# 简明大学物理
# 同步辅导

韩引霞　彭雪峰　主编

Synchronous Guidance to
General Physics

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

# 简明大学物理同步辅导

韩引霞　彭雪峰　主编

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

**图书在版编目（CIP）数据**

简明大学物理同步辅导 / 韩引霞，彭雪峰主编. —
杭州：浙江大学出版社，2018.3
ISBN 978-7-308-17160-1

Ⅰ.①简… Ⅱ.①韩… ②彭… Ⅲ.①物理学—高等
学校—教学参考资料 Ⅳ.①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 176105 号

**简明大学物理同步辅导**

韩引霞 彭雪峰 主编

**责任编辑** 王 波
**责任校对** 汪荣丽
**封面设计** 续设计
**出版发行** 浙江大学出版社
（杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007）
（网址：http://www.zjupress.com）
**排 版** 杭州中大图文设计有限公司
**印 刷** 杭州钱江彩色印务有限公司
**开 本** 787mm×1092mm 1/16
**印 张** 13.5
**字 数** 329 千
**版 印 次** 2018 年 3 月第 1 版 2018 年 3 月第 1 次印刷
**书 号** ISBN 978-7-308-17160-1
**定 价** 30.00 元


浙江大学出版社发行中心联系方式 (0571)88925591;http://zjdxcbs.tmall.com

# 前　　言

大学物理是高等院校理工科专业必修的一门基础课，它在培养学生的思维能力、创新能力等方面起着非常重要的作用。然而，近些年为了满足培养高质量的应用型人才的需求，基础课的课时做了调整，教学的课时较之以前减少了。市面上的相关大学物理辅导用书与教学就不同步了。为了使读者更好地掌握这门课，理解更多知识，有一本与课堂内容相辅相成的指导书，我们根据多年的教学经验，编写了这本针对宁波大学科学技术学院及同类院校学生的《简明大学物理同步辅导》。

编写本书时，我们依据的是教师们在课堂上所讲的内容以及所设定的教学大纲的要求，并参考了其他各高等院校在相关知识点方面的内容。

我们衷心希望本书能对学生学习大学物理课程提供有力帮助。鉴于编者的水平有限，本书难免存在失误之处，欢迎读者朋友们批评指正。

编者

2017 年 3 月

# 目　　录

# 第一章　质点运动学

## 本章知识点

### 一、描述质点运动的物理量

1. 质点(理想化模型)

当物体的线度和形状对于所研究的问题可以忽略不计时,物体可抽象为一个具有质量、没有形状的点,这个点称为质点。

2. 参考系

为描述物体的运动而选定的另一个作为参考的物体叫参考系。任何实物都可以选为参考系。

3. 坐标系

坐标系是为定量描述物体的运动,而选定的带有数学标尺的参考系。坐标系一定固定在参考系上。

常用坐标系有:直角坐标系,极坐标系,自然坐标系。

4. 位置矢量(位矢)$\boldsymbol{r}$——描述质点在空间位置的物理量

位置矢量是在选定的直角坐标系中,从坐标原点出发,指向 $t$ 时刻质点所在位置的有向线段。如图 1-1 所示。位矢$\boldsymbol{r}$有三条基本的特性:①矢量性:有大小、有方向;②瞬时性:不同时刻位矢不同;③相对性:坐标系选择不同,位矢不同。

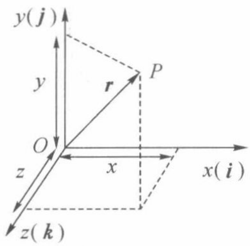

图 1-1　直角坐标系中的位矢

位矢与直角坐标系中的坐标关系为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

5. 运动方程、轨迹方程

(1)运动方程

质点运动时,它的位矢会随时间发生变化。位矢随时间变化的函数关系为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1.2}$$

(2)轨迹方程(轨道方程)

轨迹方程是质点在空间的运动路径。由(1.2)式得到其在直角坐标系中的分量式

$$x=x(t),y=y(t),z=z(t) \tag{1.3}$$

把(1.3)式中的 $t$ 消去,即可得到轨迹方程。

6. 位移——描述质点空间位置变化的物理量

设质点沿着曲线从 $A$ 点移动到 $B$ 点,如图 1-2 所示,在此段时间内,质点位置矢量的增量

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{t+\Delta t}-\boldsymbol{r}_t \tag{1.4}$$

