多智能体系统一致性协同演化控制理论与技术

纪良浩　杨莎莎　蒲兴成　段小林　著

科学出版社

多智能体系统一致性协同演化控制理论与技术

纪良浩　杨莎莎　蒲兴成　段小林　著

安徽理工大学 藏書 图書馆

科学出版社

北京

内 容 简 介

多智能体系统是分布式人工智能的一个重要分支，已成为研究复杂性科学与复杂系统的有力工具。多智能体系统的一致性问题是复杂系统协同控制的根本问题，也是分布式计算理论的基础。本书围绕多智能体系统的一致性及分组一致性问题，从系统复杂性、拓扑复杂性以及连接复杂性三个维度，分别概要论述了多智能体系统的一致性以及分组一致性协同演化控制理论及技术等内容，其集中体现了该领域最新的研究成果与发展动态。

本书可作为高等院校计算机、通信、自动化、系统科学等专业以及人工智能领域相关研究人员的参考用书，也可供相关领域工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

多智能体系统一致性协同演化控制理论与技术 / 纪良浩等著. —北京：科学出版社，2019.11

ISBN 978-7-03-062742-1

Ⅰ. ①多… Ⅱ. ①纪… Ⅲ. ①人工智能－研究 Ⅳ. ①TP18

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2019）第 245595 号

责任编辑：华宗琪 / 责任校对：彭珍珍
责任印制：罗 科 / 封面设计：陈 敬

科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http：//www.sciencep.com

四川煤田地质制图印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2019 年 11 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2019 年 11 月第一次印刷 印张：12 1/4
字数：290 000

定价：109.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　言

受自然界中生物群集现象的启发，伴随着多智能体系统的出现以及应用的不断深入，如今多智能体系统（网络）已发展成为一门新兴的复杂系统科学，并已成为研究复杂性科学与复杂系统的有力工具。研究多智能体系统，就是研究其群集或者聚集的内在演化规律。智能体系统的分布式协同控制是多智能体系统研究的基础，是发挥多智能体群体优势的关键所在，也是整个系统智能性的集中体现。

全书共16章，其中：

第1章简要论述多智能体系统及其一致性问题的应用领域等，并概要总结多智能体系统一致性及分组一致性协同控制的研究进展与发展动态。

第2章主要讨论在周期间歇脉冲控制下多智能体系统的一致性问题。与传统脉冲控制不同，该章所设计的脉冲控制器仅作用于脉冲窗口中，而并非在整个时间序列里都发挥作用。同时，所设计的间歇脉冲控制具有周期性，即脉冲控制窗口和非脉冲控制窗口是呈周期性出现的，因此在脉冲控制器的设计方面也相对容易，易于操作。通过Lyapunov-Rozumikhin定理、代数图论理论、Halanay不等式技巧，分析给出使得多智能体系统达到一致性的条件判据。

第3章主要研究在脉冲控制策略下，具有切换拓扑的二阶多智能体系统的一致性问题。同时重点研究切换拓扑对二阶系统一致性问题的影响。

第4章主要讨论带有随机扰动和时滞的多智能体系统在脉冲控制策略下的一致性问题。随机扰动不仅在自然界中随处可见，在人工智能系统中更是不可避免地出现，因此该章研究的针对带有随机扰动的多智能体系统的脉冲控制协议在实际应用中具有较大的研究价值。此外，该章还综合考虑了两种时滞对多智能体系统的影响。

第5章主要研究带有系统参数不确定性的多智能体系统的一致性问题。在不确定项参数的干扰下，多智能体系统很难实现完全一致。因此，该章研究一类条件相对宽泛的一致性问题，即“具有误差的一致”。通过分段脉冲控制策略，选择合适的脉冲控制增益和脉冲间隔，使领导者节点和跟随者节点之间的误差稳定在一个相对较小的控制范围内。

第6章从具有不同输入时滞和通信时滞的一阶连续系统的一致性问题出发，分别针对连通二分图和存在全局可达节点的拓扑结构，探讨一阶连续系统的分组一致性问题。基于矩阵理论和频域控制理论，分析给出一阶多智能体系统渐近实现分组一致的代数条件判据。

第7章依据代数图论和频域控制理论，重点探讨在时滞影响下二阶连续时间多智能体系统的分组一致性问题，并分析给出系统实现分组一致的代数约束条件。研究发现，分组一致的实现依赖于输入时滞、节点的连接权重和系统的耦合强度，而通信时滞不会影响系统的收敛性能。

第 8 章基于矩阵理论、代数图论、频域控制理论以及稳定性理论，对二阶连续时间多智能体系统的加权一致性问题进行探讨，提出一种新颖的加权一致控制协议，并设计决策函数，使系统最终的收敛值等于决策值。最后通过数值仿真实验进一步验证理论结论的正确性和有效性。

