

“十三五”国家重点图书出版规划项目
物理学名家名作译丛

马上庚 著 / 马红孺 译

临界现象的 现代理论

Modern Theory of Critical Phenomena

中国科学技术大学出版社

“十三五”国家重点图书出版规划项目
物理学名家名作译丛

马上庚 著 / 马红孺 译

临界现象的 现代理论

Modern Theory of Critical Phenomena



中国科学技术大学出版社

安徽省版权局著作权合同登记号：第 12161587 号

Modern Theory of Critical Phenomena, first edition was originally published in the United States of America by Westview Press in 1976, 2000. This translation is published by arrangement with Westview Press.

All rights reserved.

© Westview Press & University of Science and Technology of China Press 2016

This book is in copyright. No reproduction of any part may take place without the written permission of Westview Press and University of Science and Technology of China Press.

This edition is for sale in the People's Republic of China (excluding Hong Kong SAR, Macau SAR and Taiwan Province) only.

此版本仅限在中华人民共和国境内(不包括香港、澳门特别行政区及台湾地区)销售。

图书在版编目(CIP)数据

临界现象的现代理论/(美)马上庚著;马红孺译. —合肥:中国科学技术大学出版社, 2016. 8

(物理学名家名作译丛)

“十三五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-312-03866-2

I. 临… II. ①马… ②马… III. 临界现象—研究 IV. O513

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 137850 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号, 230026
<http://press.ustc.edu.cn>

印刷 安徽联众印刷有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×1000 mm 1/16

印张 15.25

字数 297 千

版次 2016 年 8 月第 1 版

印次 2016 年 8 月第 1 次印刷

定价 49.00 元

编 委 会

主 编 叶铭汉 陆 焱 张焕乔 张肇西 赵政国

编 委 (按姓氏笔画排序)

马余刚(上海应用物理研究所) 叶沿林(北京大学)

叶铭汉(高能物理研究所) 任中洲(南京大学)

庄鹏飞(清华大学) 陆 焱(紫金山天文台)

李卫国(高能物理研究所) 邹冰松(理论物理研究所)

张焕乔(中国原子能科学研究院) 张新民(高能物理研究所)

张肇西(理论物理研究所) 郑志鹏(高能物理研究所)

赵政国(中国科学技术大学) 徐瑚珊(近代物理研究所)

黄 涛(高能物理研究所) 谢去病(山东大学)

编者的话

自 1961 年以来,培生出版社的“物理学前沿”系列,使一流的物理学家有可能在不需投入为准备一个正式的总结或专著所需的大量的时间和精力的前提下,以连贯的方式交流他们对于在最令人激动和最活跃的物理学领域中最新进展的看法.确实,在该系列存在的近 40 年里,它强调了风格和非正式特性以及教学上的清晰性.随着时间的推移,预期这些非正式的介绍将被更正式的教材或专著所取代,这是由于它们所处理的这些前沿论题逐步集成到物理知识的总体之中以及读者逐渐减少关注.但是,对于这个系列中的若干卷,已经证明不是这样的情形:许多卷还在继续按需印刷,而另一些则因其具有内在的价值,从而物理学团体要求我们延长其使用期限.

“经典高等著作”系列是为满足此需求而设计的.它将保持对“物理学前沿”中那些对有长期兴趣的论题提供了独特处理的卷的持续供应.通过一定数量的印刷,这些经典将能够以比较低的价格提供给读者.

包含于已故马上庚的讲义卷中的论题——临界现象的现代理论,描述 20 世纪 60 年代和 70 年代早期这个领域的卓越的鼎盛时期.马上庚对于这一领域的深刻理解与其清晰的写作以及对教学细节的注意,使他的书很快成为了经典,在研究生和有经验的研究者中有巨大需求.在过去的 25 年中这种情况一直持续着.我因此非常高兴其在“经典高等著作”系列中出版,从而继续使有兴趣理解和扩展临界现象知识的新一代科学家可以方便地获得这些讲义.

