

昭和60年9月

## 日本航海学会論文集

## 第73号

## 目次

## 論 文

1. 自由表面による慣性航法—Ⅲ.  
—方式INと方式I(2)の理論ならびに若干の補足事項 —……………成田 正…………( 1 )
2. 多天体観測における測位計算の一方法……………加藤 雅司・樽美 幸雄…………( 13 )
3. 避航判定基準の最適化に関する研究—Ⅲ. ……………今津 隼馬・小山 健夫…………( 19 )
4. 西豪州航路におけるオメガの使用結果について……………矢吹 英雄…………( 27 )
5. 巡航機の相対速度分布の解析……………長岡 栄…………( 35 )
6. CAIによる商船教育方法について  
—法定灯火およびレーダープロットィング—……………石田 邦光・藤咲 五郎…………( 43 )
7. 自動航行に関する一考察……………不破 健・田中 邦彦…………( 49 )
8. CGI方式による夜間操船シミュレータの試作……………山村 三朗・原 潔…………( 59 )
9. 実航跡を利用した海上交通環境の評価システム  
原 潔・小谷 通泰・栗崎 浩…………( 67 )
10. 海上交通事故の確率と危険度……………松井 孝幸・藤井 弥平・山内 宏之…………( 75 )
11. 東京湾口における集団操業漁船と船舶交通……………柿原 利治・柳川 三郎…………( 87 )
12. 小型漁船の遭難・捜索に関する海上実験—Ⅲ.  
—風向が変化する場合の捜索区域決定の一考察—  
……………鈴木 常夫・佐藤 治夫・井桁 勇三…………( 95 )
13. CPPの単独効率を用いた船体粗度増加量の実務上の推定法……………中井 昇…………(103)
14. 船舶の衝突に対するロープ式緩衝工の効果に関する基礎研究  
……………岩井 聰・庄司 邦昭…………(111)
15. 船の築堤乗り上げに関する水槽実験……………本田啓之輔…………(117)
16. 波浪中における沿岸漁船の動揺について—Ⅲ. ……………  
—動揺の連続性—……………高島 末夫…………(125)
17. 実船試験による漁船の耐航性について—Ⅰ.  
—漁法の相違によるワーブ張力と船体運動との相関—  
……………西ノ首英之・天下井 清・川島利兵衛…………(135)
18. 海上交通安全法における航路航行について  
—航路およびその付近で発生した船舶同士の衝突事故からの考察—  
……………松村 尚志…………(143)
19. 合成繊維索の引張り疲労強度について……………鶴田 三郎…………(151)
20. 切断時の索の挙動についての基礎実験……………久々宮 久・藤井 照久…………(157)
21. ダッシュポット係留索の実船への適用可能性に関する基礎的研究……………久保 雅義…………(163)
22. コンテナ詰め作業のシステム化に関する考察  
……………三木 植彦・今井 昭夫・藤谷 寛幹…………(173)
23. 回転刺激による重心動揺  
—乗物酔いとの関係について—……………中原寿喜太・今枝 彬郎…………(181)

## 監修の辞

輻輳する海上交通の安全対策として、来島海峡、備讃瀬戸及び釣島水道に浦賀水道を加えたものを特定水域とし、掃海水道を廃止するという、特定水域航行令の改正作業が始められたのは、昭和39年の秋であった。

以来、海上交通の安全確保のための法制度について長歳月にわたる真剣な論議が尽くされてきたが、いよいよ本年7月1日から海上交通安全法が施行される運びとなった。

海上交通安全法の条文は難解である、という意見も聴かれる。正確さと明確さを願って行なわれた案文作成作業の結果が、たとえ一部の関係者からでも、そのような声があることははなはだ残念なことである。そこで、すべての関係者が法文を正しく理解し、ルールを遵守できるよう、その周知には特に腐心して来たところである。

折しも、図解によって、海上交通安全法のルールの概念を説明しようとする企画について相談を受けたので、まことに恰好の企画であると存じ、よろこんで監修の労をとったものである。

いうまでもなく、海上交通安全法は海の交通ルールである。交通ルールは関係者のすべてが遵守してこそ安全のための意義を持つものである。同時に、交通ルールだけでは海難はなくなるものであり、関係者全員の不断の注意と努力が加わって始めて、事故は防止できるものである。

本書によって一人でも多くの関係者が法の内容と精神を理解され、海難の防止に協力されることを切に希望するものである。

終りに際し、実際に本書の監修に当られた新井俊一、楠木行雄、岩村敬、鈴木光男、松本修、春田謙、阿武征雄の七氏並びに企画出版に携られた方々の御労苦に深く敬意を表するものである。

昭和48年8月

海上保安庁警備救難部

航行安全課長 小野維之

## 改訂版の監修にあたって

船舶交通の輻輳する東京湾、伊勢湾および瀬戸内海における船舶交通の安全を図ることを目的とする海上交通安全法が公布されてから3年余が経過した。この間、同法は関係者の間にも次第に定着し、三海域における海上交通安全対策の充実が図られている。本書は同法の理解を少しでも助けることができるようにという願いから出版されたものであり、複雑な海上交通安全法の条文を視覚的にとらえることができるという評判を頂き監修者としてもいささかの自負を持っているものである。しかしながら法律制定後も海上交通環境は日に日に変化しており、これに対処するための法令の手直しも逐次なされたため、その内容をアップトゥデートなものにせねばならないと常日頃考えていた。とりわけ、一昨年11月の第拾雄洋丸とパシフィックアリス号の衝突火災事故、昨年6月の栄光丸の座礁事故等の教訓から、海上交通安全法及び同法に基づく政省令の見直しについて、昨年10月31日海上安全船員教育審議会に対し、運輸大臣より諮問がなされ、省令改正事項については同年12月2日中間答申が出された。この中間答申に沿って海上交通安全法施行規則の一部を改正する省令が本年1月8日公布されたが、これにより海上交通安全法施行規則の内容にかなりの変更が生じた。折しも、本書を最新のものにする企画について相談を受けたので、この機会に改訂版の監修を行うこととしたものである。

本書が初版にもまして関係者のよき友となり、海上交通安全法の理解の一助ともなれば監修者として望外の喜びである。

昭和51年3月

監修者識す

## 三訂版の監修にあたって

昭和48年7月1日に海上交通安全法が施行されてからすでに7年余が経過している。

この間、同法の理解を容易にするため本書の刊行がなされ、昭和51年3月には同年1月8日の省令改正の内容をとりいれて改訂が行われた。

その後も、日に日に変更する海上交通環境に対処するため逐次海事法令の手直しが行われ、昭和52年7月15日に海上交通の基本的ルールを定めた海上衝突予防法が全面改正されたことに伴い、海上交通安全法も改正され、また、54年2月1日及び5月17日には同法の政省令について所要の改正が行われたこと等により、同法の内容にかなりの変更が生じた。

折しも、本書を最新のものにする企画について相談を受けたので、この機会に三訂版の監修を行うこととしたものである。

本書が海上交通安全法の理解の一助となれば監修者として望外の喜びである。

昭和55年12月

---

## 四訂版の監修にあたって

昭和56年1月の本書の三訂版の刊行後も、昭和60年9月に港湾施設の整備の進捗に伴う中ノ瀬航路の航路航行義務船舶に関する変更が行われ、また昭和62年7月からは東京湾海上交通センターに続く日本で二番目の海上交通センターである備讃瀬戸海上交通センターが業務を開始し、従来高松海上保安部で行われていた業務を引き継ぐこととなるなど海上交通安全法の政省令等の改正が行われた。

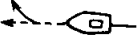



折しも、本書を最新のものにする企画について相談を受けたので、昭和62年9月1日現在で本書の内容を見直した四訂版の監修を行うこととしたものである。

本書が海上交通安全法の理解の一助となり、船舶交通の安全が図られることとなれば望外の喜びである。

昭和62年9月

監修者識す

## 凡 例

- ▶ 令……………海上交通安全法施行令（昭和48年1月26日 政令第5号）
- ▶ 規則……………海上交通安全法施行規則（昭和48年3月27日 運輸省令第9号）
- ▶  ……避航船
- ▶  ……巨大船
- ▶  ……漁ろう船
- ▶  ……帆 船
- ▶ 本書を利用するに当たっては、「最新・海上衝突予防法及び関係法令」（成山堂書店発行）を参照されたい。

## 自由表面による慣性航法—Ⅲ.

—方式 I Nと方式 I (2)の理論ならびに若干の補足事項;

## Inertial Navigation Referred to the Free Surface—Ⅲ.

—Theories of Type IN and Type I (2) Mechanizations, and Several Supplementary Explanations to the General Theory—

Tadashi NARITA

## Abstract

In this paper, two more applications of the FS (Free Surface) mechanization of inertial navigation are described. Each utilizes its own set of two spatial references, which is different from that of another. One of the applications, the type IN mechanization, uses as the references the north-south axis  $Y_n$  and the earth axis  $Z_E$ . The other, the Type I (2) mechanization, uses the axis  $Z_E$  and an inertial axis  $Y_I$  that is in the equatorial plane pointing to  $Z_E$  at the initial time  $t=0$ .