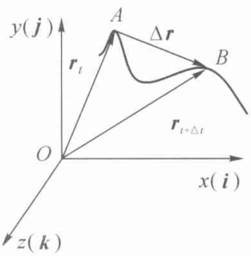

图 1-2 位移

$\Delta \boldsymbol{r}$ 是时间段 $\Delta t$ 内的位移。它是从质点在初始时刻的位置指向末时刻位置的有向线段。

注意:位移与路程的区别。

路程是时间段 $\Delta t$ 内,质点实际运动的轨迹长度,用 $\Delta s$ 表示。路程是标量。在时间段 $\Delta t$ 内,路程不等于位移的大小,即 $\Delta s\neq|\Delta \boldsymbol{r}|$。只有当质点始终沿着直线运动时,路程才等于位移的大小。此外,当 $\Delta t\to 0$ 时,路程等于位移的大小,即 $\mathrm{d}s=|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$。还要注意的是,位移的模切不可以写成位矢模的增量,即 $|\Delta \boldsymbol{r}|=|r_t\Delta t-r_t|\neq\Delta r$。因为 $\Delta r=|\boldsymbol{r}_{t+\Delta t}|-|\boldsymbol{r}_t|$。

7. 速度、速率

(1)速度——描述质点运动变化快慢的物理量

如图 1-3 所示,质点在时间段 $\Delta t$ 内的位移是 $\Delta \boldsymbol{r}$,用位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 除以时间段 $\Delta t$,称为质点在这段时间内的**平均速度** $\bar{\boldsymbol{v}}$,

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\boldsymbol{r}_{t+\Delta t}-\boldsymbol{r}_t}{\Delta t}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.5}$$

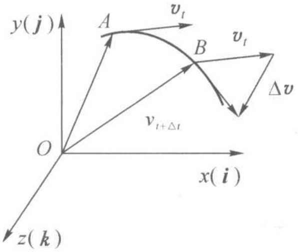

图 1-3 速度的增量

当 $\Delta t\to 0$ 时,$\Delta \boldsymbol{r}/\Delta t$ 趋近于一个确切的极限值,这个极限值描述质点在时刻 $t$ 运动的快慢和方向,称为质点在 $t$ 时刻的**瞬时速度**(简称**速度**)$\boldsymbol{v}$,

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.6}$$

速度 $\boldsymbol{v}$ 是矢量,它的方向即是 $\Delta t\to 0$ 时,位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 趋于轨道的切线方向。因此,质点在时刻 $t$ 的速度方向是该时刻质点所在处的轨迹的切线方向并指向质点前进的方向。

(2)速率——描述路径长度变化快慢的物理量

用时间段 $\Delta t$ 内走过的路程 $\Delta s$ 除以时间 $\Delta t$,称为质点在这段时间内的**平均速率** $\bar{v}$,

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1.7}$$

当 $\Delta t\to 0$ 时,位移的大小 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$ 等于 $\mathrm{d}s$,**瞬时速率** $v$ 的定义

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=|\boldsymbol{v}| \tag{1.8}$$

8. 加速度——描述速度变化快慢的物理量

设质点沿着曲线从 $A$ 点移动到 $B$ 点,$A$ 点的速度为 $\boldsymbol{v}_t$,$B$ 点的速度为 $\boldsymbol{v}_{t+\Delta t}$,如图 1-3 所示,则在时间段 $\Delta t$ 内,质点的**速度增量**为

$$\Delta \boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_{t+\Delta t}-\boldsymbol{v}_t \tag{1.9}$$

用(1.9)式中的速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 除以时间段 $\Delta t$，称为时间 $\Delta t$ 内质点**平均加速度**，

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\boldsymbol{v}_{t+\Delta t}-\boldsymbol{v}_t}{\Delta t}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1.10}$$