第 9 章基于代数图论和频域控制理论，研究在时延影响下二阶连续时间多智能体系统加权一致性问题，并分析给出二阶连续时间多智能体系统渐近实现加权一致的代数条件，以及系统渐近实现加权一致时保守的时延上界条件。最后运用数值仿真实验验证所得结论的正确性和有效性。

第 10 章分析时延影响下二阶离散时间多智能体系统渐近实现加权一致的问题，探讨时延对该类系统动态特性的影响，并给出系统渐近实现加权一致的代数条件。

第 11 章重点讨论具有一般连通拓扑的连续时间多智能体系统的牵制一致性问题，并分析给出一些可以保证多智能体系统达到一致的条件判据。利用 M 矩阵的属性以及节点的连通性，提出一种新颖的牵制控制策略。

第 12 章主要讨论具有一般连通拓扑的离散时间多智能体系统的牵制一致性问题，并分析给出可以保证离散时间多智能体系统达到一致的条件判据。

第 13 章讨论在相同输入时延和不同输入时延影响下，包含一阶和二阶智能体的离散时间异构多智能体系统的分组一致性问题。基于智能体之间的竞争关系，提出一种全新的控制协议，利用频域理论和矩阵分析的相关知识，分析给出保证系统实现分组一致的条件判据以及系统能容忍的时延上界条件。

第 14 章分别讨论在通信时延和输入时延影响下，一类基于竞争关系的异构多智能体系统的分组一致性问题，通过利用矩阵理论和奈奎斯特一般准则，从理论上分析给出一些充分条件以及系统达到分组一致时所能容忍的输入时延的上界条件。

第 15 章讨论在通信时延和输入时延影响下的具有有向二分图拓扑的离散异构多智能体系统的分组一致性问题。通过设计基于竞争关系的控制协议使系统在可以不满足入度平衡的情况下达到分组一致。利用矩阵理论和频域分析法分析得到保证异构系统达到一致的输入时延上界。

第 16 章在第 15 章的基础上研究拓扑结构为含有生成树的有向图的异构多智能体系统的分组一致性问题。基于智能体间的合作-竞争关系，提出全新的分组一致控制协议，有效释放入度平衡条件和二分图的约束条件，使系统拓扑结构更加普通。同时考虑通信时延和输入时延的影响，利用频域分析法和代数理论分析得到确保系统达到一致的时延上界。

本书第 1、13～16 章由纪良浩撰写，第 2～5 章由杨莎莎博士撰写，第 6～9 章由蒲兴成博士撰写，第 10～12 章由段小林撰写。全书由纪良浩、段小林负责统稿。

本书的撰写得到了重庆大学长江学者特聘教授廖晓峰老师的指导，在此表示衷心的感谢。此外，也得到了作者所在的研究团队许多研究生的支持，如赵新月、唐义、耿玉坤、蒋依流与张越等，他们帮助收集并整理了大量的文献资料。没有他们的帮助，本书很难在约定的时间内完成。在此，感谢他们对本书所提供的各种帮助以及所做出的贡献。

本书的出版得到了国家自然科学基金项目（61876200、61572091、61673080）、重庆

市基础研究与前沿探索项目（cstc2018jcyjAX0112、cstc2019jcyj-msxmX0545）、重庆市产业类重点主题专项（cstc2017zdcy- zdyfx0091）、重庆市人工智能技术创新重大主题专项重点研发项目（cstc2017rgzn-zdyfx0022）的支持以及重庆邮电大学出版基金的资助，在此表示衷心的感谢。

限于作者的学识与经验，书中难免会出现不足之处，敬请广大读者批评指正。

作　者

2019 年 2 月

目　录

第 1 章　多智能体系统一致性问题概述 …… 1
1.1　引言 …… 1
1.2　多智能体系统简介 …… 1
1.3　多智能体系统一致性问题及其应用领域 …… 2
1.4　一致性问题的研究进展与发展动态 …… 3
1.5　本章小结 …… 8
参考文献 …… 8
第 2 章　周期间歇脉冲控制下多智能体系统一致性 …… 15
2.1　引言 …… 15
2.2　预备知识 …… 16
2.3　问题描述与分析 …… 19
2.4　例子与数值仿真 …… 23
2.5　本章小结 …… 26
参考文献 …… 26
第 3 章　有向二阶多智能体系统脉冲一致性 …… 27
3.1　引言 …… 27
3.2　预备知识 …… 27
3.3　问题描述与分析 …… 31
3.3.1　具有固定拓扑的多智能体系统的一致性 …… 31
3.3.2　具有切换拓扑的多智能体系统的一致性 …… 35
3.4　例子与数值仿真 …… 35
3.5　本章小结 …… 39
参考文献 …… 39
第 4 章　具有随机扰动的多智能体系统脉冲一致性 …… 41
4.1　引言 …… 41
4.2　预备知识 …… 42
4.3　问题描述与分析 …… 45
4.4　例子与数值仿真 …… 51
4.5　本章小结 …… 54
参考文献 …… 54
第 5 章　多智能体系统双阶脉冲一致性 …… 56
5.1　引言 …… 56