In each case, the navigation equations are derived, referring to the respective references, from the fundamental equations of inertial navigation, and the solutions are effected by means of the block diagram method. Also how to find the geographic coordinates is described. This is necessary for obtaining the attitude angles (roll, pitch and azimuth).

Moreover, to help understanding the general aspects of FS mechanization, several supplementary but substantial topics are discussed. They are as follows; countermeasures to the non-uniformity of the specific force vector, ranges took by the angles  $\alpha_i$  ( $i=1\sim 4$ ) where  $\alpha_i$  is the angle between the platform axis  $Z_p$  and the  $i$ -th reference axis, ranges of altitude time rates  $\dot{h}$  and  $\ddot{h}$  which the altimeter must cope with, the relations between the outputs of the inertial navigator and the vehicle's motion, and so on.

## 1. ま え が き

前報Ⅱ<sup>(1)</sup>では4種類のFS方式慣性航法の理論のうち、方向基準を1個だけ使用する方式NSと方式I(1)の理論を説明したが、今回は方向基準を2個使用する方式INおよび方式I(2)の理論を報告することとし、更に、理論全般に通じる若干の補足的なしかし重要な事項について述べる。

## 2. 方式 I Nの理論

この方式では前々報Ⅰ<sup>(2)</sup>の図2にある $D_1$ と $D_2$ を方向基準として用いる。 $D_1$ の与える南北軸 $Y_n$ は非慣性基準で、 $D_2$ の与える地軸 $Z_E$ は慣性基準とみなされる。

## 2.1 航法方程式の導出

\* 正会員 防衛庁技術研究本部第1研究所(東京都目黒区中目黒2-2-1)

前報Ⅱの式(8)：

$$\beta_1 = [\beta_2 - (a_z^n / a_z^p) \sin \lambda] \sec \lambda \quad (1)$$

から specific force  $\mathbf{a}$  の鉛直成分は

$$a_z^n = \frac{\beta_2 - \beta_1 \cos \lambda}{\sin \lambda} a_z^p \quad (2)$$

と表わされるが、本方式では  $a_z^p$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  を測定値とするので  $a_z^n$  は既知となる。上式右辺の第1因子は  $\lambda \rightarrow 0$  で発散するおそれがあるように見えるが、この因子はⅠの(4)の第3式： $a_z^n = a_z^p \cos \theta$  によって、本来  $\cos \theta$  を表わしているため、その心配はない。Ⅰの式(1)： $|\mathbf{a}| = |a_z^p|$  から導かれる関係  $a_x^n = \pm \sqrt{(a_z^p)^2 - (a_y^n)^2 - (a_z^n)^2}$  に同じくⅠの(4)の第2式： $a_y^n = a_z^p \beta_1$  と式(2)を代入し

$$a_x^n = \pm \left( 1 - \frac{\beta_1^2 - 2\beta_1\beta_2 \cos \lambda + \beta_2^2}{\sin^2 \lambda} \right)^{1/2} |a_z^p| \quad (3)$$

を得る。この式を基礎方程式の一つであるⅠの式(21a)に、また  $a_y^n = \beta_1 a_z^p$  を同じくⅠの式(21b)に代入して、本方式ⅠNの基本式に到達する。補助式は方式NS、Ⅰ(1)と同じであるが  $a_z^n$  は不要である。

基本式

$$\dot{V}_x = -\operatorname{sgn}(a_x^n) \left( 1 - \frac{\beta_1^2 - 2\beta_1\beta_2 \cos \lambda + \beta_2^2}{\sin^2 \lambda} \right)^{1/2} |a_z^p| + (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_y - (2\Omega \cos \lambda + \sigma_E) V_z \quad (4a)$$

$$\dot{V}_y = -\beta_1 a_z^p - \sigma_N V_z - (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_x \quad (4b)$$

補助式

$$\sigma_E = V_x / R_E, \quad R_E \equiv (1 + 2c \sin^2 \lambda) R_0 \quad (5a)$$

$$\sigma_N = V_y / R_N, \quad R_N \equiv (1 - 2c \cos 2\lambda) R_0 \quad (5b)$$

$$V_z = (R_0' + c R_0 \sin 2\lambda) \sigma_N + \dot{h} \quad (5c)$$

## 2.2 解法

方針は方式NSやⅠ(1)の場合と全く同様であるが、この方式では符号モータ軸  $X_n$  を設定する必要はない。それは、地軸  $Z_E$  と南北軸  $Y_n$  が所与のため、東西軸  $X_n$  を常に見出し得、従って子午面の東側西側が既知となるからである。すなわち、2軸  $Z_E$ ,  $Y_n$  を含む平面が子午面であり、 $Z_E$ ,  $Y_n$  に沿う単位ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{k}_E$ ,  $\mathbf{j}_n$  としたとき、 $X_n$  は、北半球では  $\mathbf{j}_n \times \mathbf{k}_E$  によって、南半球では  $\mathbf{k}_E \times \mathbf{j}_n$  或いは  $-\mathbf{k}_E$  を方向基準とする場合(前報Ⅱの「あとがき」参照)は  $\mathbf{j}_n \times (-\mathbf{k}_E)$  によって\*、定義される。そして  $a_x^n$  の符号モータの機能は、 $a_x^n = 0$  でプラットホーム軸  $Z_p$  が子午面  $Y_n Z_E$  内にある状態から、 $+Z_p$  が西側に出たならば  $a_x^n > 0$  が発生し、東側に出たならば  $a_x^n < 0$  が発生した、と判定することによって遂行される。

### 2.2.1 運動出力( $V_x$ , $V_y$ , $\lambda$ , $l$ )

図1に、基本式(4a, b)および補助式(5a~c)に基づく本方式ⅠNのブロック線図を画いた。但し積分器への初期入力値は省略してある。また、参考のため、NSLL方式におけるトルキング信号を発生させる部分を破線で付け加えた。

### 2.2.2 姿勢角(地理座標系)

姿勢角(方位, ロール, ピッチ)出力の前提である地理座標系  $n(X_n, Y_n, Z_n)$  は、本方式では次のようにして簡単に見出し得る。前述のように  $\mathbf{j}_n \times \mathbf{k}_E$  等の演算によって東西軸  $X_n$  を見出し、これに沿う単位ベクトルを  $\mathbf{i}_n$  として、 $\mathbf{i}_n \times \mathbf{j}_n$  によって鉛直軸  $Z_n$  を見出せば、所与の南北軸  $Y_n$  と共に、 $n(X_n, Y_n, Z_n)$  が確定する。

## 3. 方式Ⅰ(2)の理論

本方式では方向基準として、前々報Ⅰの図2の  $D_2$  および  $D_3$  を用いる。 $D_2$  が与える地軸  $Z_E$  と  $D_3$  が与える赤道面内の軸  $Y_I$  は、共に慣性基準である。

理論を北半球での航法に適する形で記述するが、南半球においては、例えば  $Z_E$  の代りに  $-Z_E$  を方向基準とする場合には、それに応じた修正をすればよく、考えかた自体は両半球を通じて同一である。

\*  $\mathbf{k}_E \times \mathbf{j}_n$  と  $\mathbf{j}_n \times (-\mathbf{k}_E)$  は数式としては同じ結果を与えるが、対応する物理的実体は異なっている。