当(1.10)式中 $\Delta t \to 0$ 时，平均加速度的极限值称为**瞬时加速度**(简称**加速度**)$\boldsymbol{a}$，

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.11}$$

## 二、圆周运动

在极坐标系下，描述圆周运动的物理量称为角量；在自然坐标系下，描述圆周运动的物理量称为线量。在极坐标中，如图 1-4 所示，描述质点运动的物理量有：

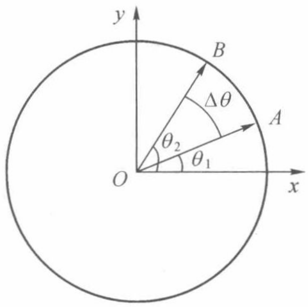

图 1-4　圆周运动

1. 角坐标(角位置)$\theta$——描述质点角位置的物理量

2. 角位移 $\Delta\theta$——描述质点角位置变化的物理量

$$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1 \tag{1.12}$$

3. 角速度 $\omega$——描述质点角位置变化快慢的物理量

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1.13}$$

4. 角加速度 $\alpha$——描述质点角速度变化快慢的物理量

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \tag{1.14}$$

5. 质点做圆周运动的切向加速度、法向加速度

质点做圆周运动时的速度可以表示为 $\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{\tau}_0$，$\boldsymbol{\tau}_0$ 为切向单位矢量。根据加速度的定义，加速度表示为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}_0}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}_{\tau_0}+\boldsymbol{a}_{n_0} \tag{1.15}$$

切向加速度　　$\boldsymbol{a}_{\tau_0}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0=R\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0=R\alpha\,\boldsymbol{\tau}_0$

法向加速度　　$\boldsymbol{a}_{n_0}=v\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}_0}{\mathrm{d}t}=v\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{n}_0=v\omega\,\boldsymbol{n}_0=R\omega^2\,\boldsymbol{n}_0=\dfrac{v^2}{R}\boldsymbol{n}_0$

$\boldsymbol{n}_0$ 为法向单位矢量。

6. 角量(极坐标系下的物理量)与线量(自然坐标系的物理量)之间的关系

$$v=R\omega,\Delta s=R\Delta\theta,a_{\tau_0}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\alpha,a_{n_0}=\frac{v^2}{R}=R\omega^2$$

# 典型例题及解析

**例 1-1**　一个质点在 $xy$ 平面上运动，其运动方程为 $\boldsymbol{r}=(5-t)\boldsymbol{i}+(t+3t^2)\boldsymbol{j}$(SI)，

试求：

(1)质点运动的轨迹方程；

(2)质点从 $t_0=1\text{s}$ 运动到 $t=3\text{s}$ 这段时间内的位移；

(3)质点从 $t_0=1\text{s}$ 运动到 $t=3\text{s}$ 这段时间内的平均速度。

**解**：(1)根据运动方程 $\boldsymbol{r}=(5-t)\boldsymbol{i}+(t+3t^2)\boldsymbol{j}$，得到质点在直角坐标系中的分量式

$$x=5-t,y=t+3t^2$$

消去时间 $t$，得到轨迹方程

$$y=3x^2-31x+80$$

(2)根据位移的定义，位移等于位置矢量的变化。所以有

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{t=3}-\boldsymbol{r}_{t=1}=(5-3)\boldsymbol{i}+(3+3\times3^2)\boldsymbol{j}-(5-1)\boldsymbol{i}-(1+3\times1^2)\boldsymbol{j}=-2\boldsymbol{i}+26\boldsymbol{j}$$

(3)根据平均速度的定义 $\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$，得到

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{-2\boldsymbol{i}+26\boldsymbol{j}}{2}=-\boldsymbol{i}+13\boldsymbol{j}$$

**例 1-2** 已知一个质点在 $xOy$ 平面上做曲线运动，其运动时的运动学方程满足 $\boldsymbol{r}(t)=a\sin(\omega t)\boldsymbol{i}+a\cos(\omega t)\boldsymbol{j}$（其中 $a,\omega$ 为常量，且 $a>0$）(SI)，试求：

(1)质点运动的轨迹方程；

(2)质点从 $t_0=\dfrac{\pi}{2\omega}\text{s}$ 运动到 $t=\dfrac{\pi}{\omega}\text{s}$ 的位移、路程；

(3)质点从 $t_0=\dfrac{\pi}{2\omega}\text{s}$ 运动到 $t=\dfrac{\pi}{\omega}\text{s}$ 的平均速度、平均速率；

