



数学 简史

蔡天新◎著

数学 简史

蔡天新◎著

图书在版编目 (CIP) 数据

数学简史 / 蔡天新著. -- 北京: 中信出版社,
2017.10
ISBN 978-7-5086-7946-4

I. ①数… II. ①蔡… III. ①数学史-普及读物
IV. ①O11-49

中国版本图书馆CIP数据核字 (2017) 第 182935 号

数学简史

著 者: 蔡天新

出版发行: 中信出版集团股份有限公司
(北京市朝阳区惠新东街甲 4 号富盛大厦 2 座 邮编 100029)

承 印 者: 北京诚信伟业印刷有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 21.25 字 数: 300 千字

版 次: 2017 年 10 月第 1 版

印 次: 2017 年 10 月第 1 次印刷

广告经营许可证: 京朝工商广字第 8087 号

书 号: ISBN 978-7-5086-7946-4

定 价: 58.00 元

版权所有·侵权必究

如有印刷、装订问题, 本公司负责调换。

服务热线: 400-600-8099

投稿邮箱: author@citicpub.com

哪里有数，哪里就有美。

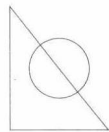
——普罗克洛斯，希腊哲学家

一门科学的历史是那门科学最宝贵的一部分，因为科学只能给我们知识，而历史却给我们智慧。

——傅鹰，中国化学家

我们最优秀的人学习数学。

——巴黎市民，《高斯：伟大数学家的一生》



PREFACE 前言

2012年盛夏，从欧洲大陆最北部的挪威王国传出一条令人震惊的消息。首都奥斯陆近郊一座名为于特的湖心岛上，80多位参加夏令营的青少年被一名歹徒疯狂扫射身亡。挪威是当今世界最富庶美丽、最宁静安逸的国度，也是数学天才阿贝尔(N. H. Abel)的祖国，首届菲尔兹奖1936年在奥斯陆颁发，以阿贝尔命名的数学奖与诺贝尔和平奖也每年在奥斯陆评选并颁发。悲愤之余，仍有许多人对挪威发生如此恐怖的事件表示难以置信。

1829年，26岁的挪威青年阿贝尔死于营养不良和肺病，却依然是19世纪乃至人类历史上最伟大的数学家之一。阿贝尔是第一个扬名世界的挪威人，他取得的成就激发了他的同胞们的才智。在阿贝尔去世前一年，挪威诞生了戏剧家易卜生，接下来的还有作曲家格里格、艺术家蒙克和探险家阿蒙森，每一位都蜚声世界。想到这些，不由得对奥斯陆枪

击案可能产生的阴影稍感乐观，阿贝尔的英年早逝、易卜生的背井离乡和蒙克的画作《呐喊》，都说明这个国家的人民曾经遭受过不幸和磨难。

在所有与数学史有关的书籍里，阿贝尔的名字总是在人名索引里名列前茅。本书对他有较为详细的描述，书中还谈到他的晚辈同胞索菲斯·李（S. Lie, 1842—1899），21世纪的两个重要数学分支——李群和李代数均得名于他。1872年，德国数学家F. 克莱因（F. Klein, 1849—1925）发表了《埃尔朗根纲领》，试图用群论的观点统一几何学乃至整个数学领域，所依赖的正是李的工作。

限于篇幅，本书未谈及2007年过世的挪威数学家赛尔伯格（A. Selberg, 1917—2007），他是我本人见过且交谈过的数论同行。早在1950年，他便因给出素数定理的初等证明荣获菲尔兹奖。或许是一种补偿，书中最后出场的奥地利人维特根斯坦（L. Wittgenstein, 1889—1951）与挪威结缘，他是20世纪最有数学意味的哲学家。任职剑桥大学期间，维特根斯坦在挪威西部乡间盖了一间小木屋，经常从英国跑到那里度假思索，有时一住就是一年，他死后出版的代表作《哲学研究》（1953）便是在小木屋里开始构想的。

从以上叙述中读者可能已经看出，本书的写作风格和宗旨是，既不愿错过任何一位伟大的数学家和任何一次数学思潮，以及由此产生的内容、方法，也不愿放弃任何可以阐述数学与其他文明相互交融的机会。这是一部没有蓝本可以参照的书，从书名来看，最接近的同类著作是美国数学史家M. 克莱因（M. Kline, 1908—1992）的《西方文化中的数学》（1953）。可是，M. 克莱因的著作讨论的范围被“西方”和“文化”两个词限定了，我们却不得不考虑整个人类的历史长河，涉及的领域也超出了“文化”的范畴。如同英国数学家、哲学家阿尔弗雷德·怀特海所言，“现代科学诞生于欧洲，但它的家却是整个世界。”