5.2　预备知识 …… 56
5.3　问题描述与分析 …… 60
5.4　例子与数值仿真 …… 66
5.5　本章小结 …… 69
参考文献 …… 69
第 6 章　一阶时滞多智能体系统分组一致性 …… 71
6.1　引言 …… 71
6.2　预备知识 …… 72
6.3　问题描述与分析 …… 73
6.3.1　拓扑结构为连通二分图的时滞网络的分组一致性 …… 73
6.3.2　拓扑结构为存在全局可达节点的时滞网络的分组一致性 …… 75
6.4　例子与数值仿真 …… 78
6.4.1　实验 1 …… 78
6.4.2　实验 2 …… 81
6.5　本章小结 …… 82
参考文献 …… 82
第 7 章　二阶时滞多智能体系统分组一致性 …… 84
7.1　引言 …… 84
7.2　预备知识 …… 85
7.3　问题描述与分析 …… 85
7.4　例子与数值仿真 …… 88
7.5　本章小结 …… 90
参考文献 …… 90
第 8 章　二阶连续时间多智能体系统加权一致性 …… 92
8.1　引言 …… 92
8.2　预备知识 …… 93
8.3　问题描述与分析 …… 93
8.4　例子与数值仿真 …… 96
8.5　本章小结 …… 97
参考文献 …… 98
第 9 章　二阶连续时间时延多智能体系统加权一致性 …… 99
9.1　引言 …… 99
9.2　预备知识 …… 100
9.3　问题描述与分析 …… 101
9.4　例子与数值仿真 …… 105
9.5　本章小结 …… 107
参考文献 …… 107

第 10 章　二阶离散时间时延多智能体系统加权一致性 ····· 108
10.1　引言 ····· 108
10.2　预备知识 ····· 108
10.3　问题描述与分析 ····· 109
10.4　例子与数值仿真 ····· 112
10.5　本章小结 ····· 114
参考文献 ····· 114
第 11 章　连续时间多智能体系统牵制一致性 ····· 116
11.1　引言 ····· 116
11.2　预备知识 ····· 117
11.3　问题描述与分析 ····· 118
11.4　牵制策略 ····· 120
11.5　例子与数值仿真 ····· 120
11.6　本章小结 ····· 126
参考文献 ····· 126
第 12 章　离散时间多智能体系统牵制一致性 ····· 129
12.1　引言 ····· 129
12.2　预备知识 ····· 130
12.3　问题描述与分析 ····· 130
12.4　牵制策略 ····· 131
12.5　例子与数值仿真 ····· 131
12.6　本章小结 ····· 136
参考文献 ····· 137
第 13 章　带输入时延的异构竞争多智能体系统分组一致性 ····· 138
13.1　引言 ····· 138
13.2　预备知识 ····· 139
13.3　问题描述与分析 ····· 139
13.4　例子与数值仿真 ····· 143
13.5　本章小结 ····· 148
参考文献 ····· 148
第 14 章　带通信和输入时延的异构竞争多智能体系统分组一致性 ····· 151
14.1　引言 ····· 151
14.2　预备知识 ····· 152
14.3　问题描述与分析 ····· 153
14.4　例子与数值仿真 ····· 158
14.5　本章小结 ····· 163
参考文献 ····· 163

第 15 章　基于竞争关系的离散异构多智能体系统分组一致性 ····· 166
15.1　引言 ····· 166
15.2　预备知识 ····· 167
15.3　问题描述与分析 ····· 167
15.4　例子与数值仿真 ····· 172
15.5　本章小结 ····· 174
参考文献 ····· 174
第 16 章　基于竞争-合作关系的离散异构多智能体系统分组一致性 ····· 176
16.1　引言 ····· 176
16.2　预备知识 ····· 177
16.3　问题描述及一致性分析 ····· 177
16.4　仿真验证 ····· 182
16.5　本章小结 ····· 184
参考文献 ····· 184

第 1 章　多智能体系统一致性问题概述

1.1　引　　言

在 2000 年，英国著名物理学家霍金曾经说过：“我认为，下个世纪将是复杂性的世纪”。这句话揭示了在 21 世纪，科学界将面临的主要挑战与任务是处理各种各样的复杂系统，快速准确地建立并完善复杂系统理论。