(4)质点在任意时刻的速度、加速度。

**解**：(1)由质点的运动学方程 $\boldsymbol{r}(t)=a\sin(\omega t)\boldsymbol{i}+a\cos(\omega t)\boldsymbol{j}$，得到质点在直角坐标系中的分量式

$$x=a\sin(\omega t),y=a\cos(\omega t)$$

消去两分量式中的时间 $t$，得到质点运动的轨迹方程

$$x^2+y^2=a^2$$

从轨迹方程中，可以看到质点以坐标原点 $O$ 为圆心、以 $a$ 为半径做圆周运动。

(2)由位移的定义，知 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{t=\frac{\pi}{\omega}}-\boldsymbol{r}_{t=\frac{\pi}{2\omega}}$，代入运动方程，得到

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}&=\left[a\sin\left(\omega\times\frac{\pi}{\omega}\right)\boldsymbol{i}+a\cos\left(\omega\times\frac{\pi}{\omega}\right)\boldsymbol{j}\right]-\left[a\sin\left(\omega\times\frac{\pi}{2\omega}\right)\boldsymbol{i}+a\cos\left(\omega\times\frac{\pi}{2\omega}\right)\boldsymbol{j}\right]\\&=-a\boldsymbol{i}-a\boldsymbol{j}\end{aligned}$$

在质点从 $t_0=\dfrac{\pi}{2\omega}\text{s}$ 运动到 $t=\dfrac{\pi}{\omega}\text{s}$ 这段时间内，质点运动了 $\dfrac{3}{4}$ 圆周，则质点在此段时间内的路程为 $\Delta s=\dfrac{3}{2}\pi a$。

(3)根据平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$，平均速率 $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ 的定义，得到

平均速度 $$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=-\frac{2a\omega}{\pi}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})$$

平均速率
$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=a\omega$$

(4)根据速度 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$,加速度 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$的定义,得到

速度
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=a\omega\cos(\omega t)\boldsymbol{i}-a\omega\sin(\omega t)\boldsymbol{j}$$

加速度
$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-a\omega^2\sin(\omega t)\boldsymbol{i}-a\omega^2\cos(\omega t)\boldsymbol{j}$$

**例 1-3** 一个质点在 $xOy$ 平面上运动,其运动方程为 $\boldsymbol{r}=5t\boldsymbol{i}+(t+3t^2)\boldsymbol{j}$(SI),试求:
(1)质点在 $t$ 时刻的速度、加速度;
(2)质点在 $t$ 时刻的切向加速度、法向加速度、曲率半径。

**解:**(1)根据速度 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$、加速度 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$的定义,得到

速度
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=5\boldsymbol{i}+(1+6t)\boldsymbol{j}$$

加速度
$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=6\boldsymbol{j}$$

(2)根据切向加速度的大小 $a_{\tau_0}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$,加速度与切向加速度、法向加速度的关系 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_{n_0}+\boldsymbol{a}_{\tau_0}$,以及曲率半径与法向加速度之间的关系 $\rho=\frac{v^2}{a_{n_0}}$。

根据(1)式,可知质点的速率为
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{36t^2+12t+26}$$

切向加速度为
$$a_{\tau_0}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\sqrt{v_x^2+v_y^2}}{\mathrm{d}t}$$
$$=\frac{\mathrm{d}\sqrt{25+(1+6t)^2}}{\mathrm{d}t}=\frac{36t+6}{\sqrt{36t^2+12t+26}}$$

法向加速度为
$$a_{n_0}=\sqrt{a^2-a_{\tau_0}^2}=\sqrt{36-\frac{(36t+6)^2}{36t^2+12t+26}}$$
$$=30\sqrt{\frac{1}{36t^2+12t+26}}$$

曲率半径为
$$\rho=\frac{v^2}{a_{n_0}}=\frac{(36t^2+12t+26)^{\frac{3}{2}}}{30}$$

**例 1-4** 已知一辆小车沿着半径为 $R=1\mathrm{m}$ 的圆弓形桥向前运动,其运动方程为 $s=t+\frac{2}{3}t^3$(SI),计算小车在 $t=2\mathrm{s}$ 时刻的加速度大小。

**解:**由加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_{n_0}+\boldsymbol{a}_{\tau_0}$,必须先计算出切向加速度的大小和法向加速度的大小。
切向加速度的大小为
$$a_{\tau_0}\big|_{t=2}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}=4t\big|_{t=2}=8(\mathrm{m/s^2})$$

法向加速度的大小为

$$a_{n_0}\big|_{t=2}=\frac{v^2}{R}=\frac{1}{R}\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right)^2=(1+2t^2)^2\big|_{t=2}=81(\mathrm{m/s^2})$$

