相对论在现代导航中的应用

Application of Relativity in Modern Navigation

费保俊 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

相对论在现代导航中的应用

Application of Relativity in Modern Navigation

费保俊　编著
韩春好　审校

国防工业出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

相对论在现代导航中的应用／费保俊编著. —北京：国防工业出版社，2007.4
ISBN 978-7-118-04973-2

Ⅰ.相… Ⅱ.费… Ⅲ.相对论-应用-卫星导航 Ⅳ.TN967.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 012577 号

※

国防工业出版社出版发行
（北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044）
国防工业出版社印刷厂印刷
新华书店经售
*
开本 850×1168 1/32 印张 7⅛ 字数 175 千字
2007 年 4 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 32.00 元

（本书如有印装错误，我社负责调换）
国防书店：(010)68428422 发行邮购：(010)68414474
发行传真：(010)68411535 发行业务：(010)68472764

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分，又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展，加强社会主义物质文明和精神文明建设，培养优秀科技人才，确保国防科技优秀图书的出版，原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款，设立国防科技图书出版基金，成立评审委员会，扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是：

1. 在国防科学技术领域中，学术水平高，内容有创见，在学科上居领先地位的基础科学理论图书；在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖，内容具体、实用，对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著；密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值，密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。

4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作，负责掌握出版基金的使用方向，评审受理的图书选题，决定资助的图书选题和资助金额，以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书，由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就，积累和传播科技知识的使命。在改革

开放的新形势下，原国防科工委率先设立出版基金，扶持出版科技图书，这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物，是对出版工作的一项改革。因而，评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进，这样，才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授，以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来，为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗！

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金
第五届评审委员会组成人员

主任委员	刘成海			
副主任委员	王　峰	张涵信	程洪彬	
秘书长	程洪彬			
副秘书长	彭华良	蔡　镭		
委员 （按姓名笔画排序）	于景元	王小谟	甘茂治	刘世参
	杨星豪	李德毅	吴有生	何新贵
	佟玉民	宋家树	张立同	张鸿元
	陈冀胜	周一宇	赵凤起	侯正明
	常显奇	崔尔杰	韩祖南	傅惠民
	舒长胜			

前　言

中国科学技术协会主席周光召先生在纪念“2005——国际物理年”的一次活动中特别指出，爱因斯坦最伟大的成果——广义相对论在实际生产和生活中的一个重要应用就是现在已经运行的GPS等卫星导航系统，这种应用研究应该引起我国科技工作者的重视。

确确实实，如果说狭义相对论的应用比较广泛的话，广义相对论对于我们的生产和生活的直接影响并不是很大，只是在宇宙学和天文观测等科学研究领域得到了实际的应用。这是因为爱因斯坦的广义相对论和牛顿的万有引力理论是要解决相同的问题，它们的区别在于前者更深入地理解了自然现象的本质，因而更深刻地揭示了事物的本质，得到了更精确的结论。由于我们实际的生产和生活并不涉及到很高的精确度，一般情况下并不需要考虑广义相对论效应。正因为如此，爱因斯坦在1915年建立的广义相对论已经有近百年历史，至今仍然只是在科学家的研究活动中得到应用，许多人对它的认识也只是限于一些“奇妙”的结论而已。

然而，美国的GPS、俄罗斯的GLONASS、欧洲的Galileo计划以及我国的“北斗”双星定位系统等一系列卫星导航工程的建立改变了这一现状。它们通过测量地球引力场中卫星到接收机的光信号传播时间来确定接收机的位置和速度等参数，不仅与狭义相对论而且与广义相对论存在着紧密的联系，具体体现在以下3个方面：

第一，GPS的基本测量原理正是基于爱因斯坦的光速不变原理，即无论卫星相对于接收机的运动状态如何，由它发射的光波在真空中的传播速度恒为 c。可以说，没有光速不变性也就没有

