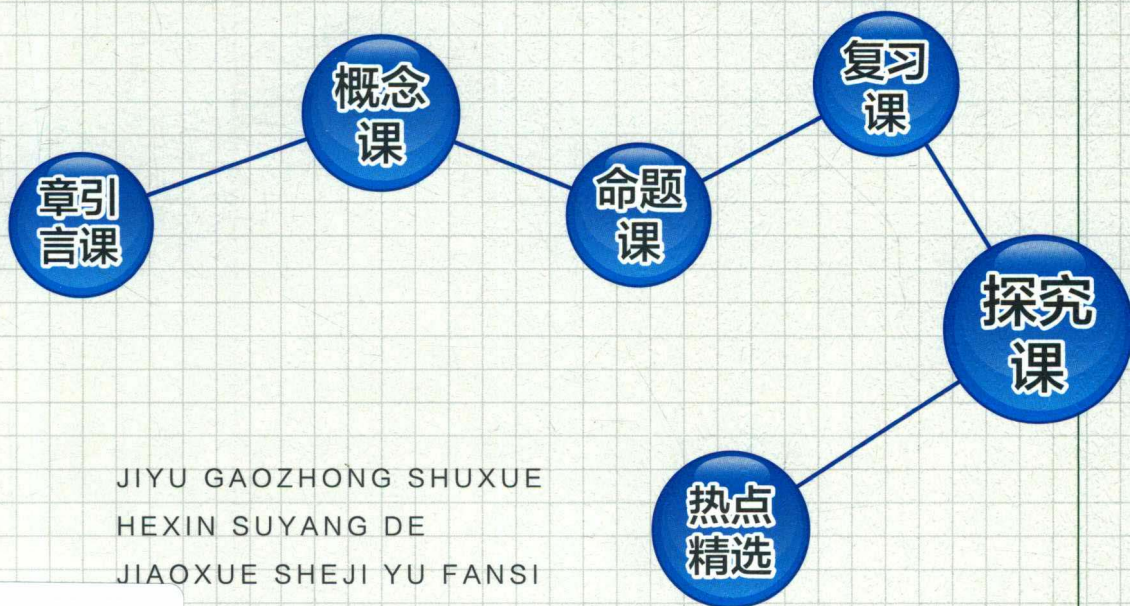


# 基于高中数学 核心素养的

冯 斌◎编著

# 教学设计与反思



JIYU GAOZHONG SHUXUE  
HEXIN SUYANG DE  
JIAOXUE SHEJI YU FANSI

宁波出版社  
NINGBO PUBLISHING HOUSE

# 基于高中数学 核心素养的 教学设计 与反思

冯 斌◎编著

 宁波出版社  
NINGBO PUBLISHING HOUSE

## 图书在版编目 ( CIP ) 数据

基于高中数学核心素养的教学设计与反思 / 冯斌编著.  
—宁波: 宁波出版社, 2018.10  
ISBN 978-7-5526-3319-1

I. ①基… II. ①冯… III. ①中学数学课—教学设计—高中IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字 ( 2018 ) 第216008号

## 基于高中数学核心素养的教学设计与反思

冯 斌 编著

---

出版发行 宁波出版社 ( 宁波市甬江大道1号宁波书城8号楼6楼 315040 )  
网 址 <http://www.nbcbs.com>  
特约编辑 陈静静  
责任编辑 黄 彬  
责任校对 徐巧静 李 强  
装帧设计 金字斋  
印 刷 宁波白云印刷有限公司  
开 本 787mm × 1092mm 16 开  
印 张 16.75  
字 数 260 千  
版 次 2018 年 10 月第 1 版  
印 次 2018 年 10 月第 1 次印刷  
标准书号 ISBN 978-7-5526-3319-1  
定 价 42.00 元

---

如发现缺页或倒装, 影响阅读, 请与本社发行部联系调换 电话: 0574-87286804

# 本书编写人员简介

(按姓氏笔画排序)

## 王 蓉

一级教师,宁波市第十届特级教师带徒学员,现任教于宁波市鄞州高级中学。曾被评为鄞州区教坛新秀、浙江省高中数学联赛优秀教练员,获鄞州区高中数学优质课评比一等奖等市、区级奖项。撰写的多篇论文在省级及以上专业刊物中发表,并获市级奖项。主持的课题曾获鄞州区优秀教研课题一等奖。