大卫·帕因斯

2000 年 5 月于英国剑桥

序

本书是临界现象现代理论的一个简单教程。在过去的几年，这个领域被广泛研究，在威尔逊 (Wilson, 1971) 关于标度的重正化群 (简记为 RG) 方法的开拓性工作之后，其理论经历了非常快速的发展。

本书打算给物理或工程学科的那些并没有临界现象知识的研究生使用，也不要要求读者具有群论或高深的数学背景，仅仅需要知道一点基本的统计力学即可。

开始的 6 章不需要做任何繁复的计算就可以阅读，并可以用作一个导论性讲义。它们包括了临界现象的显著特性和 RG 的基本思路。书的其余部分处理更深入的课题，可以用于统计物理的高级课程。

我希望强调处理复杂物理问题的两种方法的差别：

(i) 直接求解方法。这意味着由特定模型给定的参数来计算感兴趣的物理量，换言之，求解这个模型。计算可以精确地或近似地、解析或数值地做出。

(ii) 开发利用对称性。这个方法不试图求解模型。它考虑在一定的对称变换下模型的参数如何变化。从各种对称性质中，人们推断物理量的一些特征。这些特征一般不依赖于参数的数值。所谓对称变换，我认为是指相对简单的那些，如反演、平移或旋转。我不会把一个复杂模型的完整的解称为模型的一个对称性质。

方法 (ii) 不是方法 (i) 的代替。经验告诉我们，人们应该在尝试 (i) 之前尽可能多地尝试 (ii)，因为 (i) 通常是一个极其困难的任务。(ii) 的结果可能极大地简化这个任务。在原子物理的旋转性、固体物理平移性以及核物理的同位旋转动的研究中，可以发现这一点的显著的例子。即便不尝试 (i)，也可以在 (ii) 中学到很多。

在很大程度上，在临界现象理论的传统努力中采用了方法 (i)。平均场理论是近似解的一个例子。易辛模型的 Onsager 理论是精确解的一个例子。还有各种模型的许多数值解。平均场理论通常过于粗糙，而精确解则太复杂。临界现象的一个特点是，除非精确求解模型，人们很难在平均场理论上做出大的改善。这使得临界现象理论成为一个非常困难的领域。对它做出贡献的很多人都是数学天才。

新的重正化群理论使用方法 (ii)。重正化群是一组对称变换。虽然它不能取代

完整的解,但当用于临界现象时,可以告诉我们很多.我可以把它在临界现象中所起的作用与旋转群在原子物理中所起的作用同等重要.尽管不像旋转那样能简单地定义,但也不是特别复杂.它能够由像我这样的数学上不够老练的人所掌握这一事实,是临界现象理论最近快速进步的一个重要原因.这个领域现在较少独占,故很多人可以理解它并对其做出贡献.

这一卷的目的是从非常初等的水平开始介绍这种新的方法,并详细处理几个挑选出的论题.对于一些在文献中作为众所周知的技术点做了详尽的阐述.本书没有打算作为这个巨大领域的总结,而是作为那些希望学习基本内容和为了武装自己而阅读更深入的文献和做出贡献的人提供一本教材.

尽管有了巨大的成功,但临界现象理论的新的重正化群方法依然缺少一个坚实的数学基础.很多结论仍然是尝试性的,这些结论还没有很好地被理解.区分可能的假定和已经建立的事实是非常重要的.通常,多疑的初入者对这种区别看得很清楚.但是,一旦进入这个领域,很快就会被领域的行话所淹没,并被文献中所报道的成功而蒙蔽.在本书中,读者将经常遇到对于歧义和不确定性的强调.这些强调不应该被解释为泄气的注记,而是提醒读者有些问题需要解决而不应被忽略.

本书粗略地分为两个部分:第一部分在对于观察到的临界现象的一个简短的概览后,致力于阐明基本的思路;第二部分给出选择的应用和对一些更为技术的要点的讨论.