从写作方式来看，尽管存在着多种可能性，主要面临的选择却只有两个，即是否把数学史作为一种写作线索？M. 克莱因的著作虽以时间为主线（他的另一部力作《古今数学思想》也是这样），却以每

章一个专题的形式来讲述数学与文化的关系。显而易见，M. 克莱因既精通数学，又熟知古希腊以来的西方文化（主要是古典部分），我认为这方面已经很难超越了。况且，他的书早已有了中文版。

不过，通过阅读M. 克莱因的著作，我们不难发现，他假设的读者对象是数学或文化领域的专家。而我心目中的读者范围更为宽广，他们可能只学过初等数学或简单的微积分，也许对数学的历史及其与其他文明的关系所知不多，对数学在人类文明的发展历程中扮演的重要角色认识不足，尤其是，对现代数学与现代文明（比如，现代艺术）的渊源缺乏了解。这样一来，就留出了写作空间。

在我看来，数学与科学、人文的各个分支一样，都是人类大脑进化和智力发展进程的反映。它们在特定的历史时期必然相互影响，并呈现出某种相通的特性。在按时间顺序讲述不同地域文明的同时，我们先后探讨了数学与各式各样文明之间的关系。例如，埃及和巴比伦的数学来源于人们生存的需要，希腊数学与哲学密切相关，中国数学的活力来自历法改革，印度数学的源泉始于宗教，而波斯或阿拉伯的数学与天文学互不分离。

文艺复兴是人类文明进程的一个里程碑，这个时期的艺术推动了几何学的发展。到了17世纪，微积分的产生解决了科学和工业革命的一系列问题，而18世纪法国大革命时期的数学涉及力学、军事和工程技术。19世纪前半叶，数学和诗歌几乎同时从古典进入现代，其标志分别是非交换代数和非欧几何学的诞生，爱伦·坡（E. Allan Poe, 1809—1849）和波德莱尔（C. Baudelaire, 1821—1867）的出现。进入20世纪以后，抽象化又成为数学和人文学科的共性。

数学中的抽象以集合论和公理化为标志，与此同时，艺术领域则出现了抽象主义和行动绘画。哲学与数学的再次交汇产生了现代逻辑学，并诞生了维特根斯坦和哥德尔定理。更有意思的是，数学的抽象化不仅没有使其被束之高阁，反而得到意想不到的广泛应用，尤其在理论物理学、生物学、经济学、电子计算机和混沌理论等方面。由此可见，这是符合历史潮流和文明进程规律的。尽管如此，数学天空的

未来并非一片晴朗。

本书的一个显著特点是对现代数学和现代文明的比较分析和阐释，这是我多年数学研究和写作实践的思考、总结。至于古典部分，我们也着力发现有现代意义的亮点。比如，谈到埃及数学时，我们重点介绍了“埃及分数”这个既通俗易懂又极为深刻的数论问题，它甚至仍然困扰着 21 世纪的数学家。又如，巴比伦人最早发现了毕达哥拉斯定理，同时知道了毕达哥拉斯数组，这一结果也是 1 000 多年以后兴起的希腊数学和文明的代表性成就，却与 20 世纪末的热点数学问题——费尔马大定理——相联系。

本书的另一个特点是，多数小节以人物为标题，同时做到图文并茂，以方便理解、欣赏和记忆。在 100 余幅精心挑选的图片（有的是我拍摄的照片）中，相当一部分与文学、艺术、科学、教育有密切的关联。希望读者能通过本书的阅读，拉近与数学这门抽象学科的心理距离，从中理解各自所学或从事专业与数学的关系，进而反思人类文明的历史进程甚或生活的意义。

诚如部分读者所了解的，2012 年夏，商务印书馆的“名师讲堂”推出了我所著的《数学与人类文明》，后入选国家新闻出版广电总局向全国青少年推荐的“百优图书”。该书源自我的同名教材，系教育部高等学校“十一五”国家级规划教材的一种，应用于浙江大学等多所大学的通识课程。迄今为止，两者已印了 3 万多册。如今，商务印书馆的版权到期，应中信出版社的约请和建议，我修订了全书，更新了相当一部分图片。

我们把这本书易名为“数学简史”，正是这一点触动了我，这个名字更符合书的本意。因为本书既着眼于数学的历史，同时数学与人类文明的关系本身也属于数学史的范畴，这样一来就适时回避了现代数学的复杂性，努力帮助读者从不同的角度理解数学。另一点引起我注意的是，中信出版社引进出版了以色列历史学家尤瓦尔·赫拉利的两本力作《人类简史》和《未来简史》。令人鼓舞的是，我在微博上发布征求本书封面设计方案的建议后，北京海淀区的藤先生留言道：