加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_{\tau_0}^2+a_{n_0}^2}\approx 31.4(\mathrm{m/s^2})$$

**例 1-5** 一个质点沿着半径为 $R$ 的圆周运动，其角坐标随时间的变化关系为 $\theta=at+bt^3$（$a,b$ 为常量），求它在任意时刻的加速度大小。

**解**：由加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_{n_0}+\boldsymbol{a}_{\tau_0}$，必须先计算出切向加速度和法向加速度的大小。

切向加速度的大小为

$$a_{\tau_0}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\,\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=6Rbt$$

法向加速度的大小为

$$a_{n_0}=\frac{v^2}{R}=R\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2=R(a+3bt^2)^2$$

加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_{\tau_0}^2+a_{n_0}^2}=R\sqrt{36b^2t^2+(a+3bt^2)^4}$$

**例 1-6** 已知一个质点从静止出发，加速度随时间的变化关系为 $\boldsymbol{a}=2t\boldsymbol{i}+(3t^2-5)\boldsymbol{j}$(SI)，计算质点在 $t=2\mathrm{s}$ 时的速度和空间位置。

**解**：根据 $a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=2t$，$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=3t^2-5$，则质点沿着 $Ox$ 轴的速度为

$$v_x=\int_0^t(2t)\mathrm{d}t+v_{0x}=t^2\big|_{t=2}=4(\mathrm{m/s})$$

沿着 $Oy$ 轴的速度为

$$v_y=\int_0^t(3t^2-5)\mathrm{d}t+v_{0y}=(t^3-5t)\big|_{t=2}=-2(\mathrm{m/s})$$

得到，质点在 $t=2\mathrm{s}$ 时的速度为

$$\boldsymbol{v}=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s})$$

由 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=t^2$，$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=t^3-5t$ 的定义，得到质点沿着 $Ox$ 轴的空间位置为

$$x=\int_0^t t^2\mathrm{d}t+x_0=\frac{1}{3}t^3\big|_{t=2}=\frac{8}{3}(\mathrm{m})$$

沿着 $Oy$ 轴的空间位置为

$$y=\int_0^t(t^3-5t)\mathrm{d}t+y_0=\left(\frac{1}{4}t^4-\frac{5}{2}t^2\right)\big|_{t=2}=-6(\mathrm{m})$$

所以，质点在 $t=2\mathrm{s}$ 时的位置矢量为

$$\boldsymbol{r}=\frac{8}{3}\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}(\mathrm{m})$$

**例 1-7** 一名跳伞运动员从飞机上跳下来，在其竖直下落的过程中加速度随速度的变化关系为 $a=-kv^2$，$k$ 为正常数。从跳伞运动员下落时刻开始计时，初速度为 $v_0$ 且所在位置为坐标原点 $O$，竖直向下为正方向。试推出跳伞运动员位置随速度的变化关系。

**解**:由加速度 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$的定义,以及题中的关系 $a=kv^2$,得到

$$a=-kv^2=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

将上式分离变量后,代入初始条件

$$-\int_0^x k\mathrm{d}x=\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}$$

得到 $\ln\left(\dfrac{v}{v_0}\right)=-kx$,所以

$$v=v_0\mathrm{e}^{-kx}$$

# 基础练习

## 基础练习一　质点运动的描述

### 一、选择题

1. 一个带电粒子运动时的运动方程满足 $\boldsymbol{r}=2t^2\boldsymbol{i}+(7-3t)\boldsymbol{j}$,则它在 $t=2\text{s}$ 时的位置、速度分别为　　(　　)

A. $4\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j}$,$8\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$　　B. $8\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$,$8\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$

C. $8\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$,$8\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$　　D. $8\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$,$4\boldsymbol{i}-7\boldsymbol{j}$

2. 一个质点沿直线运动,其运动方程为 $x=t^2-6t+7$(m),则它在前 4s 内的位移、路程为　　(　　)

A. 8m,8m　　B. 8m,−10m　　C. −8m,10m　　D. −9m,9m

3. 一个质点沿 $Oy$ 轴做直线运动,运动方程为 $y=3t^2-t-6$(m),则质点返回坐标原点时的速度、加速度分别为　　(　　)