涉及前述第一种方法的大量文献将很少提及,这是由于已经有很多书和总结性文章,而我们主要关心的是采用 RG 的第二种方法.当然,对于平均场理论和高斯近似也做了详细讨论(第 3 章),这是由于它们非常简单且具有演示性.

卡丹诺夫的块构造的思路(1966)将尽早介绍(第 2 章),因为它是 RG 理论的一个基本组成.标度假定将作为一个纯粹的唯一象假定来介绍(第 4 章).标度变换同样是 RG 的基础. RG 的定义、固定点的思路,以及与临界指数的联系将在第 5 章和第 6 章考查.

RG 的抽象思路很容易理解,但具体实现这些思路并显示地检验它们其实非常困难.即便是最简单的实现 RG 的例子也相当复杂.将介绍几个例子,包括威尔逊的近似递推公式、小 ε 情形,以及一些二维的数值计算,同时也讨论一些基本的困难和不确定性(第 7 章、第 8 章).

我们将发展非常成功的 ε 展开技术和 $1/n$ 展开技术,并以简单的例子演示;强调了这些展开后面的基本假设(第 9 章);将详细讨论杂质对临界行为的影响,然后研究自回避无规行走问题(第 10 章).

前 10 章的内容涉及静态(对时间平均)临界现象.余下的 4 章将专注于动态(随时间变化)临界现象.将介绍模模耦合、弛豫时间、RG 思路在动态中的推广

等等(第 11 章、第 12 章)。然后讨论了几个简单的动态模型,作为 RG 思路应用的示例(第 13 章)。最后,发展了动态的微扰展开,阐述了一些技术点(第 14 章)。

这本书介绍的材料只覆盖了过去四年临界现象新进展的很小的部分。代替简短讨论很多议题,我选择比较深入地讨论几个议题。由于我近来才进入临界现象和 RG 的研究,所以我清楚地记得初入者所提的问题,并试图在本书中提出这些问题并提供答案。当然,很多还没有答案的问题也被提出。

我在这个领域的知识很大程度上归功于与若干同事的合作和交谈,他们是 A. Aharony, M. E. Fisher, B. I. Halperin, P. C. Hohenberg, Y. Imry, T. C. Lubensky, G. F. Mazenko, M. Nauenberg, B. G. Nickel, P. Pfeuty, J. C. Wheeler, K. G. Wilson 和 Y. Yang。我非常感谢 K. Friedman, H. Gould, G. F. Mazenko, W. L. McMillan, J. Rehr, A. Aharony, K. Elinger 和 J. C. Wheeler 对于文稿所做的有价值的评论。

特别感谢大卫·帕因斯,没有他不断的鼓励和富有价值的建议,这本书将不可能写出。

Alfred P. Sloan 基金会的支持和国家自然科学基金会所提供的基金使这本书的出版成为可能。

最后,我非常愉快地感谢 Annetta Whiteman 女士在打印这本书时提供的熟练的协助。

马上庚

目 次

编者的话	i
序	iii
第 1 章 引言	1
1.1 临界点和序参量	1
1.2 定性图像	3
1.3 热力学性质和指数	4
1.4 序参量的涨落、散射实验、指数 η	7
1.5 其他类型的临界点	9
1.6 静态现象定性特征的总结	14
1.7 平均场理论	15
第 2 章 模型与基本概念	17
2.1 模型序列	17
2.2 原胞哈密顿的经典模型	19
2.3 统计力学	20
2.4 块哈密顿和卡丹诺夫变换	24
2.5 金兹堡-朗道形式	28
第 3 章 高斯近似	30
3.1 最概然值和高斯近似	30
3.2 金兹堡-朗道哈密顿的极小值与朗道理论	32
3.3 $T > T_c$ 时的高斯近似	34
3.4 $T < T_c$ 时的高斯近似	36
3.5 相关长度及其温度依赖	37
3.6 结果的总结和金兹堡判据	39
3.7 涨落和维数	40
3.8 讨论	42