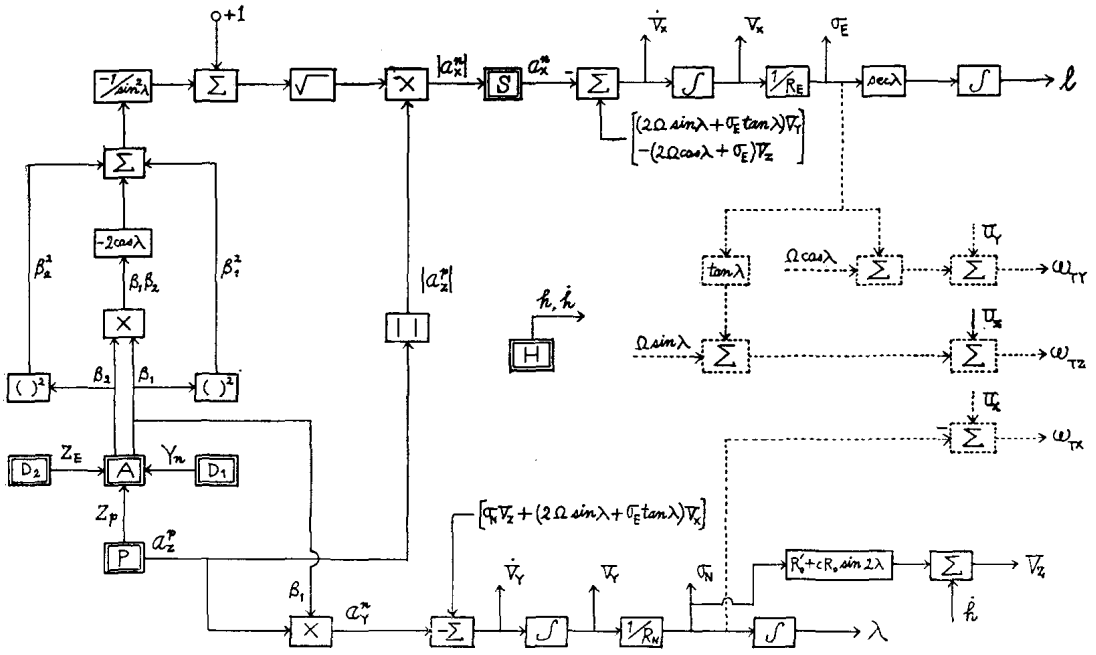


図1 方式INのブロック線図

3.1 航法方程式の導出

図2(a)は地球北半球を、慣性空間内で、 $+Z_E$ 軸から $-Z_E$ 軸に向かって眺めたものである。時刻 $t=0$ で vehicle (運動物体) は緯度 $\lambda_1$ 、経度 $l_1$ の点 $P_1$ にあり、時刻 $t$ で緯度 $\lambda$ 、経度 $l$ の点 $P$ にあるものとする。 $P'$ は時間経過 $t$ の間 vehicle が地球に対して静止していた場合に存在するであろう場所、緯度経度は $P_1$ と同じである。 $t=0$ に、 $P_1$ において、 $D_2$ により軸 $Z_E$ を、 $D_3$ により軸 $Y_I$ を設定する。 $Z_E \perp Y_I$ である。両軸に沿う

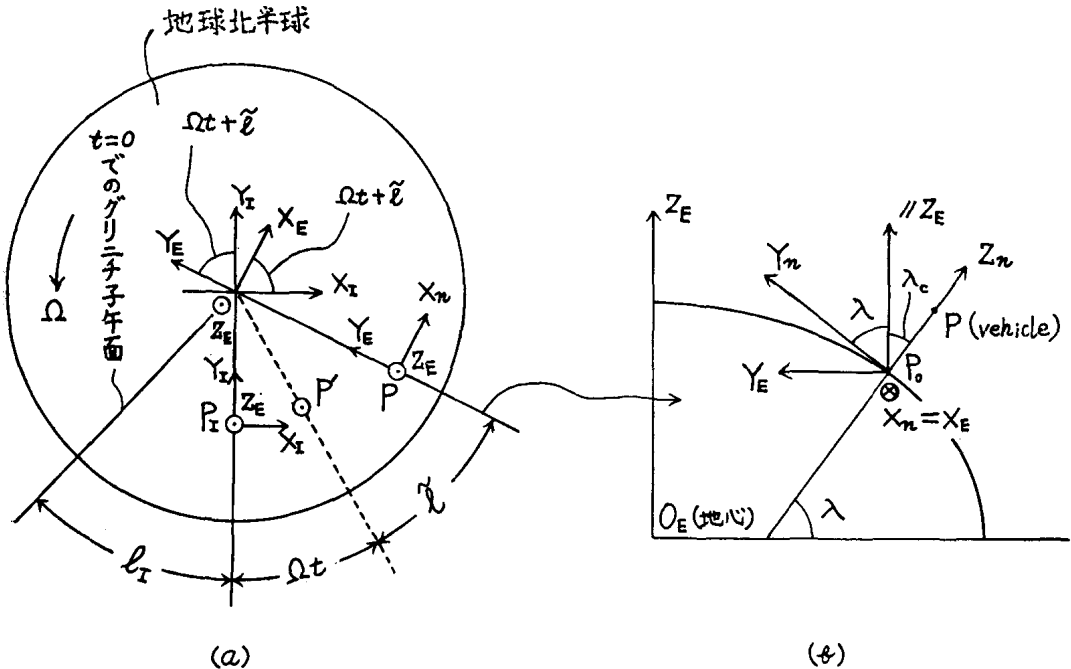


図2 I系、n系及びE系間の関係

単位ベクトルを  $k_E, j_I$  として,  $j_I \times k_E = i_I$  を単位ベクトルに持つ軸  $X_I$  を(計算機内で)設定すれば, 座標系  $(X_I, Y_I, Z_E)$  は慣性的に非回転な座標系となるが, これを I 系と略称する。プラットホーム軸  $Z_p$  と I 系の 3 軸の間の角度をそれぞれ  $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_2$  として, 対応する方向余弦  $\beta_3, \beta_4, \beta_2$  を測角機構によって既知とする。次に図 2 (b) のように, 時刻  $t$  において点  $P$  で, この点に付随する地理座標系  $n(X_n, Y_n, Z_n)$  と, 方式 I(1)の理論で導入した地軸座標系  $E(X_E \equiv X_n, Y_E, Z_E)$  を考える。以下の考察を容易にするため, 図(a) ではこれらの座標系 I,  $n, E$  を, 北極点を共通の原点にとって示した。3 点  $P_I, P, P'$  をそれぞれ含む 3 つの子午面 ( $P'$  を通るものは破線で表わした) および経度の基準であるグリニチ子午面 (但し  $t = 0$  での位置) の間の角度関係は図示の如くである。但し

$$\tilde{l} \equiv l - l_I \quad (6)$$

は  $P$  と  $P'$  の経度差で, これは vehicle の対地運動に起因する経度変化である。

2 つの軸  $X_I, Y_I$  の間の方向余弦を,  $+X_I$  と  $+Y_I$  のなす角の余弦と定義して, これを  $(X_I, Y_I)$  の記号で表わせば, specific force  $\mathbf{a} = a_Z^p k_p$  ( $k_p$  は  $Z_p$  に沿う単位ベクトルで, また  $a_Z^p < 0$  である) の東西成分は

$$a_X^n = (X_n, \mathbf{a}) | \mathbf{a} | = (X_n, -Z_p)(-a_Z^p) = (X_n, Z_p)a_Z^p \quad (7)$$

であるが,  $\mathbf{a}$  を一旦 I 系の各軸成分に分解し, これらから  $X_n$  成分を抽出して集めれば

$$a_X^n = [(X_n, X_I)(X_I, Z_p) + (X_n, Y_I)(Y_I, Z_p) + (X_n, Z_E)(Z_E, Z_p)] a_Z^p \quad (8)$$