GPS。尽管国外有人对这个问题提出异议，但我们看不出这些观点有什么道理，也没有得到学术界的认可。第二，从实用的角度来说也是最重要的一点，广义相对论效应直接影响到 GPS 等卫星导航系统的测量精度。例如广义相对论的引力和多普勒频移导致卫星钟与接收机的标准时间不同步，为了保证测量精度，在 GPS 实践中根据相对论效应将卫星钟的频率作了调整。这些相对论效应对于高精度的军用 GPS 的影响则是绝对不能忽略的。否则的话，目标的定位就不准确，导弹的飞行就要偏离航线，这是实实在在的事。第三，从理论分析的角度来看，GPS 涉及到地球引力场的弯曲时空结构、非惯性系的时间和空间概念、光子以及卫星和接收机在引力场中的运动、光传播时间和距离的测量等问题，这些正是相对论时空理论要解决的基本问题。用相对论测量理论对 GPS 实践作进一步的深入探讨，是 GPS 研究领域的一个重要课题。

如果说一般相对论效应对卫星导航系统的影响不是太明显，现在正在研制中的天体导航——X 射线脉冲星自主导航系统（XNAV）则完全是建立在相对论基础上的一种更加先进的发明。XNAV 是通过测量 X 射线脉冲星发射脉冲的传播时间来确定接收机的空间位置。由于光传播的距离非常遥远，经历的太阳系乃至宇宙空间的引力场较强，因而光传播的相对论效应不可忽略，我们必须在相对论框架内对 XNAV 的运行进行分析处理。

另一方面，GPS 和 XNAV 等现代导航工程也为广义相对论提供了一个绝好的、方便的实验场所。到现在为止，广义相对论并不是一个完备的学说，还需要得到实践的进一步检验乃至于修正。GPS 和 XNAV 涉及到一系列的相对论效应，随着科技的进步导致测量精度的提高，可以反过来检验这些效应。例如 GPS 验证 Sagnac 效应，就是对相对论理论的支持。因此可以说，现代导航工程也是相对论的一个大实验室，为相对论的理论探索开辟了一块阵地。

基于上述多方面的考虑，加之我国关于 GPS 和 XNAV 与相对论关系的研究文献较少，我们在有关专家的关心和指导下，综合整

理了国内外的相关文献(包括技术报告),并融入作者的一些研究体会撰写成本书。其目的主要是抛砖引玉,为我军未来的卫星导航定位系统和航天工程提供一些资料,以期引起相对论和卫星测量、通信、导航等领域科技工作者的重视和深入探讨。中国引力和相对论天体物理学会原理事长刘辽先生认为,加强相对论在工程技术上的应用方面的工作不仅有利于提高工程质量,也有利于相对论的普及,让相对论理论成为科技工作者的研究工具。

全书共分6章两部分。第一部分是前面两章,介绍广义相对论的基本时空理论和效应,包括四维时空结构和引力场的描述——度规张量;引力场中时间、空间概念和时空测量理论;引力场中的质点运动方程和光传播的广义相对论效应;还介绍了广义相对论的后牛顿近似方法及其基本结论。这些内容都在GPS和XNAV等现代导航工程中得到了直接应用。考虑到广义相对论在我国的普及程度较低,我们尽量叙述得简单明了,特别是弯曲时空的时间和空间概念及其测量意义。

第3章~第5章应用相对论理论分析GPS的测量原理。包括GPS的基本方程与光速不变性的关系;一阶后牛顿度规在地心系、地球系和地面系等3种坐标系中的表示;GPS标准时与地心坐标时和地面系坐标时的关系;卫星运动轨迹和卫星钟相对论修正;GPS伪距测码方程、伪距测相方程和Doppler计数测速方程等3种方程的相对论解释。还介绍了国外最近提出的一种新的基于零标架的测量方程,它是建立在四维时空理论基础上的纯相对论性方程,虽然没有在实际的GPS中得到实施,但在原则上是可行的。这一部分内容也适用于其他卫星导航系统。

第6章应用广义相对论的二阶后牛顿近似理论分析XNAV的基本原理,给出了该系统的高精度测量方程。这一部分内容与2.4节~2.6节相衔接,涉及到较复杂的张量计算,不关心XNAV的读者可以跳过这些章节。另外,因为本书主要讨论相对论与现代导航的关系,所以对于工程技术上的经典理论和计算方面的内容叙述得比较简单,读者可以参考有关的著作。

