

清华大学研究生教学改革项目支持（项目编号：201709J012）

# 现代信号 分析和处理

张旭东 编著

清华大学出版社



清华大学研究生教学改革项目支持（项目编号：201709J012）

# 现代信号 分析和处理

张旭东 编著



清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书系统和深入地介绍了现代数字信号分析和处理的基础以及一些广泛应用的算法。前4章介绍了研究和学现代数字信号处理的重要基础,包括随机信号模型、估计理论概要、最优滤波器理论、最小二乘滤波和卡尔曼滤波,这些内容是信号处理统计方法的基础性知识;第5章~第8章详细讨论了几类广泛应用的典型算法,包括自适应滤波算法、功率谱估计算法、高阶统计量和循环统计量、信号的盲源分离;第9章~第11章包括时频分析、小波变换原理及应用和信号的稀疏分析与压缩感知。本书详细地介绍了近年受到广泛关注的一些前沿专题,例如EM算法、粒子滤波、独立分量分析、盲源分离的子空间方法、稀疏表示与压缩感知等,空间阵列信号处理的一些初步内容会穿插在有关章节,但不单独成章。本书在写作中既注重了内容的先进性和系统性,也注重了内容的可读性。

本书适用于电子信息领域研究生课程,也可供各类利用信号或数据分析作为工具的研究生、教师和科技人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

现代信号分析和处理/张旭东编著. —北京:清华大学出版社,2018  
ISBN 978-7-302-48600-8

I. ①现… II. ①张… III. ①信号分析 ②信号处理 IV. ①TN911

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第254918号

责任编辑:王一玲 柴文强  
封面设计:常雪影  
责任校对:李建庄  
责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座

邮 编:100084

社总机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质量反馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:清华大学印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:39.5

字 数:963千字

版 次:2018年8月第1版

印 次:2018年8月第1次印刷

定 价:99.00元

产品编号:069469-01

现代信号分析和处理的应用非常广泛,不仅包括电子信息领域,而且在如生物医学工程、地质勘探、震动测量、自动控制甚至金融和社会学等众多领域都得到了深入的应用。作为一个研究领域和应用工具,现代信号分析和处理已形成众多分支,研究内容深入而广泛,应用面甚广,文献资料众多。

在这种情况下,为研究生课程提炼出一本全面反映现代信号分析和处理的理论、算法和应用的教材是不现实的,作者主要选择了两个主题构成本书的核心内容,一是信号的统计处理方法,包括信号的统计模型、统计推断基础、最优滤波理论、谱估计和自适应滤波、高阶和循环统计,以及信号的盲源分离;二是复杂信号的表示,包括信号的时频分析和稀疏信号表示。大致上第一部分内容占全书 2/3,第二部分内容占全书 1/3。

本书的内容超出一门课程的需要,可供灵活选择,为学生留出足够的自学材料。本书可以适用于几种不同的课程安排:①对于两个学期的课程,可选择统计部分作为一个学期,时频分析和稀疏表示作为一个学期,带星号的小节均留作自学材料;②对于一个学期周 3 学时的工学硕士和博士研究生课程,除重点讲授前 6 章的基本内容外,再选择 9、10 两章的基本内容,作者在清华大学电子工程系的课程就是按这种方式安排的,其中选择的各章中带星号的小节均留做课外阅读;③对于一个学期周 2 学时的课程,或选择前 6 章的基础部分作为入门课程,或选择后 3 章作为时频分析和稀疏表示的专题课程。

本书各章都给出了几个需要用 MATLAB 仿真的习题(带 \* 号的习题),希望使用本书的学生能够选做其中的一些,这对于理解书中的理论和算法是非常有帮助的。作者在讲授“现代信号处理”课程时,要求学生至少完成两个这样的仿真习题,并作为学期成绩的一部分,其效果是非常好的。