となる。右辺で  $(X_I, Z_p) = \beta_3, (Y_I, Z_p) = \beta_4$  であり, また図 2 (a, b) から  $(X_n, X_I) = (X_E, X_I) = \cos(\Omega t + \tilde{l}), (X_n, Y_I) = (X_E, Y_I) = \sin(\Omega t + \tilde{l}), (X_n, Z_E) = 0$  である。故に

$$a_X^n = [\beta_3 \cos(\Omega t + \tilde{l}) + \beta_4 \sin(\Omega t + \tilde{l})] a_Z^p \quad (9)$$

が得られる。

同様に  $\mathbf{a}$  の南北成分は

$$\begin{aligned} a_Y^n &= (Y_n, \mathbf{a}) | \mathbf{a} | = (Y_n, -Z_p)(-a_Z^p) = (Y_n, Z_p)a_Z^p \\ &= [(Y_n, X_I)(X_I, Z_p) + (Y_n, Y_I)(Y_I, Z_p) + (Y_n, Z_E)(Z_E, Z_p)] a_Z^p \end{aligned} \quad (10)$$

であるが,  $(X_n, X_I)$  等の計算に E 系を介在させて変形すれば,  $X_E \equiv X_n$  に注意して,

$$\begin{aligned} a_Y^n &= \{[(Y_n, X_n)(X_E, X_I) + (Y_n, Y_E)(Y_E, X_I) + (Y_n, Z_E)(Z_E, X_I)](X_I, Z_p) \\ &\quad + [(Y_n, X_n)(X_E, Y_I) + (Y_n, Y_E)(Y_E, Y_I) + (Y_n, Z_E)(Z_E, Y_I)](Y_I, Z_p) \\ &\quad + [(Y_n, X_n)(X_E, Z_E) + (Y_n, Y_E)(Y_E, Z_E) + (Y_n, Z_E)(Z_E, Z_E)](Z_E, Z_p)\} a_Z^p \end{aligned} \quad (11)$$

となる。しかるに図 2 から, 右辺で  $(Y_n, X_n) = 0, (X_E, X_I) = \cos(\Omega t + \tilde{l}), (Y_n, Y_E) = \sin \lambda, (Y_E, X_I) = -\sin(\Omega t + \tilde{l}), (Y_n, Z_E) = \cos \lambda, (Z_E, X_I) = 0, (X_E, Y_I) = \sin(\Omega t + \tilde{l}), (Y_E, Y_I) = \cos(\Omega t + \tilde{l}), (Z_E, Y_I) = (X_E, Z_E) = (Y_E, Z_E) = 0, (Z_E, Z_E) = 1$  であり, また  $(X_I, Z_p) = \beta_3, (Y_I, Z_p) = \beta_4, (Z_E, Z_p) = \beta_2$  のため, 結局

$$a_Y^n = -[\beta_3 \sin(\Omega t + \tilde{l}) - \beta_4 \cos(\Omega t + \tilde{l})] \sin \lambda - \beta_2 \cos \lambda a_Z^p \quad (12)$$

となる。

式(9)を前々報 I の式(21a)に, 式(12)を同じく式(21b)に代入すれば本方式の基本式が得られる。補助式は,  $\tilde{l}$  の表現が加わるほかは, 方式 I N の場合と同じである。

### 基本式

$$\begin{aligned} \dot{V}_X &= -[\beta_3 \cos(\Omega t + \tilde{l}) + \beta_4 \sin(\Omega t + \tilde{l})] a_Z^p \\ &\quad + (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_Y - (2\Omega \cos \lambda + \sigma_E) V_Z \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_Y &= \{[\beta_3 \sin(\Omega t + \tilde{l}) - \beta_4 \cos(\Omega t + \tilde{l})] \sin \lambda - \beta_2 \cos \lambda\} a_Z^p \\ &\quad - \sigma_N V_Z - (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_X \end{aligned} \quad (13b)$$

### 補助式

$$\sigma_E = V_X / R_E, \quad R_E \equiv (1 + 2c \sin^2 \lambda) R_0 \quad (14a)$$

$$\sigma_N = V_Y / R_N, \quad R_N \equiv (1 - 2c \cos 2\lambda) R_0 \quad (14b)$$

$$V_Z = (R_0' + cR_0 \sin 2\lambda) \sigma_N + \dot{h} \quad (14c)$$

$$\tilde{l} \equiv l - l_I \quad (14d)$$

## 3.2 解法

基本式(13a, b)には, これ迄の 3 方式と違い, 強制項 ( $a_Z^p$  を含む項) に時間  $t$  が陽に現われているが, このこ

とは、 $t$ も入力の一つとなることを意味するにしても、解の方法論には特別な問題を惹起しない。また式(13a)の右辺第1項、 $-a_x^n$ が $a_x^n = \pm \sqrt{(a_z^n)^2 - (a_y^n)^2 - (a_z^n)^2}$ の関係を使わずに得られているため、符号選択の問題は生ぜず、従ってこの方式では符号モニタ機構は不要である。

### 3.2.1 運動出力 ( $V_x, V_y, \lambda, l$ )

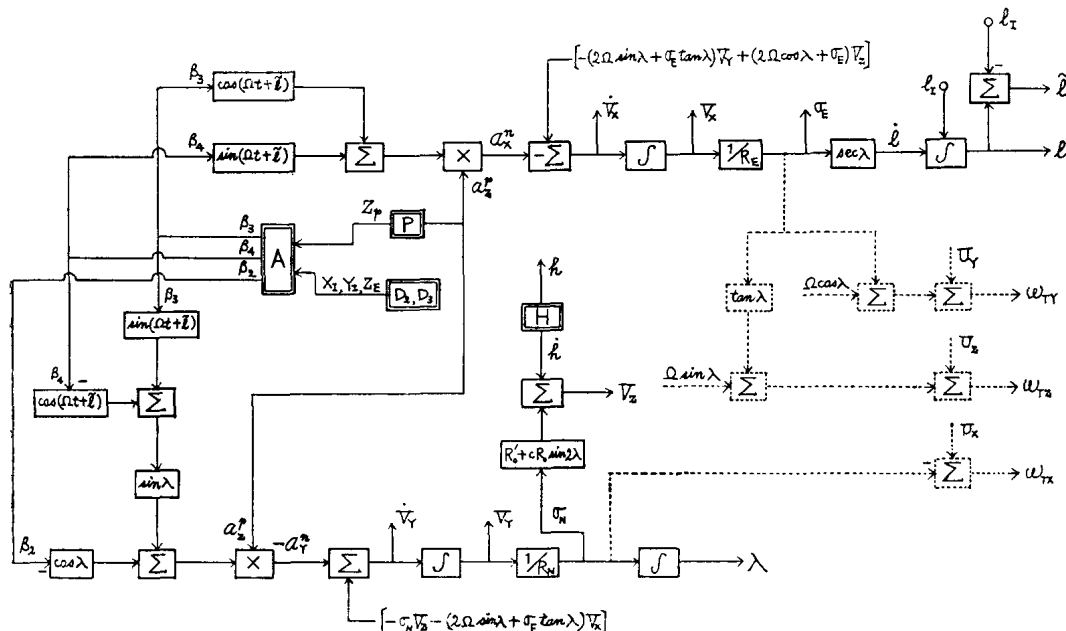


図3 方式I(2)のブロック線図

図3に本方式のブロック線図を画いたが、初期入力値は、経度の積分器と加算器に関するものを除いて、省略してある。また参考のため、NSLL方式でのトルキング信号を発生するブロックを破線で記入した。

### 3.2.2 姿勢角 (地理座標系)

$n$ 系は次のようにして既知となる。図2からわかるように、E系はI系を地軸 $Z_E$ のまわりに $(\Omega t + \tilde{l})$ だけ回して得られるから、EからIへの座標変換マトリクスは

$$M_I^E = \begin{Bmatrix} \cos(\Omega t + \tilde{l}) & -\sin(\Omega t + \tilde{l}) & 0 \\ \sin(\Omega t + \tilde{l}) & \cos(\Omega t + \tilde{l}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