第 4 章 标度假定	44
4.1 相关长度和标度假定	44
4.2 标度变换和量纲分析	46
4.3 讨论	49
第 5 章 重正化群	50
5.1 动机	50
5.2 重正化群 (RG) 的定义	51
5.3 RG 的其他定义方式	55
5.4 结语	56
第 6 章 固定点和指数	57
6.1 固定点及其近邻	57
6.2 R_s 的大 s 行为和临界指数	59
6.3 自由能	63
6.4 临界区域	67
6.5 小结和附注	68
第 7 章 高斯固定点和 $4-\varepsilon$ 维空间的固定点	69
7.1 高斯固定点	69
7.2 高斯固定点附近的线性化 RG	71
7.3 有关参数、无关参数、边缘参数、标度场与跨越	76
7.4 $d > 4$ 时的临界指数	78
7.5 $d = 4 - \varepsilon$ 的 RG 和到 $\mathcal{O}(\varepsilon)$ 阶的固定点	79
7.6 $R_s\mu$ 中的其他 $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$ 项的贡献	87
第 8 章 几个选择模型的重正化群	91
8.1 大 n 极限下的 RG	91
8.2 威尔逊的递推公式	95
8.3 应用到 $n \rightarrow \infty$ 的情形	99
8.4 分立自旋 RG 的定义	101
8.5 对二维伊辛模型 RG 的数值工作	107
8.6 讨论	111
第 9 章 微扰展开	113
9.1 在研究临界现象中微扰论的应用	113
9.2 金兹堡-朗道模型微扰展开	114

9.3	在临界点微扰展开的发散	121
9.4	临界指数的 $1/n$ 展开	122
9.5	临界指数的 ε 展开	125
9.6	η 和 α 的简单的示意性计算	127
9.7	存在一个非零 $\langle \sigma \rangle$ 的微扰展开	131
9.8	注解	136
9.9	微扰展开中的 RG	137
9.10	各向异性参数和对液气临界点的评论	140
9.11	ε 和 $1/n$ 展开的指数的表	143
第 10 章	随机杂质的效应和其他论题	146
10.1	随机杂质	146
10.2	针对非磁杂质的 RG 方法	149
10.3	固定点稳定判据和其他杂质	154
10.4	对图形的评论	157
10.5	自回避无规行走问题	162
10.6	实际系统的其他非理想特征	168
第 11 章	动态导论	170
11.1	引言	170
11.2	布朗运动和动理学方程	171
11.3	弛豫时间	174
11.4	消除快模	175
11.5	响应函数和相关函数	177
11.6	van Hove 理论	178
第 12 章	动态现象中的重正化群	182
12.1	动态问题中 RG 的定义	182
12.2	相关函数和响应函数的变换	184
12.3	固定点、临界行为和动态标度	185
第 13 章	简单动态模型	188
13.1	含时金兹堡-朗道模型	188
13.2	慢热传导的效应	191
13.3	各向同性铁磁体	197
13.4	临界动态中的普适性	200

第 14 章 动态的微扰展开	202
14.1 动力学方程的迭代解	202
14.2 用图来表示项、计算规则	203
14.3 涨落耗散定理	207
14.4 高阶响应和相关函数的图	210
14.5 附加的模和模模耦合项	211
附录	215
参考文献	221
索引	228

第 1 章 引 言

概 要

本章简单评介临界现象的经验数据; 引入临界点、序参量、临界指数等的定义; 总结临界现象的定性特征; 并包括一个对于平均场理论的讨论.

1.1 临界点和序参量

当描写一块物质的宏观性质时, 将涉及总质量、总能量、总磁矩以及其他构成这块物质的粒子的总体量. 对于均匀物质, 通常把这些量除以物质的体积而分别得到质量密度、能量密度、磁化等, 这些量将在后面称作**力学变量**. 还有一些重要的力学变量的例子, 它们不是很熟知且不能如前述的力学变量那样容易地定义或直观地描述. 一些重要的例子是玻色流体的量子幅、反铁磁体的交替磁化、晶体中原子密度的傅里叶分量等.