本书是作者在清华大学电子工程系近 20 年讲授研究生课程所积累的成果,其中融入了作者多年科研工作的心得。本书不完全是一本新书,它是作者和陆明泉教授于 2005 年在清华大学出版社出版的《离散随机信号处理》一书的大改版,由于新增内容和对原内容的修改都很大,以至于更适合作为一本新书出版。《离散随机信号处理》一书曾获得 2004—2008 年度清华大学优秀教材一等奖,但毕竟十几年过去,信号处理有了长足的发展,对原书的简单修订已不能反映这种发展,出版一本新书则更合适。这次新书的编著由作者单独完成,但本书第 7 章部分内容参考了陆明泉教授 2005 年原书相关章节的初稿,谨此对陆明泉教授多年的合作表示感谢。

本书各章单独列出参考文献,以便读者可独立选择阅读各章。共计列出超过 300 篇参考文献,都是作者在此次编著本书时直接参考或希望读者延伸阅读的。但本书一些材料是多年积累的结果,尽管作者努力包含对本书写作有影响的参考资料,但若有个别参考过的文

献有所疏漏,仍恐难免,若有此情况发生,作者表示歉意。

许多同事和研究生对本书的出版做出了贡献,清华大学生物医学工程系胡广书教授审阅了本书的第 8 章和第 11 章,并提出许多宝贵的建议。作者的学生张馨月帮助准备了第 11.6.5 节的初稿,高昊和王超帮助绘制了多幅插图,在此表示感谢。

感谢清华大学出版社资深编辑王一玲老师和赵凯编辑在本书出版过程中给予的帮助和支持。

由于作者水平、时间和精力所限,本书会存在缺点和不足,希望读者批评指正。

作 者

于清华园

2018 年 5 月

第 0 章 绪论	1
0.1 本书的主要内容	1
0.2 现代信号处理的几个应用实例	3
0.3 对信号处理的一些基本问题的讨论	5
0.4 一个简短的历史概述	7

## 卷一 信号处理的统计方法

第 1 章 随机信号基础及模型	11
1.1 随机信号基础	11
1.1.1 随机过程的概率密度函数表示	12
1.1.2 随机过程的基本特征	15
1.2 随机信号向量的矩阵特征	20
1.2.1 自相关矩阵	20
1.2.2 互相关矩阵	24
1.2.3 向量信号相关阵	24
1.3 常见信号实例	25
1.3.1 独立同分布和白噪声	26
1.3.2 复正弦加噪声	26
1.3.3 实高斯过程	27
* 1.3.4 复高斯过程	31
* 1.3.5 混合高斯过程	32
1.3.6 高斯-马尔可夫过程	33
1.4 随机信号的展开	33
1.4.1 随机信号的正交展开	33
1.4.2 基向量集的正交化	35
1.4.3 KL 变换	36
* 1.4.4 主分量分析	37
1.4.5 由正交随机序列集表示一个随机信号	38
1.5 随机信号的功率谱密度	39
1.5.1 功率谱密度的定义和性质	40

1.5.2	随机信号通过线性系统 .....	43
1.5.3	连续随机信号与离散随机信号的关系 .....	44
1.6	随机信号的有理分式模型 .....	46
1.6.1	谱分解定理 .....	47
1.6.2	随机信号的 ARMA 模型 .....	49
1.6.3	随机信号表示的进一步讨论 .....	56
1.6.4	自相关与模型参数的关系 .....	58
*1.6.5	ARMA 模型的扩展——ARIMA 模型 .....	61
1.7	小结与进一步阅读 .....	65
	习题 .....	66
	参考文献 .....	69
<b>第 2 章</b>	<b>估计理论基础 .....</b>	<b>71</b>
2.1	基本经典估计问题 .....	71
2.1.1	经典估计基本概念和性能参数 .....	71
2.1.2	几个常用估计量 .....	74
2.2	克拉美-罗下界 .....	76
2.3	最大似然估计(MLE) .....	80
2.4	贝叶斯估计 .....	85
2.4.1	最小均方误差贝叶斯估计 .....	86
2.4.2	贝叶斯估计的其他形式 .....	90
2.5	线性贝叶斯估计器 .....	92
2.6	最小二乘估计 .....	94
2.6.1	加权最小二乘估计 .....	98
2.6.2	正则化最小二乘估计 .....	98
2.6.3	复数据的 LS 估计 .....	100
*2.7	EM 算法 .....	100
2.7.1	EM 算法的特例和扩展 .....	103
2.7.2	EM 算法解高斯混合模型 .....	105
2.8	小结与进一步阅读 .....	108
	习题 .....	108
	参考文献 .....	110
<b>第 3 章</b>	<b>最优滤波器 .....</b>	<b>112</b>
3.1	维纳滤波 .....	112
3.1.1	实际问题中的维纳滤波 .....	112
3.1.2	从估计理论观点导出维纳滤波 .....	114
3.1.3	维纳滤波器-正交原理 .....	115
3.1.4	FIR 维纳滤波器 .....	117