## 冯 斌

浙江省特级教师,浙江省优秀教研员,宁波市名师。现任宁波市教育局教研室高中数学教研员,兼任浙江省数学会理事、宁波市教育学会中学数学教学分会秘书长、《中学教研(数学)》编委、宁波大学理学院授课专家。长期致力于中学数学教学实践与研究,在数学专业期刊上发表论文多篇,曾获全国中学数学教育优秀论文一等奖,浙江省人民政府基础教育教学成果二等奖。多次参加浙江省中小学教辅材料评议、浙江省会考命题与审题、高考数学试卷评析等工作。

## 冯 涛

高级教师,宁波市第九届特级教师带徒学员,宁波市北仑区优秀竞赛辅导教师。2004—2006年任教于宁波市东海实验学校,其间,获张士柏奖学(育)金、希望杯数学竞赛优秀园丁奖。2006年至今任教于宁波市北仑中学,其间,获宁波市高中数学课堂教学有效性论坛一等奖、宁波市高中数学优质课评比一等奖,被评为高中数学奥林匹克一级教练员、北仑区第六届学科骨干教师、北仑区第七届名教师。所著多篇论文发表于《中学数学教学参考》《数学通讯》《中学数学》《中学教研(数学)》等专业刊物,并获省、市级奖项。

## 叶琪飞

浙江省特级教师，浙江省“浙派名师”培养对象，宁波市名师，现任教于宁波市鄞州高级中学。曾获全国教育综合改革实验区高质量课堂展示活动特等奖第一名。从教十余年，耕耘三尺讲台，一直致力探索如何上出有“数学味”的数学课，力争使学生喜爱数学、学好数学。所著二十余篇论文在《数学通报》《中学数学教学参考》等专业刊物上发表。

## 江灶贵

一级教师，宁波市卓越工程学员，现任教于宁波市镇海中学。2014年，获浙江省第二届说题比赛个人和团体一等奖。常年担任镇海中学创新班的教学工作，所教学生中多人获全国高中数学联赛一等奖，有几十位考上北大、清华，其中郑恩柏同学获2015年浙江省高考理科状元。带领学生参加由清华大学组织的“登峰杯”数学建模活动，获得全国总决赛一等奖。

## 李雪于

一级教师，宁波市第九届特级教师带徒优秀学员，宁波市卓越工程学员，现任教于奉化武岭中学。曾被评为奉化区骨干教师、奉化区优秀教师、宁波市教坛新秀、宁波市优秀竞赛教练员。执教普高数学十四年来，所撰写的多篇论文发表在省级专业刊物上。曾多次参与高中数学课题研究，撰写的研修案例曾获奉化区优秀研修案例评比一等奖。

## 陈碧文

一级教师，宁波市第十届特级教师带徒优秀学员，现任教于宁波市鄞州区正始中学。曾被评为宁波市教坛新秀、鄞州区骨干教师、鄞州区优秀教师，获全国优质课比赛一等奖、浙江省高中数学课堂教学评比一等奖、浙江省首届微课比赛二等奖、浙江省论文评比二等奖、宁波市基本功比赛二等奖。多次在省、市、区各类教研活动中承担公开课展示工作，并做专题讲座。多篇论文在省级及以上专业刊物中发表，并获省、市级奖项。

## 张 岚

一级教师，宁波市第十届特级教师带徒学员，现任教于慈溪中学。曾被评为慈溪市德育先进工作者，慈溪市青年岗位能手，慈溪市第七、第八届骨干教师，慈溪中学先进工作者等，获宁波市教坛新秀一等奖、浙江省高中数学有效教学论坛一等奖。长期以来以“做学生的良师益友”为座右铭，关爱学生的同时也积极探索构建高效的生本课堂，多次开设市级公开课和讲座。撰写的论文曾发表在《中学教研(数学)》等专业刊物上，并获省、市级奖项。