在自然界中，存在着许多有趣的自然现象，如蚁群沿着固定路线觅食、鸟类蜂拥以及萤火虫的闪光同步等，在这些动物的群体行为中存在着一个共同的特征，即在没有全局通信与控制指挥的前提下，个体间通过彼此的交互与协同，最终达到群体行为的一致。这种现象特征称为系统的涌现性，它是复杂系统的整体表现，是通过系统中个体间的协作与竞争而表现出来的系统的整体行为。

受上述自然界中生物群集现象的启发，伴随着多智能体系统的出现以及应用的不断深入，如今多智能体系统（网络）已发展成为一门新兴的复杂系统科学，并已成为研究复杂性科学与复杂系统的有力工具。研究多智能体系统就是研究其群集或者聚集的内在演化规律。智能体系统的分布式协同控制是多智能体系统研究的基础，是发挥多智能体群体优势的关键所在，也是整个系统智能性的集中体现。

1.2　多智能体系统简介

智能体（agent）是指具有独立感知、计算、通信与执行能力的个体。它可以是一个实体，如无人机、机器人等，也可以是一个虚拟的个体，如软件模块与系统等。多智能体系统（multi-agent system，MAS）是指由大量分布式配置的半自治或自治的智能体（子系统）通过网络互连所构成的复杂的大规模系统，它是“系统的系统”（system of systems）[1]。在多智能体系统中，个体通过彼此间相互协同来完成复杂的任务。这种使多个自主个体共同工作以完成某种共同目标的群体行为称为多智能体系统的协同控制。

多智能体系统由于具备自主性、分布性、协调性以及一定的自主学习能力等特点，对外界影响具有较强的鲁棒性，对内部单一智能体的失误具有较高的容忍度，近年来，针对多智能体系统的研究与应用得到了广泛的关注与迅速的发展，其已成为解决复杂问题的有效手段，是分布式人工智能（distributed artificial intelligence，DAI）的一个重要分支。多智能体系统的优势主要体现在如下几个方面[2]：

（1）执行分布式任务。传统的单一复杂系统只能实现集中式的管理控制，而多智能体系统可以通过分布式传感器实现与其他智能体进行信息共享来协调动作，完成单一个体无

法完成的任务，从而实现分布式任务处理。与传统的单一个体复杂系统相比，多个体协同工作可以提高操作效率，降低消耗。

（2）提高系统的整体性能。多智能体系统通过分布式控制策略实现对多个个体的协作，在充分发挥每个个体作用的同时，会产生比单一复杂系统更为强大的系统性能。

（3）成本低，可操作性强。对于一个单一复杂系统，其不仅设计、制造、运行、维护成本高，而且可操作性也比较弱。如果能够合理分解操作任务，将集中式的任务分散处理，不仅可以降低设计、运行和维护等一系列成本，更能很大程度上增强系统的灵活性和可操作性。

（4）鲁棒性强。多智能体系统具有较好的分布式处理能力，而且系统有一定的冗余和可替代性，即使系统中某一个体发生故障也不会导致整个任务停止，因而在执行任务时具有更强的鲁棒性。

1.3　多智能体系统一致性问题及其应用领域

群体通过局部协作而获得群体优势的特点刺激了多智能体系统在众多领域的广泛应用。在针对多智能体系统各方面的众多研究中，由于多智能体系统的协同控制是一个前提与基础性的工作，它正渗透到自然科学、社会科学等众多领域，并已成为当前学术界一个重要的研究热点与富有挑战性的研究课题。

多智能体系统的许多协同控制任务，如群集（swarming）、蜂拥（flocking）、聚集（rendezvous）、编队（formation）、跟踪（tracking）等，都可以统一到一致性（consensus）的研究框架之内，所以一致性问题在多智能体系统的分布式协同控制中处于基础与核心的位置。多智能体系统达到一致是实现对其协同控制的一个首要条件。多智能体系统的一致性是指随着时间的推移，系统中所有智能体的状态演化最终能够趋于一个相同的值。一致性协议（算法）是指复杂系统中智能体之间相互作用的规则，它描述了各个智能体与其邻居节点间进行信息交互的过程。

根据系统中各智能体的初始状态以及最终收敛一致状态值的不同，多智能体系统的一致性通常可分为渐近一致、平均一致、最大一致、最小一致以及分组一致等。在包含多个子网（分组、子系统）的多智能体系统中，当系统在分组一致控制策略的作用下实现分组一致时，所有智能体的最终状态按分组渐近实现一致，即同一分组中所有智能体的状态能够达到一致，而不同分组中智能体的状态则不能达到一致。显然，多智能体系统的分组一致性问题是其一致性问题的扩展。