である。また $n$ 系からE系への変換マトリクス $M_E^n$ は前報IIの式(24)のマトリクス $M_n^E$ を転置したもので、 $n$ からIへの変換は $M_I^n = M_I^E M_E^n$ の演算によって

$$M_I^n = \begin{Bmatrix} \cos(\Omega t + \tilde{l}) & -\sin(\Omega t + \tilde{l}) \sin \lambda & \sin(\Omega t + \tilde{l}) \cos \lambda \\ \sin(\Omega t + \tilde{l}) & \cos(\Omega t + \tilde{l}) \sin \lambda & -\cos(\Omega t + \tilde{l}) \cos \lambda \\ 0 & \cos \lambda & \sin \lambda \end{Bmatrix} \quad (16)$$

と求められる。従って $n$ 系( $X_n, Y_n, Z_n$ )の各軸に沿う単位ベクトル $i_n, j_n, k_n$ は、このマトリクスによって、I系内で次のように成分表示される；

$$i_n = [\cos(\Omega t + \tilde{l}), \sin(\Omega t + \tilde{l}), 0] \quad (17a)$$

$$j_n = [-\sin(\Omega t + \tilde{l}) \sin \lambda, \cos(\Omega t + \tilde{l}) \sin \lambda, \cos \lambda] \quad (17b)$$

$$k_n = [\sin(\Omega t + \tilde{l}) \cos \lambda, -\cos(\Omega t + \tilde{l}) \cos \lambda, \sin \lambda] \quad (17c)$$

I系( $X_I, Y_I, Z_E$ )の3軸のうち $Y_I$ と $Z_E$ は装置内で実体を持って構成されており、その上この座標系は右手直交系として定義されているから、上式(17a~c)によって、 $n$ 系の3軸 $X_n, Y_n, Z_n$ の方向を装置内で確認できる、換言すれば $n$ 系を見出し得ることになる。例えば $X_n$ 軸を見出すには式(17a)の第2及び第3成分、 $\sin(\Omega t + \tilde{l})$ と0、によって $Y_I, Z_E$ 面内での $i_n$ 成分を確定し、次にこの平面の法線に、第1成分 $\cos(\Omega t + \tilde{l})$ を

この成分の正負に応じて妥当する側に取り、これとさきの  $Y_I, Z_E$  成分の合成を取って  $i_n$  を定めれば、このベクトルの向く方向が  $+X_n$  すなわち東を示す。同様な操作で  $Y_n$  および  $Z_n$  軸が求められる。

4. 若干の補足事項

この章では、FS方式慣性航法の理論的特徴を理解するのに必要と考えられるがこれ迄に言及していない事項や、記述しても説明不十分だったと思われる事柄、更に従来一般の慣性航法に対しても適用可能と考えられる事など、幾つかの事項について説明する。

4.1 specific force 非一様性への対策

これ迄は、任意の時刻において、装置を構成する各部分——特に3個の加速度計  $A_m, A_i, A_e$  が載っているプラットフォーム（Iの図2参照）——は、同一の specific force  $a$  を持っているものとして議論して来た。しかしこの事は、回転を伴う運動に対しては厳密には成立しない。対象をプラットフォームに限定して十分であるが、以下の解析が示す通り、プラットフォームの角速度と角加速度が共に0となる例外的な場合を除いて、それを構成する各質点はすべて異なった  $a$  を持っている。従って  $a$  に直交する自由表面も質点ごとに異なるものとなり、そのどれが理論に適するかを問題としなければならない。本節の目的はこれに対する答を見出すことにあるが、併せて、 $a$  のこの非一様性を減少させる方法についても述べる。

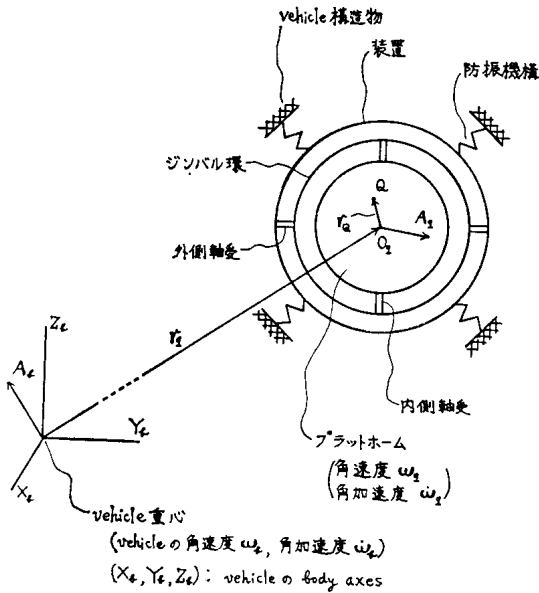
4.1.1 プラットホームを構成する質点が持つ specific force の表現

vehicle が一般的な運動をしている時に、プラットフォームを構成している任意の質点  $Q$  が持つ specific force  $a(Q)$  の表現を求める。プラットフォームを剛体とみなし、内外の軸受やジンバル環によって、その重心  $O_q$  において支持されているものとする。図4のように、vehicle の運動によって  $O_q$  に発生する加速度を  $A_q$ 、プラットフォームの角速度と角加速度を  $\omega_q, \dot{\omega}_q$  とし、 $O_q$  から  $Q$  に到る位置ベクトルを  $r_q$  とすれば、着目するこの点の加速度は

$$A(Q) = A_q + \dot{\omega}_q \times r_q + \omega_q \times (\omega_q \times r_q) \tag{18}$$

である<sup>(3)</sup>。vehicle の重心\*から  $O_q$  に到る位置ベクトルを  $r_q$ 、vehicle の角速度と角加速度を  $\omega_b, \dot{\omega}_b$ 、その重心の加速度を  $A_b$  とすれば、 $A_q$  は

$$A_q = A_b + \ddot{r}_q + \dot{\omega}_b \times r_q + 2(\omega_b \times \dot{r}_q) + \omega_b \times (\omega_b \times r_q) \tag{19}$$



注: 1) サーボモータ図示省略。  
2) プラットホーム、ジンバル環、軸受以外の装置部分は一つの円環で代表させた。

図4  $a(Q)$  を求めるための模式参考図

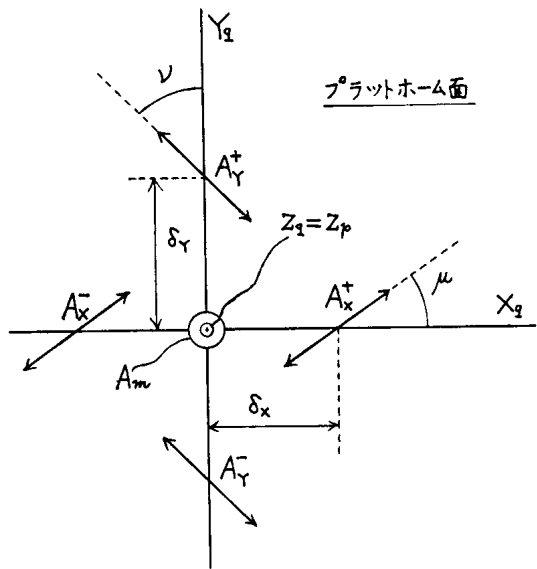


図5 最適自由表面設定のための加速度計配置図

と表わされる<sup>(3)</sup>。ここに  $\tilde{v}_q$  と  $\tilde{A}_q$  はそれぞれ、vehicle から見た  $O_q$  の相対速度と相対加速度で、これらは装置を支えている防振機構の緩衝作用によって発生するものである。式(19)を式(18)に代入し、 $\mathbf{a}=\mathbf{G}-\mathbf{A}$  の関係から点  $Q$  の specific force を出すと

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(Q) = & \mathbf{G} - \mathbf{A}_b - [\tilde{\mathbf{A}}_q + \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_q + 2(\boldsymbol{\omega}_b \times \tilde{\mathbf{v}}_q) + \boldsymbol{\omega}_b \times (\boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{r}_q)] \\ & - [\dot{\boldsymbol{\omega}}_q \times \mathbf{r}_q + \boldsymbol{\omega}_q \times (\boldsymbol{\omega}_q \times \mathbf{r}_q)] \end{aligned} \quad (20)$$