## 陈光建

高级教师，宁波市第八届特级教师带徒学员，宁波市青年教师卓越工程培养对象。先后在象山中学、鄞州高级中学从事高中数学教学工作。任教期间，曾先后被评为象山县教坛新秀、象山县优秀教师、象山县优秀班主任、鄞州区骨干教师，获象山县青年教师基本功比赛一等奖、宁波市基本功比赛二等奖。所撰写的多篇论文在各级刊物上发表，并获省、市级奖项。

## 陈乐炳

高级教师，镇海区名师，现任教于宁波市镇海区龙赛中学。曾被评为镇海区学科带头人、镇海区“121”人才、镇海区德育先进工作者、镇海区优秀班主任，获宁波市课堂教学评比二等奖。所著多篇论文发表在省级刊物，并获省、市级奖项。

## 周丕芬

高级教师，宁波市第七届特级教师带徒学员，宁波市青年教师卓越工程培养对象，现任教于浙江省宁波中学。曾被评为宁波市职工技术能手、宁波市教坛新秀、宁波城区骨干教师，获浙江省课堂教学评比一等奖、浙江省青年教师基本功比赛三等奖、宁波市课堂教学评比一等奖等，多次在省、市、区的教研活动中做专题讲座。所著多篇论文在各级刊物上发表，并获省、市级奖项。

## 周海军

高级教师，宁波市名师，现任教于宁波市镇海中学，担任教研组长。曾被评为浙江省教坛新秀、全国高中数学联赛优秀教练员，多次在省、市、区的教研活动中做专题讲座。所著多篇论文在各级刊物上发表，并获省、市级奖项。

## 金国林

高级教师，宁波市青年教师卓越工程培养对象，现任教于宁波市镇海中学。曾被评为宁波市教坛新秀、镇海区学科带头人、镇海区优秀教师。常年担任镇海中学创新班的教学和数学竞赛辅导工作，所教学生中有百余位考上北大、清华，其中两位学生分别获2013年、2014年浙江省高考理科状元。多次被评为优秀辅导员，辅导学生获全国高中数学联赛一等奖三十人次，其中十五人次入选浙江省队；获中国数学奥林匹克金牌九人次，五人次入选国家集训队。在《数学教学》《中学教研(数学)》等刊物发表论文十余篇，并多次在省、市、区的各类学术活动中开设公开课和讲座。

## 徐春波

高级教师，宁波市第九届特级教师带徒学员，现任教于宁波市鄞江中学。曾被评为宁波市教坛新秀、宁波市优秀教师、鄞州区骨干教师、鄞州区优秀工会工作者、鄞州区优秀班主任等，获第八届全国青年教师优秀课比赛二等奖、浙江省高中数学课堂教学评比一等奖、宁波市优质课评比一等奖。多次在市、区教研活动中承担公开课展示和专题讲座工作，多次参与宁波市期末统考命题工作，十余篇论文在省级核心刊物上发表。

## 谢 秦

一级教师，宁波市第十届特级教师带徒学员，现任教于宁波市鄞江中学。曾获宁波市优质课评比一等奖、宁波市青年教师比武二等奖，被评为鄞州区教坛新秀。撰写的多篇论文在省级专业刊物上发表，并获得市级奖项。

# 前 言

数学学科核心素养是数学课程目标的集中体现,是具有数学特征的思维品质、关键能力,以及情感、态度与价值观的集中体现,是在数学学习和应用的过程中逐步形成和发展的.数学核心素养包括数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析,每个核心素养体现为四个方面:情境与问题、知识与技能、思维与表达、交流与反思.《普通高中数学课程标准(2017年版)》阐明了六大核心素养各自的概念内涵、学科价值、具体内容、学生表现及水平划分,是可教、可学、可评价的.

随着高中数学课程改革的深入,教学核心聚焦在如何将学科核心素养落实到课堂上.《基于高中数学核心素养的教学设计与反思》一书是高中数学核心素养本土实践的初步成果,也是理论与实践的整合.医生的真功夫在“临床”,教师的真功夫则在“课堂”.本书中的“课堂写真”部分选取的案例,有的是荣获省、市乃至国家级比赛一等奖的作品,有的来自省、市级展示课,还有的已在数学专业期刊上发表.这些作品无疑凝聚着一线精英教师的心血,后经编者精心打磨、细心整理,更具鉴赏和推广的价值.

