进全局最好和声搜索(improved global-best harmony search，IGHS)算法. 为了方便区分，我们将其称为 IGHS_X 算法. IGHS_X 算法在和声记忆库初始化阶段，采用了反向学习策略提高和声记忆库初始化和声向量的质量. 在即兴创作产生新和声过程中，首先，采用差分进化算法的变异策略产生新和声，即

$$x_j' = x_k^{\text{best}} + \xi \times (x_{a,k} - x_{b,k}), j = 1, 2, \cdots, N. \tag{1.14}$$

式中，k 为1到 N 之间的随机整数. $a, b \in [1, 2, \cdots, HMS]$ 是互不相同的随机整数，并且与 best 不相同. 参数 ξ 是标量对 $(x_a - x_b)$ 进行放大. 较小的 ξ 有利于局部搜索. 然后，基于人工蜂群(ABC)算法思想产生新和声，进一步提高全局搜索的能力，降低随机性，即

$$x_j' = x_{c,j} + \phi_j \times (x_{c,j} - x_{d,k}), j = 1, 2, \cdots, N. \tag{1.15}$$

其中 c 是 $[1, 2, \cdots, HMS]$ 内均匀分布的随机整数，d 与 c 是在 $[1, 2, \cdots, HMS]$ 内随机分布的不同的整数，$\phi_j \in [-1, 1]$ 是一个均匀分布的随机数. IGHS_X 算法对其中 *HMCR* 和 *PAR* 两个参数进行了修正，对 GHS 算法中的和声记忆库考虑概率 *HMCR* 和基音调整概率 *PAR* 采用了复合线性函数、周期函数和符号函数进行动态调整. 此外，IGHS_X 算法基于 ABC 算法思想和反向学习技术对最好和声扰动，避免算法陷入局部最优，即

$$v_j = x_{\text{best},j} + \phi_j \times (x_{\text{best},j} - x_{k,j}) \tag{1.16}$$

$$v_j = L_j + U_j - x_{\text{best},j}. \tag{1.17}$$

式中，$j = 1, 2, \cdots, N$，best 代表最好和声向量索引，$\phi_j \in [-1, 1]$ 是随机实数，$k \in [1, 2, \cdots, HMS]$. 两种扰动操作策略可以引导当前最优解到达一个新的空间跳出局部最优. 但修改后的策略容易降低 IGHS_X 算法的收敛速度. 为此引入了一个选择比例参数 α 和 β 控制新的修改策略的搜索频率. 最后，IGHS_X 算法对决策变量违反边界约束采用下面的修复策略：

$$x_{i,j} = \begin{cases} L_j + rand(0, 1) \times (U_j - L_j) & \text{if } x_{ij} < L_j \\ U_j - rand(0, 1) \times (U_j - L_j) & \text{if } x_{ij} > U_j \end{cases}. \tag{1.18}$$

在即兴创作产生新和声的过程中，基于差分进化的方法提高算法局部寻优的能力. 基于人工蜂群算法的思想修正了随机考虑概率，降低了 GHS 算法的随机性. IGHS_X 算法的两种扰动策略，在最好和声附近进行二次搜索操作，提高了算法的搜索能力.

Valian 等人 2014 年针对 Zou 和 Gao 等人提出的 NGHS 算法，基于群智能思想改进了 NGHS 算法，提出了智能全局和声搜索(intelligent global harmony search，IGHS)算法，并且取得了非常好的优化效果. 为了方便区分，称其为 IGHS_V 算法. IGHS_V 算法将 NGHS 算法中排除的三个参数中的 *HMCR* 和 *PAR* 重新引入新算法中.

(3)算法融合策略研究

Chakraborty 于 2009 年提出一种带有差分变异算子的改进和声搜索(an improved harmony search algorithm with differential mutation operator, DHS)算法. 受差分进化算法思想启发, Chakraborty 将差分进化算法中变异算子融合到和声搜索算法中, 提高了和声搜索算法的优化性能. Zhao 等人 2011 年提出了动态多种群粒子群和声搜索(dynamic multi-swarm particle swarm optimizer with harmony search, DMS-PSO-HS)算法, 该算法将动态多种群粒子群(DMS-PSO)算法中每个子种群与和声搜索算法融合, 将 DMS-PSO 算法的探索能力和 HS 算法的随机搜索性能结合. DMS-PSO 算法的种群被分成大量的小型动态子种群, 其每个子种群也是 HS 的种群. 这些子种群之间频繁重组并且在整个种群中的粒子之间进行信息交互. Wu 等人 2012 年提出了混合和声人工蜂群(hybrid harmony search and artificial bee colony, HHSABC)算法. 利用人工蜂群混沌搜索和粒子优化的方法优化和声记忆库产生精英解向量, 从而根据精英策略产生新的候选和声向量.

1.2.3 和声搜索算法应用研究

和声搜索算法作为一种模拟音乐创作解决优化问题的启发式优化算法, 由于其算法操作简单且受限制较少, 因此自该算法提出以来不仅得到了不断的改进, 并且被广泛用于解决各类实际优化问题.

(1)模糊控制器设计优化

Sharma 等人 2010 年提出了混合稳态自适应模糊控制器设计流程, 该流程使用了传统的李雅普诺夫理论结合和声搜索算法优化设计控制器. 其所设计出的控制器既可以保证系统想要的稳定性. 随后, Sharma 等人出了基于不同和声搜索算法的群组即兴创作的策略, 通过协作的方法产生新的和声向量, 并将其用于稳定模糊控制器的设计, 同时对控制器的结构和参数进行优化设计. 新方法设计得到的控制器不仅可以保证系统的期望的稳定性, 而且在设计的过程中可以得到满意的性能和高度的自动化.

(2)PI/PID 控制器设计优化

Ambia 等人于 2015 年利用和声搜索算法优化设计 PI 控制器, 用于解决带有两个回路的电网侧电压源级联变换器和在一个同步运行分布式的发电系统中平稳过度孤岛效应问题. Zou 等人于 2015 年研究了鲁棒 PID 控制器调节问题, 利用改进的全局和搜索算法优化控制器参数, 提高系统的鲁棒性, 实现控制系统的 H_∞ 性能指标. Shiva 和 Mukherjee 于 2015 年针对电力系统自动发电控制问