となる。右辺で  $\mathbf{r}_q$  に依存するのは最後の項だけであり、これが  $\mathbf{a}$  の非一様性をもたらす。

#### 4.1.2 最適な自由表面の設定

プラットフォームの重心  $O_q$  を原点とし、プラットフォームの実体に固定された右手直交系  $q(X_q, Y_q, Z_q=Z_p)$  を考えてプラットフォーム実体系と呼び、 $q$  系と略記する\*\*。前々報 I の図 2 では、プラットフォーム上の加速度計は、計測用の  $A_m$ 、制御用の  $A_x$  と  $A_y$  の 3 個であったが、その構成を図 5 のように変える。制御用加速度計を、その受感軸の方向を表わす両端に矢印のついた線分で代表させる。 $X_q Y_q$  面内において、 $X_q$  軸上に、2 個の加速度計  $A_{x^+}$  と  $A_{x^-}$  を、それらの重心\*\*\*が  $O_q$  から  $\delta_x$  及び  $-\delta_x$  の距離にあるように、また各々の受感軸が軸  $X_q$  と同じ角度  $\mu$  となるように置く。同様、 $Y_q$  軸上に加速度計  $A_{y^+}$  と  $A_{y^-}$  を、互いの受感軸が平行で軸  $Y_q$  と  $\nu$  の角度をなし、それぞれの重心の座標が  $\delta_y$  及び  $-\delta_y$  であるように、対称的に置く、2 つの角度  $\mu$  と  $\nu$  は、これら 2 対の制御用加速度計 ( $A_{x^+}, A_{x^-}$ ) と ( $A_{y^+}, A_{y^-}$ ) の受感軸が平行にならない限り、任意に選んでよい。更に、計測用加速度計  $A_m$  を、その重心が  $O_q$  に一致し受感軸が  $Z_q=Z_p$  に平行になるように置く。

この状況に対し、それぞれの加速度計の出力の表現を求める。まず  $A_m$  については、式(20)で  $\mathbf{r}_q=(0, 0, 0)$  とおいて

$$\mathbf{a}(O_q) = \mathbf{G} - \mathbf{A}_b - [\tilde{\mathbf{A}}_q + \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \mathbf{r}_q + 2(\boldsymbol{\omega}_b \times \tilde{\mathbf{v}}_q) + \boldsymbol{\omega}_b \times (\boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{r}_q)] \quad (21)$$

$A_m$  はこの  $Z_q$  成分  $\mathbf{a}(O_q)_z$  しか感知せず、その出力は

$$\mathbf{a}(A_m) = \mathbf{a}(O_q)_z \quad (22)$$

である。 $A_{x^+}$  と  $A_{x^-}$  は  $\mathbf{r}_q=(\pm\delta_x, 0, 0)$  として、一括して扱う。この  $\mathbf{r}_q$  に対して式(20)の右辺を計算し、式(21)も使って、結果は

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\pm\delta_x, 0, 0) = & \mathbf{a}(O_q) - [-(\omega_{qy}^2 + \omega_{qz}^2), \dot{\omega}_{qz} + \omega_{qx}\omega_{qy}, \\ & -\dot{\omega}_{qy} + \omega_{qx}\omega_{qz}](\pm\delta_x) \end{aligned} \quad (23)$$

となる、但し  $\omega_{qy}$  等は  $\boldsymbol{\omega}_q$  の  $Y_q$  成分等。従って加速度計としての出力は、図 5 を参照して

$$\mathbf{a}(A_{x^\pm}) = \mathbf{a}(O_q)_\mu \pm (\omega_{qy}^2 + \omega_{qz}^2)\delta_x \cos \mu \mp (\dot{\omega}_{qz} + \omega_{qx}\omega_{qy})\delta_x \sin \mu \quad (24)$$

ここに  $\mathbf{a}(O_q)_\mu$  は  $\mathbf{a}(O_q)$  の  $\mu$  方向成分、となる。全く同様に、 $\mathbf{r}_q=(0, \pm\delta_y, 0)$  とすることにより、式(23)に対応して

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(0, \pm\delta_y, 0) = & \mathbf{a}(O_q) - [-\dot{\omega}_{qz} + \omega_{qx}\omega_{qy}, -(\omega_{qx}^2 + \omega_{qz}^2), \\ & \dot{\omega}_{qx} + \omega_{qy}\omega_{qz}](\pm\delta_y) \end{aligned} \quad (25)$$

従って  $A_{y^+}$ 、 $A_{y^-}$  の出力は

$$\mathbf{a}(A_{y^\pm}) = \mathbf{a}(O_q)_\nu \pm (-\dot{\omega}_{qz} + \omega_{qx}\omega_{qy})\delta_y \sin \nu \pm (\omega_{qx}^2 + \omega_{qz}^2)\delta_y \cos \nu \quad (26)$$

と表わされる。

式(24)から  $\mathbf{a}(A_{x^+}) + \mathbf{a}(A_{x^-}) = 2\mathbf{a}(O_q)_\mu$ 、式(26)から  $\mathbf{a}(A_{y^+}) + \mathbf{a}(A_{y^-}) = 2\mathbf{a}(O_q)_\nu$  である。いま 2 個のサーボモータによって同時にこの 2 つの和が 0 になる、すなわち  $\mathbf{a}(A_{x^+}) = -\mathbf{a}(A_{x^-})$  かつ  $\mathbf{a}(A_{y^+}) = -\mathbf{a}(A_{y^-})$  となる、ようにプラットフォームの姿勢を制御すれば、 $\mathbf{a}(O_q)_\mu = \mathbf{a}(O_q)_\nu = 0$  となつて、 $\mathbf{a}(O_q)$  の  $X_q Y_q$  面内の成分は消失し、プラットフォーム面は重心  $O_q$  での specific force に直交する自由表面を実現したことになる。これが理論に

\*慣性航法装置の重量容積が vehicle のそれよりもずっと小さいとする妥当な条件下で、この重心は(vehicle + 装置) 全体系の重心としても、或いは装置を除外した vehicle だけの重心としてもよい。

\*\*この  $q$  系は I の 4 章で定義したプラットフォーム座標系  $p(X_p, Y_p, Z_p)$  とは異なる。後者はプラットフォームの実体に固定されていない。

\*\*\*現在、慣性航法に用いられている加速度計は、殆ど例外なく、可動部分を持たないフィードバック型なので、その重心は確定している。

最適な自由表面であり、この時の加速度計  $A_m$  の出力(2)が、これ迄  $a_z^p$  と記して来たものである。式(2)からわかるように、 $\alpha(O_q)$  はプラットホームの姿勢に無関係であるから、このような制御は常に可能である。

上述において、 $\alpha(O_q)$  が0或いはそれに近い状態の時には、自由表面つまりプラットホームの姿勢は定まらず、従って角度  $\alpha_i (i=1\sim 4)$  も不定になる。しかしこの場合には、航法方程式中で、方式NSとI(1)では  $a_z^p = a_z^n = 0$  と、方式INとI(2)では  $a_z^p = 0$  と置いて解を求めればよく、別に不都合は起らない。

#### 4.1.3 $\alpha$ の非一様性を減少させる方法

式(2)から、プラットホームの各質点が持つ  $\alpha$  を出来るだけ同一にするためには、次の条件を満足させればよいことがわかる。

$$\begin{aligned} |\dot{\omega}_q \times r_q + \omega_q \times (\omega_q \times r_q)| &\ll \\ |G - A_b - [\tilde{A}_q + \dot{\omega}_b \times r_q + 2(\omega_b \times \tilde{v}_q) + \omega_b \times (\omega_b \times r_q)]| &\quad (7) \end{aligned}$$

左辺を小さくするには個々のベクトルを小さくすればよく、直ちに気づくのはプラットホームの大きさ  $|r_q|_{max}$  を、その機能が損なわれない限り、小さくすることである。

次に、プラットホームの角速度  $\omega_q$  と角加速度  $\dot{\omega}_q$  は、vehicle の併進運動に起因する成分と回転運動に起因する成分とから成っている。このうち前者は、装置が vehicle の運動を測定するためにプラットホームが当然持たねばならないものであって、任意に小さくすることは出来ない。この成分は、空間安定化された (space stabilized) すなわち慣性的に非回転にされた別のプラットホームに装置を載せて作動させた時に、装置のプラットホームが獲得するであろう角速度と角加速度である。