在本书的撰写过程中，得到了中国科协主席周光召院士、中国科学院李惕碚院士和北京师范大学的刘辽教授、赵峥教授、李宗伟教授的关心和支持，“国防科技图书出版基金”的评委们对书稿提出了许多宝贵的意见和建议，我的同事孙维瑾副教授、肖昱副教授和责任编辑胡翠敏女士为本书的出版付出了辛勤的劳动，在此深表谢意。对于装甲兵工程学院院长梁永生教授、前院长刘世参教授和科技部刘德刚部长给予的一贯支持，表示深深的感激。

本书是在应用相对论方面的初步尝试，加之作者的水平和能力所限，书中可能存在一些不足，愿就教于各位读者。

编 著 者

2006 年 12 月

目　录

第1章　广义相对论基础 …… 1

1.1　广义相对论的基本原理 …… 1

1.1.1　牛顿引力理论及其困难 …… 1

1.1.2　广义相对性原理 …… 3

1.1.3　爱因斯坦等效原理 …… 5

1.1.4　引力几何化 …… 7

1.2　引力与时空弯曲 …… 9

1.2.1　惯性系的四维伪欧时空 …… 9

1.2.2　非惯性系的非欧几何特性 …… 12

1.2.3　引力场的描述——度规张量 …… 15

1.3　球对称星体的引力场 …… 17

1.3.1　爱因斯坦场方程 …… 17

1.3.2　史瓦西度规及其牛顿近似 …… 20

1.3.3　克尔度规的牛顿近似 …… 22

1.3.4　场方程的线性化问题 …… 23

1.4　引力场中的时间和空间 …… 24

1.4.1　局域惯性系和局域静止惯性系 …… 24

1.4.2　坐标时间和固有时间 …… 25

1.4.3　原子钟环球飞行实验 …… 29

1.4.4　坐标长度和固有长度 …… 31

1.4.5　引力场中的光速不变性 …… 33

1.5　引力场的时空测量理论 …… 35

1.5.1　局域惯性系的正交标架 …… 35

1.5.2　四维时空的矢量与观测量 …… 38

1.5.3　引力场中的时空测量 …… 39

1.5.4 光传播的时空测量和光速不变性 …… 42
第2章 广义相对论的应用 …… 45
2.1 引力场中的运动方程 …… 45
2.1.1 测地线方程 …… 45
2.1.2 运动方程的牛顿近似 …… 47
2.1.3 史瓦西场中的轨迹方程 …… 48
2.1.4 史瓦西弱场中的轨迹方程 …… 50
2.2 光波的路径弯曲和时间延缓 …… 52
2.2.1 史瓦西场中的光线弯曲 …… 52
2.2.2 史瓦西弱场中的光线弯曲 …… 53
2.2.3 光线弯曲的牛顿解及其实验证明 …… 55
2.2.4 光传播时间的引力延缓 …… 57
2.3 光波的引力和多普勒频移 …… 60
2.3.1 光波的引力频移 …… 60
2.3.2 光波的引力和多普勒频移 …… 63
2.3.3 引力和多普勒频移的严格公式 …… 66
2.4 引力场的后牛顿近似 …… 67
2.4.1 度规的后牛顿近似 …… 67
2.4.2 后牛顿场方程 …… 69
2.4.3 后牛顿场方程的解 …… 71
2.5 后牛顿稳态引力场 …… 73
2.5.1 稳态引力场的后牛顿度规 …… 74
2.5.2 稳态引力场的标量势 …… 74
2.5.3 稳态引力场的矢量势 …… 75
2.5.4 场方程的线性化及DSX体系 …… 78
2.6 后牛顿运动方程 …… 80
2.6.1 质点的后牛顿运动方程 …… 80
2.6.2 光子的后牛顿运动方程 …… 82
第3章 GPS中的时间和空间 …… 85
3.1 GPS的基本测量原理 …… 85
3.1.1 GPS概述 …… 85
3.1.2 GPS测量原理与光速不变性 …… 88