3.1.5	IIR 维纳滤波器 .....	121
3.1.6	应用例——通信系统的最佳线性均衡器 .....	125
* 3.2	阵列波束形成与维纳滤波 .....	126
3.2.1	阵列波束形成基础知识 .....	126
3.2.2	维纳滤波与波束形成 .....	129
3.2.3	MVDR 波束形成器 .....	130
3.3	最优线性预测 .....	131
3.3.1	前向线性预测 .....	131
3.3.2	后向线性预测 .....	133
3.3.3	Levinson-Durbin 算法 .....	134
3.3.4	格型预测误差滤波器 .....	138
3.3.5	预测误差滤波器的性质 .....	140
* 3.4	格型滤波器结构的推广 .....	143
3.4.1	AR 模型和全极点格型 .....	143
3.4.2	Cholesky 分解 .....	144
3.4.3	维纳滤波器的格型结构 .....	146
3.5	最小二乘滤波 .....	148
3.5.1	LS 滤波的边界问题 .....	149
3.5.2	LS 的正交性原理 .....	151
3.5.3	最小二乘滤波的几个性质 .....	153
3.5.4	最小二乘的线性预测 .....	154
3.5.5	正则最小二乘滤波 .....	156
* 3.5.6	基于非线性函数的最小二乘滤波 .....	157
3.6	奇异值分解计算 LS 问题 .....	159
* 3.7	总体最小二乘(TLS) .....	162
3.8	小结和进一步阅读 .....	163
	第 3 章附录 连续时间维纳滤波 .....	163
	习题 .....	166
	参考文献 .....	168
<b>第 4 章</b>	<b>卡尔曼滤波及其扩展 .....</b>	<b>170</b>
4.1	标量卡尔曼滤波 .....	171
4.1.1	标量随机状态的最优递推估计 .....	171
4.1.2	与维纳滤波器的比较 .....	174
4.2	向量形式标准卡尔曼滤波 .....	176
4.2.1	向量卡尔曼滤波模型 .....	176
4.2.2	向量卡尔曼滤波推导 .....	179
* 4.3	卡尔曼滤波器的一些变化形式 .....	186
4.3.1	针对状态方程不同形式的卡尔曼滤波器 .....	186

4.3.2	卡尔曼预测器	187
4.3.3	卡尔曼信息滤波器	188
4.3.4	稳态卡尔曼滤波器	189
4.3.5	卡尔曼 QR 分解滤波器	193
4.3.6	简单无激励动力系统	196
4.4	卡尔曼非线性滤波之一: 扩展卡尔曼滤波(EKF)	197
*4.5	卡尔曼非线性滤波之二: 无迹卡尔曼滤波	198
4.5.1	无迹变换(UT)	199
4.5.2	加性噪声非线性系统的 UKF	199
4.5.3	一般非线性系统的 UKF	200
4.6	贝叶斯滤波	203
*4.7	粒子滤波	205
4.7.1	蒙特卡罗模拟与序列重要性采样	206
4.7.2	粒子滤波算法	208
4.7.3	粒子滤波的改进——高斯粒子滤波	217
4.8	本章小结和进一步阅读	222
	习题	223
	参考文献	224
<b>第 5 章</b>	<b>自适应滤波器</b>	<b>226</b>
5.1	自适应滤波的分类和应用	227
5.2	最陡下降法	229
5.3	LMS 自适应滤波算法	232
5.3.1	LMS 算法	232
5.3.2	LMS 算法的收敛性分析	233
5.3.3	一些改进的 LMS 算法	237
*5.3.4	稀疏 LMS 算法	239
*5.3.5	仿射投影算法	241
5.4	递推 LS 算法(RLS)	242
5.4.1	基本 RLS 算法	243
5.4.2	RLS 算法的收敛性分析	246
5.5	LMS 和 RLS 算法对自适应均衡器的仿真结果	247
5.6	投影算子递推和 LS 格型滤波器	251
5.6.1	用向量空间算子方法表示 LS 滤波器	252
5.6.2	投影算子的阶递推公式	255
5.6.3	投影算子的时间递推公式	255
5.6.4	最小二乘格型(LSL)算法	258
*5.7	快速横向 LS 自适应滤波算法(FTF)	265
5.7.1	4 个基本滤波器	265