A. 6m/s,11m/s$^2$　　B. 6m/s,6m/s$^2$

C. 11m/s,11m/s$^2$　　D. 11m/s,6m/s$^2$

4. 一个质点连续通过两个相等的位移,每个位移所对应的平均速度分别为$\bar{v}_1=4\text{m/s}$,$\bar{v}_2=6\text{m/s}$,若质点做直线运动,则整个运动过程中质点的平均速度为　　(　　)

A. 12m/s　　B. 4.8m/s　　C. 5m/s　　D. 3.5m/s

5. 一辆汽车在 $\Delta t=1\text{s}$ 沿着半径 $R=2\text{m}$ 的半圆形拱桥从点 $A$ 运动到点 $B$,如图 1-5 所示,则质点的平均速度大小、平均速率分别为　　(　　)

A. 平均速度的大小为 4m/s,平均速率为 6.28m/s

B. 平均速度的大小为 4m/s,平均速率为 4m/s

C. 平均速度的大小为 6.28m/s,平均速率为 6.28m/s

D. 平均速度的大小为 6.28m/s,平均速率为 4m/s

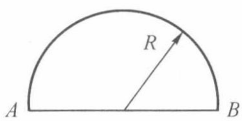


图 1-5

6. 一个质点沿着半径 $R=3\text{m}$ 的圆周以角速度 $\omega$ 做匀速率圆周运动，如图 1-6 所示，走完一周所用的时间为 2s，从坐标原点出发，则质点在 $t=1\text{s}$ 时刻的速度、加速度的大小分别为 （　　）

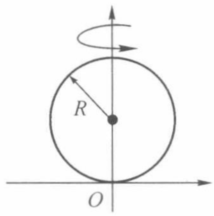

图 1-6

A. $3\pi, 3\pi$　　B. $3\pi, 3\pi^2$

C. $3\pi^2, 3\pi$　　D. $3\pi^2, 3\pi^2$

7. 接上题，质点从初始时刻到 $t=0.5\text{s}$ 内走过的路程、位移大小分别为 （　　）

A. $3\pi$, 6　　B. $\frac{9}{4}\pi$, $3\sqrt{2}$　　C. $\frac{3}{2}\pi$, $3\sqrt{2}$

D. $3\pi, 3\sqrt{2}$

8. 一质点沿 $xOy$ 平面做曲线运动，其运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(20-2t^2)\boldsymbol{j}$，则质点在任意时刻的速度是 （　　）

A. $2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$　　B. $2\boldsymbol{i}-2t^2\boldsymbol{j}$

C. $\sqrt{4+14t^t}$　　D. $2t\boldsymbol{i}+(20-4t)\boldsymbol{j}$

9. 一质点从坐标原点出发沿 $Oy$ 轴做直线运动，其速度随时间的变化关系为 $v=3+3t^2$(SI)，则 $t=1\text{s}$ 时刻质点的位置矢量是 （　　）

A. $y=4\boldsymbol{j}\text{m}$　　B. $y=6\boldsymbol{j}\text{m}$　　C. $y=-4\boldsymbol{j}\text{m}$　　D. $y=-6\boldsymbol{j}\text{m}$

10. 河岸边有一艘小船，某人站在距河面高度为 $h$ 的岸边用绳拉船。设该人以匀速率 $v_0$ 收绳，绳不可以伸长、河水静止，则小船的运动速度随船移动距离 $x$ 的变化关系为 （　　）

A. $-v_0\sqrt{1+\left(\frac{h}{x}\right)^2}$　　B. $-v_0\left(\sqrt{1+\left(\frac{h}{x}\right)^2}\right)^{-1}$

C. $v_0^2\left(\sqrt{1+\left(\frac{h}{x}\right)^2}\right)^{-1}$　　D. $v_0\left(\sqrt{1+\left(\frac{h}{x}\right)^2}\right)^{-1}$

## 二、填空题

1. 质量为 $m=1.0\text{kg}$ 的物体，其运动方程为 $\boldsymbol{r}=3t^2\boldsymbol{i}+(2+t)\boldsymbol{j}$(SI)，则物体的轨迹方程为________，当 $t=2\text{s}$ 时，物体的速度为________ m/s，加速度为________ $\text{m/s}^2$。

2. 一名小孩站在滑板车上沿一个斜面向上运动，其运动方程为 $s=9+4t-t^2$(SI)，则小孩经过 $\Delta t=$________ s 会运动到斜面的最高点。