还有外加压强 p 、温度 T 和磁场 h 这样一些量, 它们是“外场”. 它们描述物质所处的环境或“源池”. 在大多数情况下, 若外场指定, 则力学变量的值是唯一确定的.

存在这样一种非常重要的情形: 在外场的一些特定取值下, 某些力学变量不能唯一确定, 而有若干选择. 例如, 在 $T = 373 \text{ K}$, $p = 1 \text{ atm}$ (标准大气压) 下, H_2O 的密度 ρ 就是不固定的, 可以有高值 (水) 或低值 (蒸汽) 两个选择. 只要 (T, p) 在如图 1.1(a) 所示的曲线上, 就都是如此. 这条曲线在 (T_c, p_c) 终止. 这个终止点是**液气临界点**, 在此点之上, 不再有不同的选择.

另一个例子是像铁和镍这类材料的铁磁态. 当外加磁场 h 为零时, 磁化矢量 m 是不固定的, 它可以指向不同的方向. 这种自由选择方向的行为在 $T > T_c$ (T_c 为居里温度) 时消失. 图 1.1(b) 的 OT_c 线类似于图 1.1(a) 的曲线. 点

($T = T_c, h = 0$) 是铁磁临界点. 当 $T > T_c$ 时, 材料变为顺磁的, 当 $h = 0$ 时, $m = 0$.

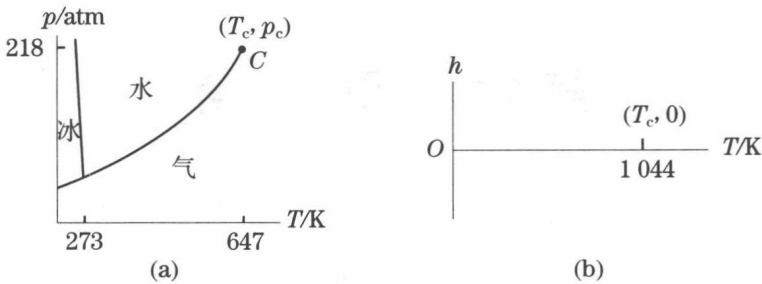


图 1.1 (a) H_2O 的液气临界点: $T_c = 647\text{ K}$, $p_c = 218\text{ atm}$;

(b) Fe 的铁磁相变点: $T_c = 1\ 044\text{ K}$, $h_c = 0$

在临界点附近观察到的现象称为**临界现象**. 取值不能确定的力学变量, 如气液情形下的密度 ρ 和铁磁情形下的磁化 m , 将称为**序参量**.^①

除上面给出的两种, 还有很多其他临界点和对应的序参量. 有趣的例子是液氦的超流临界点 (λ 点) 和许多金属与合金的超导临界点. 与之相联系的序参量分别是氦原子和电子对的量子振幅. 在每种情况下, 序参量均为一个复数. 更多的例子在表 1.1 中给出. 在很多不同材料中, 不同类型的临界点附近观察到的临界现象的若干特点是相同的. 这些相同的特点将是所有后面讨论的主题. 当然, 以非常一般的方式讨论这个主题将是最不直观的. 因此, 我们将主要讨论铁磁临界点, 并在此过程中推广到其他临界点. 铁磁临界现象最容易图示, 也最适于初等讨论.

表 1.1 临界点及其序参量的例子

临界点	序参量	例子	T_c/K
液-气	密度	H_2O	647.05 ⁽³⁾
铁磁	磁化	Fe	1 044.0 ⁽¹⁾
反铁磁	子格子磁化	FeF_2	78.26 ⁽²⁾
λ 线	4He 振幅	4He	1.8~2.1 ⁽⁴⁾
超导	电子对振幅	Pb	7.19 ⁽⁵⁾
二元混合流体	一种流体的浓度	$CCl_4-C_7F_{14}$	301.78 ⁽⁶⁾
二元合金	子格子上一类金属的密度	$Cu-Zn$	739 ⁽⁷⁾
铁电	极化	硫酸三甘钛	322.5 ⁽⁸⁾

注 (1) Kadanoff et al.(1967); (2) Ahlers et al. (1974); (3) Levelt Sengers(1974); (4) Ahlers (1973); (5) Heller(1967); (6) Heller(1967); (7) Als-Nielsen, Dietrich (1966); (8) Gonzalo(1966).