本书具有如下几个鲜明特点:

第一,全面性.本书课型设计囊括了章引言课、概念课、命题课、复习课、探究课,还有热点精选,覆盖面广.这在其他教学设计汇编中极少见.特别是“章引言课”“探究课”,作为宁波市高中数学主题教研与评优载体,是宁波高中数学教研的一大亮点.

第二,可操作性.书中不同课型的教学设计,都是在深入研究的基础上,

广泛吸取了一线数学教师在教学实践中的经验总结,是广大数学教育工作者集体智慧的结晶,因而有很强的实践性和可操作性,在广大一线高中数学教师进行自身教学实践时必将发挥有益的借鉴作用。

第三,通俗性。本书的教学设计来源于数学教育界公认的一些优秀作品,所涉及的各种课是一线教师们曾经面对的或者是将要面对的,在这些作品中或多或少会出现一线教师们上课的“影子”。

第四,深刻性。在每种课型的“课堂写真”前,均设有“主持人语”和对该课型的认识;在每篇教学设计后,也会附上“主持人点评”。在每章的“附录”中,均有编者历年来在各类期刊中发表的论文。这些内容包含着编者在核心素养观指导下对高中数学教学的认识与反思,具有一定的深度。

希望本书有助于高中数学一线教师提升自己的专业水平,能够为其改进数学课堂教学、落实数学核心素养、提升数学教学质量和效率提供帮助。当然,由于编者学术水平和写作时间有限,虽然在编写过程中不断统稿、修改、研磨,书中难免有纰漏之处,恳请各位读者不吝批评指正。