3. 一质点做直线运动的速度为 $v=2+3t^2$(SI)，当 $t=0$ 时，$x_0=0$。则质点的运动方程为 $x=$________，加速度为 $a=$________。

4. 质点沿 $x$ 轴做直线运动，其运动方程为 $x=2-t^3+3t^2$(SI)，则 $t=0$ 时刻质点的速度为________；质点加速度为零时，此时的速度为________。

5. 质点沿 $x$ 轴做直线运动，其速度方程为 $v=1+3t$(SI)，若 $t=0$ 时，质点位于坐标原点，则质点的加速度 $a=$________；质点的运动方程为________。

6. 质点的运动方程随时间的变化关系为 $\boldsymbol{r}=A\sin(\omega t)\boldsymbol{i}+B\cos(\omega t)\boldsymbol{j}$(SI)，其中 $A, B, \omega$ 均为常量。则质点的加速度 $\boldsymbol{a}=$________，轨迹方程为________。

7. 质点在 $xOy$ 平面内运动，运动学方程为 $x=2t, y=19-2t^2$(SI)。则第 1 秒内质点

的平均速度大小为 $|\bar{\boldsymbol{v}}|=$________ m/s。

8. 质点沿直线运动，运动方程为 $x=1+3t^2-2t^3$(SI)，则在 $t=0$ 到 $t=2$s 的这段时间内，质点的位移为________ m，走过的路程为________ m，平均速率为________ m/s，平均速度为________ m/s。

9. 已知沿直线运动的物体，其加速度与速度的关系式为 $a=-2v^2$(SI)，且初始 $x=x_0$ 时，$v=v_0$，则物体运动的速度随着位置的变化关系式为________。

10. 赛车手驾驶着赛车以初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 从起点出发开始运动，经过 $\Delta t$ 时间，赛车走完设定的长为 $\Delta s$ 的曲线路径后，又回到出发点。此时的速度为 $-\boldsymbol{v}_0$，则这段时间内，赛车的速度增量为________，赛车的平均速率为________。

## 三、计算题

1. 一个质量为 $m$ 的物体在 $xOy$ 平面上做曲线运动，其运动学方程为 $\boldsymbol{r}=(3-t^3)\boldsymbol{i}+(2-t)\boldsymbol{j}$(SI)，求：

(1)物体的运动轨迹；

(2)物体在 $t=0\sim2$s 这段时间内的位移、平均速度；

(3)物体在 $t=0\sim2$s 这段时间内的径向增量、速度大小的增量；

(4)物体在 $t=2$s 时的速度和加速度。

2. 质点沿 $x$ 轴做直线运动，其加速度与位置的变化关系为 $a=2x+6x^2+5$(SI)。若质点从原点出发，此时的速度为 10m/s，求质点在任意坐标 $x$ 处的速度以及质点的运动方程。

3. 一艘潜水艇从静止开始以加速度 $a=A\beta e^{-\beta t}$($A$，$\beta$ 是常量)铅直下沉，求潜水艇在任意时刻 $t$ 的速度和运动方程。

4. 质点沿 $x$ 轴运动，其加速度随时间的变化关系为 $a=3+2x^2$(SI)，已知当 $t=0$ 时，质点位于 $x_0=3\text{m}$ 处，其速度 $v_0=3\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，求质点的运动方程。

5. 在水中运动的船受到水的阻力的作用，其加速度随速率变化关系为 $a=A-Bv$ ($A$、$B$ 为常量)(SI)。船初始时的运动速度为 $v_0$，则移动过程中船移动的速度与时间的变化关系是怎样？

## 基础练习二　曲线运动的描述

### 一、选择题

1. 下面说法正确的有　　(　　)

A. 质点做圆周运动时，其加速度方向一定与速度方向垂直

B. 物体做直线运动时，其法向加速度一定为零

C. 轨道最弯处其法向加速度最大

D. 质点某时刻的速率为零，则此时刻的切向加速度必为零

2. 下列情况不可能发生的是　　(　　)

A. 速率增加，加速度大小减少　　B. 速率不变而有加速度

C. 速率增加而无加速度　　D. 速率增加而法向加速度大小不变

3. 质点沿半径 $r=1\text{m}$ 的圆做圆周运动，某时刻其角速度 $\omega=2\text{rad/s}$，角加速度 $\alpha=2\text{rad/s}^2$，则此时刻质点的速率和加速度的大小为　　(　　)