3.1.3 GPS 中的相对论效应 …… 92
3.2 GPS 的空间和时间坐标系统 …… 94
3.2.1 GPS 的空间坐标系 …… 95
3.2.2 GPS 的时间坐标系统 …… 97
3.3 地球引力场的度规 …… 99
3.3.1 地心系的度规 …… 99
3.3.2 地球系的度规 …… 100
3.3.3 地球系的 Sagnac 效应 …… 102
3.3.4 GPS 标准时与地心坐标时 …… 104
3.4 地面系的 Nelson 度规 …… 107
3.4.1 无引力时的 Nelson 度规 …… 108
3.4.2 引力场中的 Nelson 度规 …… 111
3.4.3 GPS 标准时与地面系坐标时 …… 113
第 4 章 卫星运动方程和相对论钟差 …… 117
4.1 卫星运动的经典力学方程 …… 117
4.1.1 卫星的轨迹方程和守恒律 …… 117
4.1.2 卫星的瞬时位置和速度 …… 121
4.1.3 GPS 卫星运动状态的测量 …… 123
4.2 卫星轨迹的相对论修正 …… 125
4.2.1 史瓦西弱场中的轨迹方程 …… 125
4.2.2 史瓦西场中的轨迹方程 …… 126
4.3 卫星钟的相对论修正 …… 129
4.3.1 卫星钟与 GPS 标准钟的同步 …… 129
4.3.2 卫星的椭圆运动产生的钟差 …… 132
4.3.3 关于卫星相对论钟差的讨论 …… 135
第 5 章 GPS 测量方程的相对论意义 …… 139
5.1 GPS 测码伪距方程 …… 139
5.1.1 GPS 标准时与固有时 …… 139
5.1.2 卫星与接收机的相对论钟差 …… 141
5.1.3 坐标长度和固有长度 …… 143
5.2 GPS 测相伪距方程 …… 147
5.2.1 光波的相位及其不变性 …… 147

5.2.2 引力场中的波阵面方程 …… 148
5.2.3 GPS 测相伪距方程 …… 149
5.3 多普勒计数测量方程 …… 153
5.3.1 多普勒计数测量原理 …… 153
5.3.2 引力场中的多普勒效应 …… 155
5.3.3 GPS 多普勒计数测量方程 …… 156
5.4 基于零标架的测量方程 …… 159
5.4.1 局域惯性系的 Rovelli 零标架 …… 159
5.4.2 共轭 Rovelli 零标架 …… 163
5.4.3 基于零标架的 GPS 测量方程 …… 166
第 6 章 X 射线脉冲星自主导航原理 …… 172
6.1 XNAV(X 射线脉冲星自主导航)概述 …… 172
6.1.1 从卫星导航到天体导航 …… 172
6.1.2 X 射线脉冲星的观测特性 …… 174
6.1.3 X 射线脉冲星的应用前景 …… 176
6.2 XNAV 的基本测量原理 …… 177
6.2.1 周年视差和 Roamer 延缓 …… 177
6.2.2 色散量和色散延缓 …… 179
6.2.3 X 射线的传播时间方程 …… 181
6.3 XNAV 中的时间和空间 …… 184
6.3.1 太阳质心系的度规和引力势 …… 185
6.3.2 固有时与 1PN 质心坐标时 …… 188
6.3.3 固有时与 2PN 质心坐标时 …… 190
6.3.4 地球观测者在地心系中的位置 …… 191
6.4 XNAV 测量方程的相对论修正 …… 192
6.4.1 1PN 度规下的光线弯曲和引力延缓 …… 192
6.4.2 2PN 度规下的引力延缓 …… 194
6.4.3 XNAV 的高精度测量方程 …… 197
附录 符号和数据表 …… 201
参考文献 …… 203

Contents

Chapter 1 The Foundation of General Relativity ····· 1
1.1 Basis Principle of General Relativity ····· 1
1.1.1 Newton's Gravitational Theory and Its Crisis ····· 1
1.1.2 Principle of General Relativity ····· 3
1.1.3 Einstein's Equivalence Principle ····· 5
1.1.4 Geometrization of Gravitation ····· 7
1.2 Gravitation and Curving Spacetime ····· 9
1.2.1 4 – Dimension Pseudo – Euclidean Spacetime in Inertial System ····· 9
1.2.2 Non – Euclidean Geometry in Non – inertial System ····· 12
1.2.3 Denotation of Gravitational Field——Metric Tensor ····· 15
1.3 Gravitational Field around Spherically Symmetric Body ····· 17
1.3.1 Einstein's Equation of Gravitational Field ····· 17
1.3.2 Schwarzschild Metric and Newtonian Approximation ····· 20
1.3.3 Newtonian Approximate Kerr Metric ····· 22
1.3.4 About Linearization to Equation of Gravitational Field ····· 23
1.4 The Time and Space in Gravitational Field ····· 24
1.4.1 Local Inertial System and Local Inertia System at Rest ··· 24
1.4.2 Coordinate Time and Proper Time ····· 25
1.4.3 Experiment of Atomic Clock Flying round Earth ····· 29
1.4.4 Coordinate Length and Proper Length ····· 31
1.4.5 Invariance of Light Speed in Gravitational Field ····· 33
1.5 Relativistic Measurement Theory of Time and Space ··· 35
1.5.1 Orthogonal Frame in Local Inertial System ····· 35