多智能体系统的一致性问题近年来得到了来自计算机科学、系统控制、社会经济、国防安全、能源生态等领域学者的广泛关注，并逐渐发展成为一个横跨诸多学科、具有广泛普适性和巨大应用前景的热门研究课题。作为人工智能领域的一个典型，多智能体系统的分组一致性问题在很多方面有着广泛的应用，如无人机（unmanned aerial vehicle，UAV）编队、侦查与监控、智能机器人、无人驾驶车辆、卫星姿态控制、大规模分布式移动传感器网络的自主配置、重构与信息融合、网络拥塞控制、智能电网的能量传输控制以及群组

决策等[3]。近年来，针对多智能体系统一致性相关问题的研究得到了快速的发展，并不断涌现了大量的研究成果。

1.4　一致性问题的研究进展与发展动态

近年来，多智能体系统的一致性、分组一致性等问题一直是计算机科学、系统科学、控制科学等学科领域的热点研究问题之一。大量的研究者从不同的侧重点取得了许多有价值的研究成果，归纳起来，他们的工作主要是围绕系统复杂性、拓扑复杂性、连接复杂性以及它们的不同组合来展开的[4]。其中，系统复杂性是指所研究的复杂系统模型从一阶积分器模型逐步发展到一般线性模型以及非线性模型等。拓扑复杂性则指系统中智能体间的连接关系以及信息交互模式从无向发展到有向，从固定拓扑发展到切换拓扑的研究趋势。连接复杂性是指智能体间在信息交互、传输过程中受到的影响或干扰等。以上三个方面复杂性的发展正是体现了科学研究中从最初理想情形逐步延伸到实际应用场景的一个不断探索的过程。

下面从与本书介绍内容相关的多智能体系统的一致性（脉冲一致、加权一致以及牵制一致）与分组一致性两个方面展开国内外研究现状与发展动态分析。

1. 多智能体系统的一致性

一致性问题既是多智能体系统协作控制的热点课题、经典问题，也是分布式计算理论研究的基石，对于一致性问题的探索最早能够追溯到 20 世纪 70 年代。1974 年，DeGroot 第一次提出一致性问题的概念[5]，通过概率统计的方法来估算多个个体所共有的概率分布函数中的部分参数。在自然界中，人类最熟悉的自然现象是鸟类的集体飞翔、鱼类的聚集和牧群等人类较为常见的生物。在这些自然现象的启发下，1987 年，Reynold 给出了一个利用计算机来模拟动物群聚的模型，即著名的 Boid 模型[6]。此模型的核心为三条准则，即防撞（collision avoidance）准则、聚合（flocking center）准则和速度匹配（velocity matching）准则。1995 年，Vicsek 等科研人员在 Boid 模型的基础上，从统计力学的角度提出了一种新的离散模型，即 Vicsek 模型[7]。该模型里面的每一个独立个体可以表示为

$$\theta_i(t+1)=\arctan\frac{\sum\limits_{j\in N_i(t)}\sin(\theta_j(t))}{\sum\limits_{j\in N_i(t)}\cos(\theta_j(t))}+\Delta\theta_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{1.1}$$

其中，$\theta_i(t)$ 和 $N_i(t)$ 分别表示第 i 个独立个体在 t 时刻的运动方向和邻居集合。通常，Vicsek 模型被认为是 Boid 模型的特殊形式。2003 年，Jadbabaie 等针对无噪声的 Vicsek 模型进行了研究[8]，如式（1.2）所示。并且结合图论和矩阵论的概念，从控制论角度对模型进行了理论分析，结果表明在网络保持为无向连通的拓扑结构下，系统中的微粒运动方向能够达到一致的状态。

$$\theta_i(t+1)=\frac{1}{1+|N_i(t)|}\left(\theta_i+\sum_{j\in N_i(t)}\sin(\theta_j(t))\right),\quad i=1,2,\cdots,N \tag{1.2}$$

2004 年，Olfati-Saber 和 Murray 讨论了在固定和切换拓扑情况下多智能体的一致性问题[9]，其中重点考虑了三种情况：固定拓扑情况下的有向网络问题、切换拓扑情况下的有向网络问题和带有时滞的固定网络情况下的无向网络问题。论文在多智能体系统的代数连接和系统的线性一致性准则之间建立起了一种联系。2005 年，Ren 和 Beard 研究了在有限不可靠的信息交互情况下多智能体的一致性问题，且多智能体的网络拓扑是动态切换的[10]。研究成果表明，如果系统的通信网络拓扑中能够包含有向生成树，那么在多智能控制协议的作用下，系统能够达到一致性的状态。