一方、回転に基づく後者は、装置にとって無用であるので、出来るだけ小さくするのが望ましい。このためには、防振機構によって、式(7)の右辺の [ ] 内のベクトルを可能な限り小さくすればよい。そうすることは  $\omega_b$  と  $\dot{\omega}_b$  の影響がプラットホームに伝達されないようにすることと同等であるから、同時に  $\omega_b$ 、 $\dot{\omega}_b$  による  $\omega_q$ 、 $\dot{\omega}_q$  の発生も抑圧される。防振機構は  $A_b$  に含まれる高周波成分 (振動、衝撃など) を減衰させる機能も有している。

この節で述べた  $\alpha$  の非一様性への3つの対応手段のうち、4.1.2項の方法が理論的に完全と考えられるが、4.1.3項の他の2つの方法を併用することは別の面から必要とされる (後出の4.6.3項) ものである。

#### 4.2 角度 $\alpha_i$ の変化範囲

方向づけられた2軸  $X_i, Y_j$  間の角度は2つあり和は  $2\pi$  になるが、以下ではその小さい方を取って  $\text{ang}(X_i, Y_j)$  の記号で表わす。この定義では  $\text{ang}(X_i, Y_j)$  は大きくとも  $\pi$  である。またこの角度には向きを考えず、常に  $\geq 0$  とし扱う。本節では4種類のFS方式のそれぞれについて、プラットホーム軸  $Z_p$  と方向基準軸との間の角度  $\alpha_i (i=1\sim 4)$  が、vehicle の運動状態に応じて、どの範囲で変化するかを考察する。

前々報Iの式(2)による運動の制限  $a_z^n < 0$  は、具体的には、プラットホームの正軸  $+Z_p$  が、空間内で、常に正の鉛直軸  $+Z_n$  の側に存在することを要求する。

また、以下で静止状態とは、vehicle が地球に対して静止していて、 $Z_p = Z_n$  である状態をいう。この状態での  $\alpha_i$  に上添字0をつける。

##### 4.2.1 方式NS; $\alpha_1 = \text{ang}(Z_p, Y_n)$

$\alpha_1$  の最大値と最小値は、いずれも、 $Z_p$  が子午面  $Y_n Z_n$  内に存在する時に取られることは明らかであるから、 $\alpha_1$  は、前記運動の制限により、 $0 < \alpha_1 < \pi$  の間を変化する。静止状態では  $\alpha_1^0 = \pi/2$ 。

##### 4.2.2 方式I(1); $\alpha_2 = \text{ang}(Z_p, Z_E)$

やはり、最大値と最小値は子午面内で取られる。北半球では、最小値は  $Z_p // Z_E$  の時で0、最大値は  $Z_p \rightarrow -Y_n$  となった時で  $\alpha_2 \rightarrow (\pi - \lambda)$ 、故  $0 \leq \alpha_2 < (\pi - \lambda)$ 。静止状態では  $\alpha_2^0 = (\pi/2) - \lambda$  である。

南半球では、 $k_E$  を方向基準とする場合は、最小値は  $Z_p \rightarrow +Y_n$  の時で  $\alpha_2 \rightarrow |\lambda|$ 、最大値は  $\pi$ 、よって  $\alpha_2$  の変化範囲は  $|\lambda| < \alpha_2 \leq \pi$  となる。また静止状態では  $\alpha_2^0 = (\pi/2) + |\lambda|$ 。  $-k_E$  を方向基準とする場合は、最小値は  $Z_p // (-k_E)$  となった状態で0、最大値は  $Z_p \rightarrow +Y_n$  の時で  $\pi - |\lambda|$ 、よって、 $Z_p$  に対する運動の制限も考慮して、 $0 \leq \alpha_2 < (\pi - |\lambda|)$  となる。静止状態では  $\alpha_2^0 = (\pi/2) - |\lambda|$ 。

##### 4.2.3 方式IN; $\alpha_1 = \text{ang}(Z_p, Y_n)$ , $\alpha_2 = \text{ang}(Z_p, Z_E)$

$\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  のそれぞれに対し上記2項の考察が当てはまる。

4.2.4 方式I(2);  $\alpha_3 = \text{ang}(Z_p, X_I)$ ,  $\alpha_4 = \text{ang}(Z_p, Y_I)$ ,  $\alpha_2 = \text{ang}(Z_p, Z_E)$

角度  $\alpha_2$  に対しては 4.2.2 項の考察が適用される。

$\alpha_3$  の変化範囲は以下のようにして求められる。任意の時刻  $t$  に vehicle が存在する地点での地理座標系  $n(X_n, Y_n, Z_n)$ , と,  $t=0$  で設定された後装置内に常時存在する慣性的に非回転な座標系  $I(X_I, Y_I, Z_E)$ , との間の姿勢関係を問題にする場合は, 両系は原点を共有すると考えて差支えない。I から  $n$  への変換マトリクス  $M_n^I$  は式(16)の  $M_I^n$  を転置したものであり, これを使うと, 空間の同一点の座標の間に

$$X_n = X_I \cos \xi + Y_I \sin \xi \quad (28a)$$

$$Y_n = -X_I \sin \xi \sin \lambda + Y_I \cos \xi \sin \lambda + Z_E \cos \lambda \quad (28b)$$

$$Z_n = X_I \sin \xi \cos \lambda - Y_I \cos \xi \cos \lambda + Z_E \sin \lambda \quad (28c)$$

が成立する。但し

$$\xi = \Omega t + \tilde{t} \quad (29)$$

とした。式(28c)で  $Z_n = 0$  と置けば

$$X_I \sin \xi \cos \lambda - Y_I \cos \xi \cos \lambda + Z_E \sin \lambda = 0 \quad (30)$$

これは任意の時刻における局所的な地理学的水平面  $X_n Y_n$  を I 系で記述したものである。鉛直軸  $Z_n$  上の単位ベクトル  $k_n$  は, 上式から, I 系内で  $k_n(\sin \xi \cos \lambda, -\cos \xi \cos \lambda, \sin \lambda)$  の成分を持つ。また  $X_I$  上の単位ベクトルは  $i_I(1, 0, 0)$  である。よって  $i_I$  と  $k_n$  を共に含む平面の方程式は,  $i_I \times k_n$  の演算によってその方向余弦を出し

$$Y_I \sin \lambda + Z_E \cos \xi \cos \lambda = 0 \quad (31)$$

と求められる。角度  $\alpha_3$  の最大値および最小値は,  $Z_p$  がこの面内で,  $Z_n > 0$  の範囲を動く (運動の制限  $a_z^n < 0$  による) として求めればよい。平面(31)と地理学的水平面(30)の交線の方程式は, 両式を連立に解いて

$$X_I = \frac{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}{\sin \xi \cos \xi \cos^2 \lambda} Y_I = -\frac{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}{\sin \xi \sin \lambda \cos \lambda} Z_E \quad (32)$$

となるが, その方向余弦はこの直線の向きの定め方に応じて下記2組の値のいずれかを取り

$$\left\{ \sqrt{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}, \frac{\sin \xi \cos \xi \cos^2 \lambda}{\sqrt{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}}, \frac{-\sin \xi \sin \lambda \cos \lambda}{\sqrt{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}} \right\} \quad (33a)$$

或いは

$$\left\{ -\sqrt{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}, \frac{-\sin \xi \cos \xi \cos^2 \lambda}{\sqrt{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}}, \frac{\sin \xi \sin \lambda \cos \lambda}{\sqrt{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}} \right\} \quad (33b)$$

である。従ってこの交線と軸  $X_I$  の間の角度は次の  $\alpha_3^+$ ,  $\alpha_3^-$  のうちの何れかである。

$$\alpha_3^+ = \cos^{-1} \sqrt{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}, \quad \alpha_3^- = \cos^{-1} (-\sqrt{1 - \sin^2 \xi \cos^2 \lambda}) \quad (34)$$

この2角は互いに補角をなし  $\alpha_3^+ + \alpha_3^- = \pi$  で, また  $\alpha_3^+ \leq \alpha_3^-$  である。