① 这不是最精确的定义, 因为可能有不止一个不能确定取值的力学变量. 需要进一步的判据来细化序参量的选取.

1.2 定性图像

铁磁学长期以来得到了广泛的研究. 关于这一主题有大量文献. 此处我们将满足于如下定性信息:

(a) 磁化来源于未填满的原子壳层的电子自旋, 典型的是像铁、镍和钴这些过渡金属原子的 d 和 f 壳层. 每个电子自旋携带一个玻尔磁子的磁矩. 轨道角动量没有贡献.

(b) 由于“交换效应”, 当电子的自旋平行时具有较低能量. 这一效应是库仑排斥和泡利不相容原理联合的结果. 后者使得自旋平行的电子远离, 从而降低库仑能量.

还有很多来源于材料的原子和晶体结构的其他复杂效应. 例如, 自旋可能倾向于沿着一个特定的晶轴方向, 或沿着一个特定的平面. 这分别对应于“单轴”和“平面”铁磁体. 如果没有特别的倾向, 则为“各向同性的”. 对于铁磁材料, 在任何情况下, 当更多自旋取向一致时, 则能量更低.

在零度时, 系统处于最低能量状态, 所有自旋都指向同一个方向, 但这个方向并不唯一, 可以有不同的选择. 例如, 在各向同性情形下, 只要所有自旋同向, 就有可能指向任何方向. 因而有一个有限的磁化, 材料是铁磁的. 随着温度 T 从零度开始增加, 热扰动使自旋方向随机化. 如果温度不足够高, 则仍然会有自旋的一部分一直指向同一个方向. 随着温度增加, 这部分自旋变少. 当 T 到达临界温度 T_c , 以及超过时, 这部分就没有了, 材料成为顺磁的. 此类相变通常称为“二级相变”, 命名原因与我们这里的研究无关. 在 T 靠近 T_c 时, 有序的倾向 (通过减少能量使自旋取向一致) 和无序的倾向 (通过热扰动使自旋方向随机) 几乎相互平衡. 当 $T < T_c$ 时, 有序占优, 铁磁状态通常称为“有序态”. 而当 $T > T_c$ 时, 无序占优, 因此顺磁态称为“无序态”.

当 T 刚刚高于 T_c 时, 在一些大的区域内 (远大于晶体的原胞) 非常有可能存在有限部分排列一致的自旋. 这是因为有序倾向几乎可以但又不完全实现. 它可以在一些大的斑块内实现有序, 但无法使各个斑块的取向一致. 当 T 刚刚低于 T_c 时, 这种有序倾向刚好能够成功. 除了一个有限的、小部分斑块外, 大部分斑块各自的自旋取向仍然是随机的.

当每个斑块变大时, 有序化或无序化所需要的时间会变长. 有序化的机制——交换效应, 发生在相邻的自旋之间. 热扰动随机翻转自旋, 在时间和空间上没有相关性. 为了能够使这种短程效应生成, 破坏或翻转在一个斑块内排列的自

旋将需要很长的时间. 在经历扰动后达到平衡所需要的时间, 即所谓“弛豫时间”, 在 T 靠近 T_c 时因而非常长. 这使得实验变得困难, 实验者必须等更长的时间.

以上描述的定性图像非常粗略, 对于初学者而言可能难以接受. 已有的实验和理论数据似乎指明临界现象的很多特殊的特征就是大尺寸自旋斑块和长弛豫时间的反映.

传统上, 临界现象分为静态和动态两类. 静态现象涉及磁化、磁化率、比热、自旋位形的概率分布、自旋斑块的平均尺寸这样一些平衡性质. 动态现象涉及弛豫时间、热扩散、自旋波传播这样一些与时间相关的现象. 目前, 对于静态现象的理解远好于对动态现象的理解.