在现实世界中的许多常见系统，如火车晚点、Internet 网络传输时延、无线传感器网络中的信息交互时延等，始终在生物神经网络中都存在某些程度的时滞。因此，由于通信信道拥塞或者信息传递不对称，在多智能体系统中时滞也是不可避免存在的。针对带有时滞的多智能体系统的一致性问题也就此展开。文献[11]研究了在离散多智能体系统环境下带有时滞的系统的一致性问题。研究表明，在网络的自我连接是瞬时的情况下，如果系统的网络拓扑能够确定对应一棵生成树，那么在给定的时滞限制条件下，系统能够达到一致。并且如果系统内部连接也是带有时延的，且时滞满足一定条件，那么系统不能达到一致，而是存在一定周期下的同步，且同步周期和时滞有关。文献[12]则重点考虑基于观察模式下的带有时滞的多智能体系统的一致性问题。文献[13]研究了领航者-跟随者模式下二阶多智能体系统的一致性问题。在该系统中，二阶变量，即位移和速度，均是带有时滞的。Rudy 和 Nejat[14]给出了在不规则网络拓扑环境下系统达到二阶一致性的判定条件，同时研究了各个因素对系统绝对稳定和相对稳定的影响，从而给出了两个新的概念，即最迫切的特征值和最严格的特征值，分别表示系统的时滞稳定允许范围和决定系统的收敛速度。更多关于带有时滞的多智能体系统的一致性问题的相关研究可以参考文献[15]和[16]。

在多智能体系统中，每一个节点通过与其邻居节点通信来了解邻居节点的状态信息，同时调整自己的状态，最终使得自己与邻居节点达到一致的状态[17, 18]。因此，如何选取合适的采样时间以及采样机制成为研究人员关注的问题。2009 年，Dimarogonas 和 Johansson 首次提出触发控制的概念，引起了学术界的广泛关注[19]。2012 年，Dimarogonas 等将基于事件触发的思想应用到二阶有领航者的多智能体系统中，该方法对每个智能体状态更新进行分布式采样，但其更新仍然需要获取领航者的当前状态值[20]。同年，Dimarogonas 等研究了基于事件触发的一阶线性多智能体系统的一致性问题，触发控制算法是基于智能体自身与邻居个体的局部状态信息。而且，为了避免智能体个体漏采样事件的发生，他们还设计了一种自触发的分布式采样控制方案[21, 22]。目前研究的时间触发控制协议，按照触发的形式可以分为集中式触发[23, 24]和分布式触发[25, 26]，前者表示系统中的所有节点都采用相同的事件触发函数，而后者表示每个节点都有自己独特的事件触发函数。显然，分布式触发控制能够有效减少整个系统的通信耗费和管理成本，因此也是目前的研究热点。文献[27]研究了基于触发控制的量化输出一致性问题，其中节点之间的数据

传输是基于事件触发控制的，而且在邻居节点之间的传递是经过量化测量的。文献[28]研究了在有向网络背景下带有随机故障特征的二阶多智能体系统的触发控制一致性问题。在实际应用中，连续采样与周期采样通常是难以保证的，文献[29]给出了随机采样机制下系统一致性的解决方案。复杂网络的牵引同步控制也是非线性科学领域令人着迷的研究热点。然而，已存在的工作都是基于连续时间反馈控制策略并且假设每一个网络节点都能实时访问其邻居节点的状态。文献[30]为复杂网络的牵引同步控制提出了一个新颖的分布式事件触发机制。每个节点只在它们自己的事件时间才触发控制，这种策略同连续时间反馈控制相比有效地减少了控制器更新的频率。更多关于触发控制在多智能体系统的一致性问题的相关研究可以参考文献[31]～[35]。

作为一种简单高效的控制方法，脉冲控制凭借其鲁棒性强、反应速度快、收敛性能好、方便易操作等优点获得了极大的关注。另外，由于其在信息传输过程中避免了脉冲控制器对所控对象的实时信息传递和信息冗余，所以在大型航天器的减振装置、电力系统的调节、卫星轨道转换技术、移动通信中传输信号的切换和保密通信技术中得到了广泛的应用。在由多个节点构成的多智能体系统中，同样存在脉冲现象，如万维网中传输信号需要进行切换的时刻、节点之间的连接就具有脉冲效应。同时，由于学者在研究多智能体系统的一致性问题时，多采用连续控制机制，因而在网络通信技术方面有了愈加严苛的条件。因此，将分布式脉冲控制方法引入多智能体系统中是有必要的和可实现的。分布式脉冲控制机制的引入不仅可以减少信息传输冗余，降低系统控制成本，同时还可以提高系统的冗余性和对抗外部干扰的鲁棒性。许多研究人员已经在这一领域展开了许多有意义的探索式研究[36, 37]。