5.7.2	横向滤波器算子的更新	268
5.7.3	FTF 算法	269
*5.8	QR 分解 RLS 算法	271
5.8.1	LDU 分解 RLS 算法	272
5.8.2	RLS 和卡尔曼滤波的对应关系	273
*5.9	IIR 结构的自适应滤波器	274
*5.10	非线性自适应滤波举例	278
5.11	自适应滤波器的应用举例	279
5.11.1	自适应均衡再讨论	279
5.11.2	自适应干扰对消的应用	279
*5.11.3	自适应波束形成算法	281
*5.12	无期望响应的自适应滤波算法举例: 盲均衡	283
5.12.1	恒模算法(CMA)	284
5.12.2	一类盲均衡算法(Bussgang 算法)	285
5.12.3	盲反卷算法介绍	287
5.13	小结和进一步阅读	288
	习题	288
	参考文献	290
<b>第 6 章</b>	<b>功率谱估计</b>	<b>292</b>
6.1	经典谱估计方法	293
6.1.1	周期图方法	293
6.1.2	改进周期图	297
6.1.3	Blackman-Tukey 方法	298
6.2	AR 模型法谱估计	299
6.2.1	最大熵谱估计	300
6.2.2	AR 模型谱估计的协方差方法	301
6.2.3	改进协方差方法	305
6.2.4	自相关方法	306
6.2.5	Burg 算法	308
6.2.6	AR 模型谱的进一步讨论	310
6.3	系统模型阶选择问题	313
6.4	MA 模型谱估计	314
6.5	ARMA 模型谱估计	317
6.5.1	改进 Yule-Walker 方程方法	317
*6.5.2	Akaike 的非线性迭代算法	318
*6.6	最小方差谱估计	321
6.7	利用特征空间的频率估计	323
6.7.1	Pisarenko 谱分解	326

6.7.2	MUSIC 方法 .....	327
6.7.3	模型阶估计 .....	328
*6.8	ESPRIT 算法 .....	329
6.8.1	基本 ESPRIT 算法 .....	329
6.8.2	LS-ESPRIT 和 TLS-ESPRIT 算法 .....	332
*6.9	空间线性阵列的 DOA 估计 .....	335
6.10	功率谱估计的一些实验结果 .....	336
6.10.1	经典方法和 AR 模型法对不同信号类型的仿真比较 .....	336
6.10.2	谐波估计的实验结果 .....	342
6.11	小结和进一步阅读 .....	345
	习题 .....	346
	参考文献 .....	348
<b>第 7 章</b>	<b>超出 2 阶平稳统计的信号特征与应用 .....</b>	<b>350</b>
7.1	信号的高阶统计量和高阶谱 .....	351
7.1.1	高阶累积量和高阶矩的定义 .....	351
7.1.2	高阶累积量的若干数学性质 .....	354
7.1.3	高阶谱的定义 .....	354
7.1.4	线性非高斯过程的高阶谱 .....	356
7.1.5	非线性过程的高阶谱 .....	357
*7.2	高阶统计量和高阶谱的估计 .....	359
7.2.1	高阶统计量的估计 .....	359
7.2.2	高阶谱的 B-R 估计 .....	360
7.2.3	高阶谱的间接估计方法 .....	362
7.2.4	高阶谱的应用 .....	364
*7.3	周期平稳信号的谱相关分析 .....	365
7.3.1	周期平稳信号的概念 .....	365
7.3.2	周期平稳信号的谱相关函数 .....	366
7.3.3	通信工程中常见已调信号的谱相关函数 .....	369
7.3.4	谱相关函数的估计 .....	371
*7.4	随机信号的熵特征 .....	373
7.4.1	熵的定义和基本性质 .....	373
7.4.2	KL 散度、互信息和负熵 .....	376
7.4.3	熵的逼近计算 .....	377
7.5	本章小结和进一步阅读 .....	379
	习题 .....	380
	参考文献 .....	381