我们首先用较多的篇幅研究静态, 动态将在后面讨论. 为了研究动态现象, 我们需要对静态现象有良好的知识.

1.3 热力学性质和指数

我们先简短地概述一下铁磁临界点附近静态现象的观察结果.

1.3.1 序参量 m 与温度 T 的函数关系、指数 β

当外磁场 h 趋于零时, T_c 以下的磁化 m 是温度 T 的一个递减函数, 并在 T_c 时为零 (见图 1.2). 当 T 非常接近于 T_c 时, 幂率的形式

$$m \propto (T_c - T)^\beta \tag{1.1}$$

是一个常见的特征, 这里 β 称为**临界指数**. 几种材料的 β 的观测值在表 1.2 中给

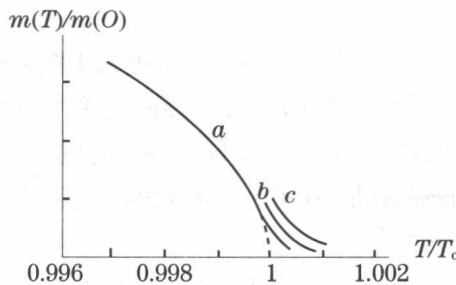


图 1.2 单晶 $YFeO_3$ 在 T 非常接近于 T_c 时磁化与温度的关系. 外加一小的磁场 h . 曲线 a, b, c 分别对应于 $h = 38$ Oe, 210 Oe 和 460 Oe. 虚线对应于外推至 $h = 0$ (数据来自 Gorodebsky et al. (1966) 中的图 1)

出. 指数 β 显然不是整数.

表 1.2 铁磁临界点的临界指数

材料	Fe	Ni	EuO	YFeO ₃	Gd
对称性	各向同性	各向同性	各向同性	单轴	各向异性
T_c/K	1 044.0 ⁽²⁾	631.58 ⁽¹⁾	69.33 ⁽¹⁾	643 ⁽²⁾	292.5 ⁽²⁾
α, α'	$\alpha = \alpha'$ = -0.120 $\pm 0.01^{(1)}$	$\alpha = \alpha'$ = -0.10 $\pm 0.03^{(2)}$	$\alpha = \alpha'$ = -0.09 $\pm 0.01^{(1)}$		
β	$0.34 \pm 0.02^{(2)}$	$0.33 \pm 0.03^{(2)}$		$0.354 \pm 0.005^{(2)}$	
γ, γ'	$\gamma = 1.333$ $\pm 0.015^{(2)}$	$\gamma = 1.32$ $\pm 0.02^{(2)}$		$\gamma = 1.33 \pm 0.04^{(2)}$, $\gamma' = 0.7 \pm 0.1$	$\gamma = 1.33^{(2)}$
δ		$4.2 \pm 0.1^{(2)}$			$4.0 \pm 0.1^{(2)}$
η	$0.07 \pm 0.07^{(2)}$				

注 (1) Lederman et al. (1974); (2) Kadanoff et al. (1967).

1.3.2 在 T_c 时序参量与 h 的函数关系、指数 δ

图 1.3 显示在 $T = T_c$ 时, m 不是 h 的光滑函数. 对于很小的 h , 观察发现

$$m \propto h^{1/\delta} \quad (1.2)$$

这里 δ 也是一个临界指数. 其观测值列在表 1.2 中.

1.3.3 $h = 0$ 时磁化率 $\chi = (\partial m / \partial h)_T$ 作为温度的函数、指数 γ

当 T 趋向于 T_c 时, χ 发散, 如图 1.4 所示. 这种发散由 γ 和 γ' 来表征:

$$\chi \propto \begin{cases} (T - T_c)^{-\gamma}, & T > T_c \\ (T_c - T)^{-\gamma'}, & T < T_c \end{cases} \quad (1.3)$$

数据与 $\gamma = \gamma'$ 一致. 在两种情况下比例常数是不一样的. 表 1.2 中给出了一些测量值.