文献[38]研究了在固定网络拓扑结构下，多智能体系统的脉冲控制一致性问题，对于如何选取合适的脉冲控制时间和脉冲矩阵也做了相应的讨论。文献[39]则研究了在有向切换网络环境下系统的一致性问题，与之前讨论的问题不同，论文中讨论的每一个节点均具有非线性的动力学特征。对于具有包含不确定性参数和耦合时滞的多智能体系统，其脉冲控制一致性问题在文献[40]中得到了讨论，且网络中的每一个节点都是不相似的。关于有领航者的多智能体系统的脉冲控制一致性问题在文献[41]进行了一定研究。更多关于脉冲控制在多智能体系统中一致性问题的相关研究可以参考文献[42]和[43]。

从理论上讲，脉冲系统同时具有离散和连续的特性，但是又超越了离散和连续的范围，因此与普通的离散或者连续的动力学系统相比，脉冲的引入使得多智能体系统所描述的动力学方程的解空间尤其丰富和多变，且理论分析相应地愈发困难。如何将脉冲控制引入多智能体系统的建模、动力学分析以及相关网络一致性问题的研究，值得更多的关注和探索。

由于在实际的应用场景中，通常不仅要使多智能体系统收敛，还要控制其最终的收敛状态，于是多智能体系统加权一致性就应运而生。俞辉等[44]第一次提出加权一致性的概念，并设计了一种分散协调控制器，使基于有向固定拓扑结构的多智能体系统在该协议下可以渐近达到加权一致，并证明了有向强连通平衡图拓扑结构在系统渐近实现加权一致时所扮演的重要角色。由于时延是不可避免的，俞辉等[45]在文献[44]的基础上，研究了通信时延影响下多智能体系统的加权一致性问题，提出了基于无向固定拓扑结构的线性和非线性分布式控制器，并给出了不同控制器实现一致性的充要条件，通过理论分析证明了多智

能体系统在不同的控制规则下，系统最终可收敛到任意指定的加权状态。俞辉等[46]进一步研究了具有切换拓扑结构的多智能体系统加权一致性问题，进一步拓宽了系统实现一致时对通信拓扑结构的限制。随着分组一致性越来越受相关学者的关注，王玉振等[47]设计了一类新颖的基于竞争关系的分散协调控制协议，考虑了基于二部图拓扑结构的分别在有、无时延影响下的多智能体系统加权分组一致性问题，理论证明了该协议的正确性。在有时延影响时，运用圆盘定理和广义奈奎斯特准则，给出了系统收敛时的最大时延上界。文献[48]在已有加权一致性问题研究成果的基础上，研究了拓扑结构为二部图的一阶多智能体系统加权分组一致性问题，对已存在的分组控制协议进行了改进，拓宽了系统实现收敛时所能容忍的最大时延上界。

在实际应用中，随着多智能体系统规模的逐渐扩大，难免考虑到成本问题，针对大规模系统，如何在控制成本的前提下保证高效地控制多智能体，此时引入牵制控制的概念显得极为重要。牵制控制思想是指通过对多智能体系统中一些关键节点施加牵制，结合节点属性及节点间连通性，从而达到高效的实现控制整个网络的目的。纪良浩[49]讨论了基于一般连通拓扑结构连续和离散时间系统牵制一致性问题。针对连续时间多智能体系统，给出保证多智能体渐近实现牵制一致的牵制策略；对于离散时间系统，给出保证多智能体系统渐近实现牵制一致的代数条件判据。文献[50]基于有向图讨论了非线性多智能体系统的牵制一致性问题，使用李代数理论，提出了一种线性节点和节点牵制方法，然后通过将小原理应用于小型网络，给出了一个充分的条件来减少受控节点的数量。文献[51]讨论了复杂动态多智能体系统牵制控制问题，给出了一个算法来推导反馈增益和牵制节点数量的最优组合，以获得全局指数稳定性。同时，提供了如何选择适当的牵制对象以及相应的最优牵制方案。陈天平等[52]基于有向图讨论了动态多智能体系统的牵制一致性问题，系统的选择可以是单输入单输出或多输入多输出动态多智能体系统，也可以是不相同的非线性系统，但在网络可控性研究中将被指定为相同的线性时不变系统，并讨论状态和结构可控性问题。研究结果表明，网络拓扑结构、节点系统动力学、外部控制输入和内部动态相互作用共同影响一般复杂网络的可控性。虞文武等[53]讨论了以下几个问题：①针对给定的复杂网络，选择什么类型的牵制方案来保证多智能网络渐近实现牵制一致？②设计什么类型的控制器来确保多智能体系统实现一致？③在给定的复杂网络中应该使用多大的耦合强度保证多智能体系统渐近实现牵制一致？研究结果表明，复杂系统可以通过使用耦合强度的自适应调整来实现任何连续时间多智能体系统牵制一致。通常情况下，度值较高的节点优先选择被牵制，但是，在该研究中，当耦合强度较小时，度值小的节点应该优先选择被牵制。宋强等[54]分别针对有向图和无向图给出了一种低维度的牵制策略，通过研究网络拓扑结构和耦合强度之间的关系，提出了具体的牵制方案来选择牵制节点。文献[55]讨论了具有多时延系统的二阶牵制分组一致性问题，提出新的牵制策略，该策略指出，应该选择入度为零的节点作为领导节点，且其系数应为任意常数。文献[56]基于 Lurie 动力学，讨论了具有时变时延的非线性系统牵制一致性问题。文献[57]针对具有固定拓扑的情形，研究了基于自适应的二阶非线性多智能体系统牵制一致性问题。利用矩阵、图论和 Lyapunov 稳定性理论的工具，通过分布式自适应牵制策略获得了保证多智能体系统渐近实现一致的充分条件。