第 8 章 信号处理的隐变量分析 .....	383
8.1 在线主分量分析 .....	384
8.1.1 广义 Hebian 算法 .....	385
8.1.2 投影近似子空间跟踪算法——PAST .....	387
8.2 信号向量的白化和正交化 .....	390
8.2.1 信号向量的白化 .....	390
8.2.2 向量集的正交化 .....	392
8.3 盲源分离问题的描述 .....	393
8.4 独立分量分析——ICA .....	395
8.4.1 独立分量分析的基本原理和准则 .....	396
8.4.2 不动点算法——Fast-ICA .....	400
8.4.3 自然梯度算法 .....	404
8.4.4 非线性 PCA 算法 .....	407
* 8.5 利用 2 阶统计的 BSS .....	409
8.5.1 SOBI 算法 .....	409
8.5.2 其他 2 阶统计盲源分离算法简介 .....	413
* 8.6 卷积混合盲源分离 .....	414
8.6.1 卷积混合模型 .....	414
8.6.2 卷积混合的分离模型 .....	416
8.6.3 卷积混合的分离算法简介 .....	417
* 8.7 其他 BSS 方法简介 .....	419
* 8.8 应用和仿真实验举例 .....	421
8.9 本章小结和进一步阅读 .....	427
习题 .....	427
参考文献 .....	429

## 卷二 时频分析和稀疏表示

第 9 章 时频分析方法 .....	435
9.1 时频分析的预备知识 .....	435
9.1.1 傅里叶变换及其局限性 .....	435
9.1.2 时频分析的几个基本概念 .....	436
9.1.3 框架和 Reisz 基 .....	442
9.2 短时傅里叶变换 .....	444
9.2.1 STFT 的定义和性质 .....	444
* 9.2.2 STFT 的数值计算 .....	448
9.3 Gabor 展开 .....	451
9.3.1 连续 Gabor 展开 .....	451

9.3.2	周期离散 Gabor 展开 .....	454
*9.4	分数傅里叶变换 .....	457
9.4.1	FRFT 的定义和性质 .....	457
9.4.2	FRFT 的数值计算 .....	461
9.4.3	FRFT 的应用简述 .....	464
9.5	Wigner-Ville 分布 .....	465
9.5.1	连续 Wigner-Ville 分布的定义和性质 .....	465
9.5.2	WVD 的一些实例及问题 .....	468
9.5.3	通过离散信号计算 WVD .....	471
*9.5.4	Radon-Wigner 变换 .....	473
*9.6	一般时频分布: Cohen 类 .....	474
9.6.1	模糊函数 .....	474
9.6.2	Cohen 类的定义与实例 .....	476
*9.7	模糊函数再讨论 .....	478
9.8	小结和进一步阅读 .....	482
	习题 .....	482
	参考文献 .....	483
<b>第 10 章</b>	<b>小波变换原理及应用概论 .....</b>	<b>486</b>
10.1	连续小波变换 .....	486
10.1.1	CWT 的定义 .....	486
10.1.2	CWT 的性质 .....	491
10.1.3	几个小波实例 .....	494
10.1.4	Lipschitz 指数与小波变换 .....	497
10.2	尺度和位移离散化的小波变换 .....	499
10.3	多分辨分析和正交小波基 .....	501
10.3.1	多分辨分析的概念 .....	501
10.3.2	小波基的构造 .....	504
10.3.3	离散小波变换的 Mallat 算法 .....	508
10.4	双正交小波变换 .....	510
10.5	小波基实例 .....	512
10.5.1	Daubechies 紧支小波 .....	513
10.5.2	双正交小波基实例 .....	517
10.6	多维空间小波变换 .....	522
10.6.1	二维可分小波变换 .....	522
10.6.2	数字图像的小波变换模型 .....	523
10.7	小波包分解 .....	524
*10.8	离散小波变换中的边界问题 .....	528
*10.9	提升和整数小波变换 .....	530