冯 斌

2018年8月于宁波

# 目 录

## 前 言

### 第一章 高中数学章引言课

第一节 主持人语 / 002

第二节 对章引言课的认识 / 003

第三节 课堂写真 / 007

《三角函数》章引言课的实录与反思 / 007

《空间几何体》章引言课的实录与反思 / 015

《推理与证明》章引言课的实录与反思 / 024

《计数原理》章引言课的实录与反思 / 031

附 录 / 039

三言两语话“章引言课” / 039

### 第二章 高中数学概念课

第一节 主持人语 / 042

第二节 对概念课的认识 / 043

第三节 课堂写真 / 047

《曲线与方程》教学设计 / 047

《空间几何体的结构》教学设计 / 053

《方程的根与函数的零点》教学设计 / 061

附录 / 067

对高中数学课堂有效教学的再思考

——有感于2011年浙江省课堂教学评比与观摩活动 / 067

### 第三章 高中数学命题课

第一节 主持人语 / 076

第二节 对命题课的认识 / 077

第三节 课堂写真 / 086

《等差数列的前 $n$ 项和》课堂教学实践与思考 / 086

《空间向量的数乘运算》课堂实录 / 096

《直线与圆的位置关系》教学设计 / 108

附录 / 117

基于“生本课堂”的课例教学与反思 / 117

### 第四章 高中数学复习课

第一节 主持人语 / 126

第二节 对复习课的认识 / 127

第三节 课堂写真 / 138

关于直线和平面所成角的复习课 / 138

一花一世界，一题一天地

——一节高考一轮复习课的教学设计及反思 / 146

二轮专题：数学思想方法——转化与化归 / 154

附录 / 165

追问首轮高三数学复习课的缺失

——有感于宁波市骨干教师评选之上课环节 / 165

## 第五章 高中数学探究课

第一节 主持人语 / 176

第二节 数学探究教学的思考 / 177

第三节 课堂写真 / 187

《“杨辉三角”中的一些秘密》教学设计 / 187

《平面解析几何中的定点定值问题》教学设计 / 195

《向量加法运算及其几何意义》教学设计

——基于核心素养背景的向量欣赏 / 202

附录 / 208

在“探究与发现”教学中教师该做些什么？

——一节省级参赛选修课的打磨点滴 / 208

## 第六章 高中数学热点精选

第一节 主持人语 / 218

第二节 热点精选 / 219

数学抽象，数学概念教学抹不开的情愫 / 219

基于数学核心素养的解析几何教学

——谈数学运算能力的提升 / 227

说题，助推数学教师专业发展 / 236

附录 / 245

文科的韵味，理科的深度

——2018年高考数学浙江卷评析及教学思考 / 245

# 高中数学 章引言课

DIYIZHANG

第一章

## 第一节 主持人语

·宁波市奉化武岭中学 李雪于·

人教版《普通高中课程标准实验教科书·数学》(以下简称《数学》)在每一章的开头都有一段话——章引言,有的还配有与本章内容配套的图片——章头图.章引言通常是对本章所涉及的内容、思想方法做一个简要的介绍;章头图往往是展示本章内容在科学技术中的应用,传播数学文化等.

但是,在教学中不少教师往往对章引言、章头图的作用认识不足.一方面由于教材内容相对简单,寥寥数语高度概括,感觉没有多少东西可讲;另一方面由于课时的限制,感觉直入正题更加有效.因此这块内容不为教师重视,忽略它的教学价值的做法也并不少见.

实际上,章引言课就是带领学生进入章节前的“游园看景”,以朴素、典型的例子向学生介绍学习本章的必要性(为什么要学)、本章的知识结构体系(学什么)以及学习时所涉及的学习方法和数学思想(怎样学),并展示相应的数学文化,激发学生学习的兴趣,使学生对新章节的学习充满期待,提前营造出积极的心理倾向.这将对整章的教学起到事半功倍的作用.

那么如何使学生在基于核心素养的教学中,对新一章将要学习的内容、结构,甚至思想方法有一个大致的了解,发挥章引言的“先行组织者”“导游图”的作用呢?本章将呈现给读者的是经过精心策划的生动活泼的四个课例,也是宁波市第十三届中小学(高中数学)教坛新秀评比的比赛课,其中有重于渗透直观想象的《空间几何体》章引言课,体现数学运算的《计数原理》章引言课,强调数学建模的《三角函数》章引言课和突出逻辑推理的《推理与证明》章引言课.在此对章引言、章头图在教学中的处理方式做一个粗浅的探讨,供同行参考.

## 第二节 对章引言课的认识

### 一、重视章引言课的教学价值

数学章引言课的主要目的就是在学科分支的第一节课带领学生“游园看景”，向学生介绍为什么要学习这门学科，通过对一些简单有趣而又典型的例子的分析，揭示其主要知识脉络和思想方法，并展示相应的数学文化；同时对后续学习中可能出现的困难也给予提醒，让学生对即将学习的内容充满向往，翘首以盼新课程的学习。精心设计章引言课，通过对章引言与章头图的教学，可以激发学生的数学学习兴趣；用好章引言和章头图，可发挥其在本章节教学中“导游图”的作用，可使学生对本章学习内容和思想方法有一个基本认识，有利于学生从整体上把握数学结构，对整章的教学也能起到事半功倍的作用。

章引言课教学的最终目的在于帮助学生掌握数学知识与方法，发展数学思维，培养学生发现问题与提出问题的能力，提升学生的学科素养，以及其他方面的综合素养，真正起到以“数学的方式”育人的作用。

### 二、核心素养观下的章引言课教学思考

#### （一）章引言课教学的现实情况

在高中数学的日常教学中，我们发现章引言课并没有发挥出它应有的教学价值，究其原因有三类：其一，有的老师主观上不够重视章引言课，觉得可以讲解的内容不多，实际上是其没有仔细理解教材的编写意图，没有对教

材进行自主再开发,所以无话可说;其二,有的老师考虑到课堂教学时间有限,为了赶进度,直接牺牲章引言课应有的教学时间,让学生直接面对新章节知识的学习,使得学生如雾里看花,只见树木不见森林,反而会拖慢学习进度;其三,还有的老师虽然认识到了章引言课的教学作用,但在教学实践中往往一笔带过,甚至和后续内容合并处理,这样做不仅混淆了“森林”与“树木”的关系,还忽视了数学教学的系统性和思想性,不利于学生数学素养的提升。