1.5.2 4D – vector and Observable Value ····· 38
1.5.3 Measurement of Time and Space in Gravitational Field ····· 39
1.5.4 Measurement of Light Propagation and Invariance of Light Speed ····· 42
Chapter 2 The Application of General Relativity ····· 45
2.1 Equation of Motion in Gravitational Field ····· 45
2.1.1 Equation of Geodesic Line ····· 45
2.1.2 Newton Approximation of Equation of Motion ····· 47
2.1.3 Equation of Orbit on Schwarzschild Metric ····· 48
2.1.4 Equation of Orbit on Approximate Schwarzschild Metric ····· 50
2.2 Gravitational Deflection and Time Delay of Light ····· 52
2.2.1 Deflection of Light on Schwarzschild Metric ····· 52
2.2.2 Deflection of Light on Approximate Schwarzschild Metric ····· 53
2.2.3 Deflection of Light in Newton Mechanics and Testify ····· 55
2.2.4 Time Delay of Light in Gravitational Field ····· 57
2.3 Gravitational Shift and Doppler Shift of Light ····· 60
2.3.1 Gravitational Shift of Light ····· 60
2.3.2 Doppler Shift of Light in Gravitational Field ····· 63
2.3.3 Strict Expression of Gravitational and Doppler Shift ····· 66
2.4 Post – Newtonian Approximation Theory of General Relativity ····· 67
2.4.1 Post – Newtonian Approximation of Metric ····· 67
2.4.2 Post – Newtonian Field Equation ····· 69
2.4.3 Solution of Post – Newtonian Field Equation ····· 71
2.5 Post – Newtonian Approximation of Stationary Gravitational Field ····· 73
2.5.1 Post – Newtonian Metric of Stationary Gravitational Field ····· 74
2.5.2 Scalar Potential of Stationary Gravitational Field ····· 74

2.5.3 Vector Potential of Stationary Gravitational Field ····· 75
2.5.4 Linearization of Field Equation and DSX System ····· 78
2.6 Post – Newtonian Motion Equation ····· 80
2.6.1 Post – Newtonian Equation of Particle's Motion ····· 80
2.6.2 Post – Newtonian Equation of Photon's Motion ····· 82
Chapter 3 Time and Space in Global Positioning System (GPS) ····· 85
3.1 Basis Measurement Principle of GPS ····· 85
3.1.1 Introduction to GPS ····· 85
3.1.2 Basis Principle of GPS and Invariance of Light Speed ····· 88
3.1.3 Relativistic Effects in GPS ····· 92
3.2 Space and Time Reference Systems in GPS ····· 94
3.2.1 Space Coordinate systems in GPS ····· 95
3.2.2 Time Coordinate in GPS ····· 97
3.3 Metric Tensor of Gravitational Field around Earth ····· 99
3.3.1 Metric Tensor in Geocentric Reference System ····· 99
3.3.2 Metric Tensor in World Geodetic System ····· 100
3.3.3 Sagnac Effect in World Geodetic System ····· 102
3.3.4 GPST and Coordinate Time in GCS ····· 104
3.4 Nelson's Metric in Ground – based Earth – fixed System ····· 107
3.4.1 Nelson's Metric without Gravitation ····· 108
3.4.2 Nelson's Metric in Gravitational Field ····· 111
3.4.3 GPST and Coordinate Time in GES ····· 113
Chapter 4 Equation of Satellite's Motion and Relativistic Difference of Clock ····· 117
4.1 Classical Equation of Satellite's Motion ····· 117
4.1.1 Equation of Satellite's Orbit and Law of Conservation ····· 117
4.1.2 Satellite's Position and Velocity at each time ····· 121
4.1.3 Measurement of Satellite's Moving State ····· 123