2. 多智能体系统的分组一致性

北京大学王龙教授团队分别就具有无向拓扑、切换拓扑以及通信时延影响下的多智能体系统的分组一致性问题展开了深入的研究，并获得了一系列相关的理论研究成果[58-60]。针对离散系统，吕金虎教授团队分别研究了在固定与切换拓扑下多智能体系统的分组一致性问题[61, 62]。刘德荣教授团队针对具有固定拓扑的多智能体系统，运用集中与分散事件驱动的策略讨论了系统的分组一致性问题，并分别给出了系统实现分组一致的条件[63]。段广仁教授团队针对固定拓扑与切换拓扑的多智能体系统，分别研究了其在时变输入时延影响下的分组一致性问题，获得了系统实现分组一致的条件判据[64, 65]。于俊艳教授团队针对具有切换拓扑的一阶、二阶多智能体系统研究了其在时变时延影响下的分组一致性问题[66-68]。秦家虎教授团队分别就固定与切换动态拓扑条件下同质与异质多智能体系统的分组一致性问题进行了深入的探讨[69, 70]。刘飞教授团队就固定以及切换拓扑下二阶多智能体系统在通信时延、时变通信时延影响下的分组一致性问题进行了研究，分别得到了系统渐近实现分组一致的条件[71-74]。尚轶伦教授分别就具有随机噪声、时延影响以及切换拓扑下一阶多智能体系统的分组一致性问题进行了深入的研究[75, 76]。马倩教授团队分别讨论了连续、离散多智能体系统在具有非线性输入约束条件下的分组一致性问题以及二阶多智能体系统在具有领航者-跟随者情形下的牵制分组一致性问题[77, 78]。复旦大学陈天平教授团队分别针对具有固定拓扑和切换拓扑的多智能体系统，考虑了在外部影响下的系统分组一致性问题[79, 80]。杭州电子科技大学胡鸿翔博士设计了一种连续、离散的混合协议，讨论了多智能体系统的分组一致性问题，同时，也对在参数不确定情形下异质多智能体系统的分组一致性问题进行了探讨[81, 82]。华中科技大学关治洪教授团队利用脉冲控制的方法，对多智能体系统的多一致性问题开展了深入的研究，并获得了一系列的理论成果[83-87]。重庆邮电大学纪良浩教授团队分别针对通信时延、输入时延影响下的分组一致性问题以及基于牵制、自适应控制策略的分组一致性等问题进行了比较深入的研究，并取得了一系列的研究成果[88-91]。文献[92]～[98]分别研究了具有固定与随机切换拓扑的一阶、二阶离散以及连续多智能体系统在无时延以及有时延影响两种情形下的分组一致性问题。文献[99]～[103]、[104]～[107]及其参考文献，分别考虑了带领航者-跟随者的多智能体系统的分组一致性以及牵制分组一致性问题。

上述相关研究工作主要是针对同质多智能体系统的分组一致性问题。然而，在实际的复杂系统中，受各种条件的限制，同一系统中各个智能体的动力学行为总是或多或少存在差异，甚至基于成本控制等需求，需要组织不同特性的智能体来协作实现一个整体的任务目标。因此，近几年来，研究者纷纷将视野转到针对异质多智能体系统的分组一致性问题的研究。

北京交通大学闻国光教授团队分别讨论了异质多智能体系统的分组一致性、时延分组一致性以及考虑输入饱和情形下的牵制分组一致性等问题[108-111]。文献[112]～[116]也分别针对异质连续、离散多智能体系统，研究了其分组一致性问题。

上述关于同质或者异质多智能体系统的相关研究工作主要基于复杂系统中多智能体间的合作关系来展开的。事实上，在多智能体系统中，智能体间的关系除了合作关系以外，