## (二) 章引言课教学的几个着力点

### 1. 重视教学过程设计,体现数学意蕴

章引言课应该由“引”和“导”两部分构成,“引”就是再现知识的产生发展过程,从而引出新知识;“导”就是要学生明确为什么学、学什么、怎么学的问题,教会学生认识新事物的方法。例如,在《数系的扩充与复数的引入》这一章引言课中,从有理数到实数,可从现实的背景、数学内在逻辑必然性两方面引入;从实数到复数,可以类比实数的研究方法,对“新数”的定义、表示、分类、性质、运算和运算律等做研究。这是研究新数系逻辑结构的基本过程与方法。教学设计过程中渗透了“提出问题—分析问题—解决问题”这个研究一般数学问题的基本程序。长此以往,学生会逐渐掌握数学认知的一般规律,有助于他们今后研究类似问题。同时,具体事例的设计上教师需要多下功夫。例如,为了引入虚数单位  $i$ ,有的教师仅仅提出这是为了负数开方的需要,但是具体如何引发学生的认知冲突,教师并没有深入思考,对学生而言就是失去了一次很好的探究机会。什么数的平方是  $-15$ ? 即  $-15$  的开方问题,这里教师是可以“大做文章”的:先考虑  $-1=-1 \times 1$ ,  $-2=-1 \times 2$ ,  $\dots$ , 由此归纳可知  $-15=-1 \times 15$ , 然后结合  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$  ( $a \geq 0, b \geq 0$ ), 进行合情推理,  $\sqrt{-15} = \sqrt{-1} \times \sqrt{15}$ , 这样就把  $-15$  的开方问题转化为研究  $-1$  的开方问题,进而引入虚数单位  $i$ , 在教学设计中自然而然地体现了数学的思想方法。

### 2. 重视数学文化渗透,提升全面素养

《数学》(人教版)所呈现的内容往往是“骨干”“冰冷”的数学知识,它

注重逻辑的严谨、知识的精准和适度，剔除了数学家们在搭建数学高楼时所付出的艰辛探索，掩盖了数学知识从古至今发展的历史脉络。而事实上，数学的丰富文化内涵，特别是数学在人类发展过程中所起到的重要作用，以及数学家们为求真理锲而不舍的治学精神，都能为数学教学提供丰富的素材，并帮助学生树立正确的数学观和人生观，激发学生爱数学、学数学、用数学的兴趣与热情。《普通高中数学课程标准（实验）》也明确指出：“数学文化应尽可能有机地结合高中数学课程的内容，选择介绍一些对数学发展起重大作用的历史事件和人物，反映数学在人类社会进步、人类文明发展中的作用，同时也反映社会发展对数学发展的促进作用。”仍然以《数系的扩充与复数的引入》为例，从实数到复数看似简单的跨越，实际上反映了人类对数学进行创造性发明的伟大历程。从古希腊数学家，到西方的卡尔丹、笛卡儿、欧拉、高斯等一大批数学家都对数系的发展贡献了自己的智慧。笛卡儿最早提出虚数这一说法；欧拉创造了“虚幻之数”，并引入符号  $i$  表示它；高斯引入复数这个术语……建造复数可以说是一个跨世纪的工程，再加上最美数学公式“ $e^{\pi i}+1=0$ ”的诞生，所有这些内容可以极大地丰富章引言课的文化品位，彰显数学的文化内涵，激发学生的求知欲望，培养学生的人文素养，为后续知识的教学开展起到良好的奠基作用。

### 3. 重视数学思想引领，发展理性思维

章引言课的教学不宜对知识细节做过多的追究，应把握好“度”，着重于知识内容的整体脉络，让学生感受即将学习的章节中主要概念的形成和发展的基本过程，体会其中所含的数学思想方法，了解人类从数学角度认识客观世界的过程。其中，数学思想方法应当旗帜鲜明地在章引言课当中得到展现。因为数学思想是对数学对象的本质认识，是认识具体数学概念、命题、规律、方法等的过程中提炼概括的基本观点和根本方法，对数学活动具有普遍的指导意义，是数学活动的指导思想；数学方法是指数学活动中所采用的途径、方式、手段、策略等，是由思想转化而来的具体操作，可以提高效率，与数学思想紧密联系。章引言课起着对整个章节的引领作用，是宏观的，是后续学习的指路灯塔。例如，《计数原理》的章引言课应当突出分类和分步的基本