10.9.1	提升小波变换的基本方法	530
10.9.2	构造小波基的提升方法	533
10.9.3	几个提升实现的小波变换的例子	536
10.9.4	整数小波变换	538
*10.10	小波变换应用实例: 图像压缩	540
10.10.1	图像小波变换域的树表示和编码	543
10.10.2	嵌入式小波零树编码	544
*10.11	小波变换的其他应用	549
10.11.1	小波消噪	549
10.11.2	其他应用简介	551
10.12	小结和进一步阅读	552
	习题	552
	第10章附录 子带编码	554
	参考文献	555
*第11章	信号的稀疏表示与压缩感知	558
11.1	信号稀疏表示的数学基础	558
11.1.1	凸集和凸函数	558
11.1.2	范数	559
11.1.3	矩阵的零空间和稀疏度	561
11.2	信号的稀疏模型实例	562
11.2.1	压缩感知问题	562
11.2.2	套索回归问题——LASSO	566
11.2.3	不同稀疏问题的比较	568
11.3	信号的稀疏模型表示	569
11.4	稀疏恢复的基本理论	572
11.4.1	$(P_0)$ 解的唯一性	572
11.4.2	$(P_1)$ 解的唯一性	574
11.4.3	$(P_1^*)$ 问题的解	576
11.5	压缩感知与感知矩阵	577
11.6	稀疏恢复算法介绍	579
11.6.1	贪婪算法	580
11.6.2	LAR 算法	586
11.6.3	Lasso 的循环坐标下降算法	587
11.6.4	近邻方法和迭代收缩算法	588
11.6.5	迭代加权最小二乘算法——IRLS	591
11.6.6	在线稀疏恢复算法	593
11.7	信号稀疏恢复的几个应用实例	594
11.8	本章小结和进一步阅读	597

习题.....	598
参考文献.....	598
附录 A 矩阵论基础.....	601
附录 B 优化方法概要.....	608
缩写词.....	610
索引.....	612

本书假设读者已具备了连续和离散确定性信号分析和处理的基本知识,这些知识包括傅里叶变换、 $z$ 变换等信号的基本表示方法,线性时不变系统的卷积方法、频域和复频域等系统基本表示方法,以及信号通过 LTI 系统的响应,尤其是经典滤波器对信号的处理。本书进一步讨论随机信号的统计处理方法和复杂信号的时频表示。

我们在自然界中遇到的实际信号大都具有随机特性,这样的信号称为随机信号。对随机信号的表示、分析和处理与确定性信号有许多不同的特点。确定性信号的分析工具是随机信号分析的重要基础,但随机信号分析和处理又有许多不同的方面。另一方面,传统的信号时域表示和频域表示,均只反映了信号一个方面的性质,对于复杂信号的分析 and 处理,经常需要更复杂的信号表示方法,时频分析是一种典型的复杂信号表示方法。对于复杂信号,为了有效地处理或表示,希望更多地使用信号的结构化性质,例如稀疏性,对这类问题本书也做概要讨论。本书讨论的主要问题是离散随机信号的分析 and 处理方法以及复杂信号的表示方法。

## 0.1 本书的主要内容

本书主要包括如下几方面内容。

### 1. 对信号特性的了解

随机信号是一个随机过程,它可以是时间连续的,也可以是时间离散的,本书中主要讨论时间离散的随机信号。一个离散随机过程在每一个时刻对应一个随机变量,它服从一个概率分布函数,多个时刻对应的多个随机变量服从联合概率分布函数,这是随机过程的最基本的数学特征。在许多信号处理问题中,需要的是随机过程的更简单的特征,例如各种统计平均量,最常用的是期望值和相关函数。