“在国内引进的各种简史浪潮中，终于有蔡教授挺身而出，写一本数学简史了。”

最后，我想用一首诗来结束本序言。这是2005年夏天，作者偕同4位研究生，到马尼拉的菲律宾大学参加一个数论与密码学的国际研讨会期间所作。那是令麦哲伦折戟沙滩，殖民者不足以重视，数学史家和文化史家容易忽略的国度。诗中出現了一些几何图形，如线段、弧线、圆圈、扭结、曲面和拓扑变换，当然，均已被改换成相应的诗歌语言。这首诗似乎在叙述一些数学概念，但流露的分明是一种生活的情绪。

跳 绳

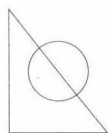
每一棵光洁的稻草
都布满了银色的月光
它们被编织成绳索

就像脚踝上的链子
那圆圈中的圆圈
也布满了银色的月光

无论眉梢、鬓角
还是手臂上的烫痕
反来复去地穿梭往来

蔡天新

2017年夏末定稿于杭州西溪



CONTENT 目 录

前 言 VII

第一章 中东，或数学的起源

数学的起源 003

计数的开始 003

数基和进制 005

阿拉伯数系 007

形而几何学 010

尼罗河文明 012

奇特的地形 012

莱茵德纸草书 014

埃及分数 016

在河流之间 019

巴比伦尼亚 019

泥板书上的根 021

普林顿 322 号 022

结语 025

第二章 希腊的那些先哲们

数学家的诞生 029

希腊人的出场 029

论证的开端 031

毕达哥拉斯 034

柏拉图学园 039

芝诺的乌龟 039

柏拉图学园 041

亚里士多德 045

亚历山大学派 048

《几何原本》 048

阿基米德 051

其他数学家 054

结语 059

第三章 中世纪的中国

引子 065

先秦时代 065

《周髀算经》 067

《九章算术》 069

从割圆术到孙子定理 073

刘徽的割圆术 073

祖氏父子 076

孙子定理 079

宋元六大家 083

沈括和贾宪 083

杨辉和秦九韶 085

李冶和朱世杰 090

结语 094

第四章 印度人和波斯人

从印度河到恒河 099

雅利安人的宗教 099

《绳法经》和佛经 101

零号和印度数字 104

从北印度到南印度 108

阿耶波多 108

婆罗摩笈多 110

马哈维拉 112

婆什迦罗 115

神赐的土地 119

阿拉伯帝国 119

巴格达的智慧宫 121

花拉子密的《代数学》 123

波斯的智者 127

伊斯法罕的海亚姆 127

大不里士的纳西尔丁 131

撒马尔罕的卡西 134

结语 137

第五章 从文艺复兴到微积分的诞生

欧洲的文艺复兴 143

中世纪的欧洲 143

斐波那契的兔子 145

阿尔贝蒂的透视学 147

达·芬奇和丢勒 150

微积分的创立 154

近代数学的兴起 154

解析几何的诞生 157

微积分学的先驱 161

牛顿和莱布尼茨 164

结语 171

第六章 分析时代与法国大革命

分析时代 177

业余数学家之王 177

微积分学的发展 182

微积分学的影响 186

伯努利家族 190

法国大革命 194

拿破仑·波拿巴 194

高耸的金字塔 197

法兰西的牛顿 201

皇帝的密友 203

结语 207

第七章 现代数学与现代艺术

代数学的新生 213

 分析的严格化 213

 阿贝尔和伽罗华 217

 哈密尔顿的四元数 221

几何学的变革 227

 几何学的家丑 227

 非欧几何学的诞生 229

 黎曼几何学 234

艺术的新纪元 239

 爱伦·坡 239

 波德莱尔 242

 从模仿到机智 246

结语 249

第八章 抽象化: 20 世纪以来

走向抽象化 255

 集合论和公理化 255

 数学的抽象化 259

 绘画中的抽象 265

数学的应用 270

 理论物理学 270

 生物学和经济学 274

 计算机和混沌理论 278

数学与逻辑学 287

罗素的悖论 287

维特根斯坦 292

哥德尔定理 296

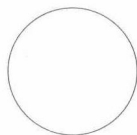
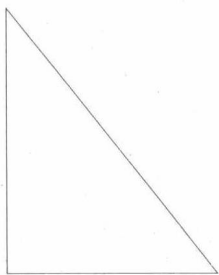
结语 299

附录 1 数学年表 305

附录 2 常用数学符号的来历 309

参考文献 311

人名索引 315



第一章

中东，或数学的起源

当人们发现一对雏鸡和两天之间有某种共同的东西（数字2）时，数学就诞生了。

——伯特兰·罗素