A. $2\text{m/s}$ 和 $2\text{m/s}$　　B. $2\text{m/s}$ 和 $4\text{m/s}$

C. $2\text{m/s}$ 和 $2\sqrt{5}\text{m/s}$　　D. $2\text{m/s}$ 和 $3\sqrt{2}\text{m/s}$

4. 质点做匀速率圆周运动时，其速度和加速度的变化情况为　　(　　)

A. 速度不变，加速度在变化　　B. 加速度不变，速度在变化

C. 两者都在变化　　D. 两者都不变

5. 物体被斜抛向空中，抛出时的初速度大小为 $v_0$，与水平方向的夹角为 $\theta$，则抛射点

的法向加速度、最高点的切向加速度及最高点的曲率半径分别为 ( )

A. $g\cos\theta$、0、$\frac{v_0\cos^2\theta}{g}$　　B. $g\cos\theta$、$g\sin\theta$、0

C. $g\sin\theta$、0、$\frac{v_0\cos^2\theta}{g}$　　D. $g\sin\theta$、$g\cos\theta$、$\frac{v_0\sin^2\theta}{g}$

6. 沿仰角 $\alpha$，以初速度 $v_0$ 斜向上抛出的物体，以下说法中正确的是 ( )

A. 物体从抛出至到达地面的过程，其切向加速度保持不变

B. 物体从抛出至到达地面的过程，其法向加速度保持不变

C. 物体从抛出至到达最高点之前，其切向加速度越来越小

D. 物体通过最高点之后，其切向加速度越来越小

7. 对于做曲线运动的物体，以下说法中哪一种是正确的 ( )

A. 切向加速度必不为零

B. 法向加速度必不为零(拐点处除外)

C. 由于速度沿切线方向，法向分速度必为零，因此法向加速度必为零

D. 若物体做匀速率运动，其总加速度必为零

E. 若物体的加速度为常矢量，它一定做匀变速率运动

8. 足球被运动员踢中，以初速度 50m/s、与水平成 30°的方向在空中运动，则经过 $t=$ 2s 后，球所对应的速度大小为 ( )

A. 5m/s　　B. $25\sqrt{3}$m/s　　C. $10\sqrt{19}$m/s　　D. $30\sqrt{3}$m/s

9. 一个转动的齿轮上，其中一个齿尖做半径 $r=1$m 的圆周运动，运动方程为 $s=t^2$，则当 $t=1$s 时的切向加速度、加速度的大小为 ( )

A. 2m/s$^2$ 和 2m/s$^2$　　B. 2m/s$^2$ 和 $2\sqrt{5}$m/s$^2$

C. $2\sqrt{5}$m/s$^2$ 和 $2\sqrt{5}$m/s$^2$　　D. 2m/s$^2$ 和 $2\sqrt{2}$m/s$^2$

10. 一个物体沿曲面运动，其运动方程为 $\boldsymbol{r}=5t\boldsymbol{i}+(15-5t^2)\boldsymbol{j}$(SI)，则当 $t=1$s 时物体的切向加速度大小为 ( )

A. 15m/s$^2$　　B. $5\sqrt{5}$m/s$^2$　　C. $10\sqrt{5}$m/s$^2$　　D. $4\sqrt{5}$m/s$^2$

## 二、填空题

1. 质点做半径为 1m 的圆周运动，其运动学方程为 $\theta=\pi+\frac{1}{4}t^4$(SI)，则质点在任意时刻切向加速度大小为________，法向加速度大小为________，加速度大小为________。

2. 以一定的初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 斜向上抛出一个物体，忽略空气阻力，当物体的速度 $\boldsymbol{v}$ 与水平方向的夹角为 $\theta$ 时，则切向加速度大小为________，法向加速度大小为________。

3. 汽车沿半径 $R=10$m 的圆弧形弯道行驶，运动一段时间后，汽车的速率变为 $v=$ 10m/s，切向加速度的大小为 $a_{\tau_0}=10$m/s$^2$，则汽车的法向加速度的大小为________，加速度的大小为________。

4. 一人骑摩托车跳越一条大沟壑，他以初速度为 40m/s、与水平面成 30°角从一边起跳，刚好到达另一边，则此沟壑的宽度为________。