在对实际信号的分析中,一般只能通过传感器或其他观测系统得到随机过程的一次实现,随机过程的一次实现称为一个时间序列,通过一个时间序列分析或估计随机信号的参数和特征,以提取有用的信息。

为了有利于对随机信号进行分析和处理,可以用一种数学形式来描述一个随机信号,这种数学描述称为信号的模型。对于一个实际的信号,给出一种模型表示,并通过测量得到的数据估计模型中的参数,这是信号的建模过程。对于随机信号,最一般的模型是联合概率密度函数,若获得了一个随机信号的联合概率密度函数及其参数,就获得了对该信号的相当完整的描述,信号的其他有用的特征量大多可以通过联合概率密度函数计算出来。但在实际

中,在一些复杂情况下获得一个随机信号的准确的联合概率密度函数,并通过有限的测量值较准确地估计概率密度函数的参数是困难的,所以在很多应用中,需要采用信号的更简单的特征量。

当随机信号能够用更加特殊的模型表示,分析方法往往会更加有效,例如常用的一种模型是有理线性系统模型:一个随机过程由一个差分方程来刻画,差分方程的驱动信号是一个已知的简单的随机过程;另一个常用的信号模型是谐波模型,一个随机信号由一组具有随机相位的正弦信号组成,一个噪声干扰嵌在这个信号模型中。当一个时间序列符合这样的特殊模型时,许多分析和处理方法变得简单,甚至具有简洁的闭式方程。

随机信号处理中的一个重要问题,功率谱估计的现代方法就是建立在这样一些特殊模型基础上的。

## 2. 对统计意义下最优滤波的研究

随机信号处理的一个重要问题是波形估计,这类问题也称为滤波问题。在现代的信号处理领域,滤波一词的含义已远不再限于“选频”这样一个狭窄的概念,凡是对时间序列的处理过程均可称之为滤波。在随机信号作为输入和输出的滤波器中,滤波器的输出怎样是最优的?这个最优的评价准则应该考虑随机信号的特点和不同的应用对象。对随机信号,一个最常用的评价准则是均方误差最小准则。在平稳条件下,对一个期望波形的最优估计问题归结为维纳(Wiener)滤波器理论。作为线性滤波器理论上的目标,维纳滤波器给出了实际算法可达到的按均方误差准则的最优解,最小二乘滤波器(LS)则给出了有限数据样本下误差二次方和最小的一个易于实现的系统。如果按照最大信噪比准则,则可以得到匹配滤波器作为最优解。

在非平稳条件下:一个递推的最优滤波器是卡尔曼(Kalman)滤波。卡尔曼滤波的目标是对随机动力系统的状态变量进行估计和预测,递推结构使得卡尔曼滤波可以方便地跟踪非平稳变化的状态变量,并容易扩展到非线性系统。

## 3. 对环境的自适应,具备“学习能力”的实际滤波算法

维纳滤波器给出了线性滤波在统计意义下的最优解,但维纳滤波器的实现需要对输入信号的先验统计,要求输入信号的2阶统计特征是已知的,这在许多实际应用中是不现实的。一种实际的实现方法是通过学习(或者说是一种递推的调节算法)自适应地获得这些统计量,以得到实际上可实现的滤波器。初始时滤波器的系数是预置的,可能产生较差的估计结果,但随着对环境的学习递推地对滤波器系数做调节,收敛到逼近于最优滤波器(维纳滤波器)的性能。

这类具有学习能力的线性滤波器称为线性自适应滤波器,它已经获得广泛应用,例如通信信道的自适应均衡、线性系统辨识、噪声对消、波束形成等。

这类线性自适应滤波器需要一个“教师”的指导,这个“教师”就是一个期望响应信号,例如在通信系统的自适应均衡器设计时,通过通信系统接通时的训练序列来提供期望响应。通过一些非线性的调节算法,可以在无“教师”的条件下逐渐改善滤波器性能,构成信号的盲处理系统,最常用的是盲反卷和盲分离。

## 4. 更多信息的利用

在线性自适应滤波和功率谱估计的应用中,仅使用了随机信号的2阶矩。2阶矩对高