$\alpha_3$  の変化範囲の表現は, 単位ベクトル  $i_I$  が  $+Z_n$  の領域に存在するか  $-Z_n$  の領域に存在するかで異なってくる\*。以下, 図6を参照して説明するが, 図(a)は  $i_I$  が  $+Z_n$  の側に, 図(b)は  $-Z_n$  の側にある時の状況を示す。(a)の場合には式(28c)で  $X_I=1, Y_I=Z_E=0$  としたとき

$$i_I \text{ の } Z_n \text{ 成分} = \sin \xi \cos \lambda > 0 \quad (35)$$

でなければならない。この場合は  $Z_p, X_I$  となり得るから  $\alpha_3$  の最小値は0である。最大値は  $Z_p$  が交線(32)に平行かつ  $Z_n$  に関し  $X_I$  と反対側に存在する時なので, 式(34)で定義される  $\alpha_3^+, \alpha_3^-$  のうちの大きい方  $\alpha_3^-$  である。よって角度  $\alpha_3$  は  $0 \leq \alpha_3 < \alpha_3^-$  の間を変化する。次に (b) の場合には

$$i_I \text{ の } Z_n \text{ 成分} = \sin \xi \cos \lambda < 0 \quad (36)$$

で,  $\alpha_3$  の最小値は  $\alpha_3^+, \alpha_3^-$  のうちの小さい方  $\alpha_3^+$  であり, 最大値は  $Z_p$  と  $X_I$  が反平行になる時だから  $\pi$ , 故に  $\alpha_3$  の変化範囲は  $\alpha_3^+ < \alpha_3 \leq \pi$  となる。

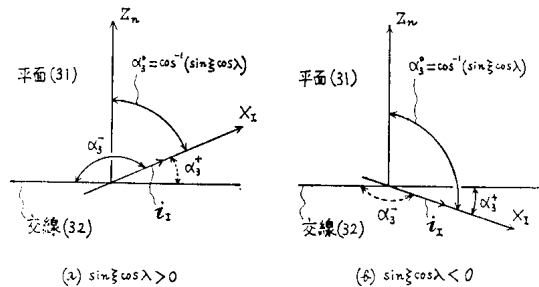


図6 角度  $\alpha_3$  の変化範囲を求める際の参考図

\* I 系は唯一であるから, この差異は vehicle が地球上の異なった2つの場所に存在する状況に対応している。

上記において  $\alpha_3^+ = 0$ ,  $\alpha_3^- = \pi$ , となる場合には (a), (b) の区別は無くなり,  $0 < \alpha_3 < \pi$  となる。等号が除外されるのは運動の制限による。静止状態に対しては,  $\alpha_3^0 = \text{ang}(Z_p = Z_n, X_I)$  であるから, 式(28c)により, 共通の表現  $\alpha_3^0 = \cos^{-1}(\sin \xi \cos \lambda)$  を得る。

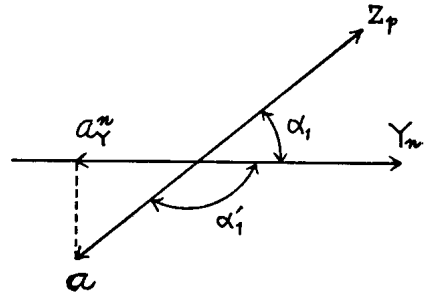
$\alpha_4 = \text{ang}(Z_p, Y_I)$  についても全く同様に考察できるので, 結果のみを記す。式(24)に対応して

$$\alpha_4^+ = \cos^{-1} \sqrt{1 - \cos^2 \xi \cos^2 \lambda}, \quad \alpha_4^- = \cos^{-1}(-\sqrt{1 - \cos^2 \xi \cos^2 \lambda}) \quad (27)$$

で  $\alpha_4^+$ ,  $\alpha_4^-$  を定義すると,  $\alpha_4^+ \leq \alpha_4^-$  で  $\alpha_4^+ + \alpha_4^- = \pi$  である。そして,  $+Y_I$  が  $Z_n > 0$  の領域にあって  $\cos \xi \cos \lambda < 0$  であれば  $0 \leq \alpha_4 < \alpha_4^-$  であり,  $+Y_I$  が  $Z_n < 0$  の領域にあって  $\cos \xi \cos \lambda > 0$  ならば  $\alpha_4^+ < \alpha_4 \leq \pi$  となる。静止状態では  $\alpha_4^0 = \text{ang}(Z_p = Z_n, Y_I) = \cos^{-1}(-\cos \xi \cos \lambda)$ 。

4.3  $a_Y^n = \beta_1 a_Z^p$  の正確な証明

前々報 I の 6 章の終りの方で, 式(15)の  $a_Y^n = \beta_1 a_Z^p$  の関係を, 「方向余弦  $\beta_1$  の意味から考えて自然に成立する」と述べたが, 式そのものは正しくても, この説明は論理的に不十分と考えられるので再論する。specific force  $\mathbf{a}$  の南北成分  $a_Y^n$  は, その定義から, ベクトル  $\mathbf{a}$  を  $Y_n$  軸に投影した時に得られる, 符号を考慮した値である。すなわち  $\mathbf{a}$  と  $+Y_n$  軸の間の角度を  $\alpha_1'$  とすれば  $a_Y^n = |\mathbf{a}| \cos \alpha_1'$  で与えられる。同じく I で  $a_Z^p < 0$  を証明したが, これは図 7 のようにベクトル  $\mathbf{a}$  が常に  $-Z_p$  の方向を向いていること, 従って  $+Z_p$  と  $+Y_n$  の間の角度  $\alpha_1$  が  $\alpha_1'$  と補角をなしていることを意味する。よって,  $a_Y^n = (-a_Z^p) \cos(\pi - \alpha_1) = (-a_Z^p)(-\cos \alpha_1) = a_Z^p \cos \alpha_1 = \beta_1 a_Z^p$  となる。



本節のこの考え方は 3.1 節の式(7, 10)に使われている。

4.4 高度計の姿勢制御

慣性航法装置には, 一般に, 独立した高度計または深度計が必要となる。慣性航法装置には, 一般に, 独立した高度計または深度計が必要となることは既に述べたが, この種の計器の中で, 例えば音波や電磁波などの放射を利用するものでは, 常にその放射軸ないし受感軸を鉛直軸  $Z_n$  あるいはそれに関連した方向に向けておかなければならない。つまり姿勢制御が必要となる。このためには各時刻で地理座標系  $n$  が既知となっていなければならないが, F S 方式では 4 方式とも, 各論で説明した通り,  $n$  系を算出できるので, この要求を満足させられる。

なお, 大気圧や水圧の変化に基づいて高度または深度を測る形式の計器では, 上記の配慮は不要である。

4.5 高度計の測定範囲

vehicle が前々報 I の 7 章で述べた各種の運動の制限および理論の要求精度に従うとき, 併設される高度計(深度計)の測定範囲がどの程度でなければならないかを見積る。

4.5.1  $h$

まず高度  $h$  自体については, I の 7 章で述べたように,  $h \sim 10^2$  (m) である。

4.5.2  $\dot{h}$

$\dot{h}$  は式(5c)または(14c)からの  $\dot{h} = V_Z - (R_0' + cR_0 \sin 2\lambda)\sigma_N$  によって見積られる。 $V_Z$  は I の式(24)により  $V_Z \sim 10$  (m/sec) であり,  $R_0'$  は前報 II の式(10)と  $c \sim 10^{-2}$  から  $R_0' \sim 10^4$  (m), また  $R_0 \sim 10^6$  (m),  $\sigma_N$  は式(5b)と I の式(23)より  $\sigma_N \sim 10^{-4}$  (sec<sup>-1</sup>) となることを使って,  $\dot{h}$  は  $V_Z$  と同程度の大きさになるのがわかる。よって  $\dot{h} \sim 10$  (m/sec)。

4.5.3  $\ddot{h}$

II の式(17)と I の式(13)から

$$\ddot{h} = -a_Z^n - g + (2\Omega \cos \lambda + \sigma_E) V_X + \sigma_N V_Y + R_N^{-1} (R_0' + cR_0 \sin 2\lambda) [a_Y^n + \sigma_N V_Z + (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_X] \quad (28)$$

I の式(24)により  $a_Z^n (< 0) \sim 10$  (m/sec<sup>2</sup>) また  $g \sim 10$  (m/sec<sup>2</sup>) であり, 式(5a)からの  $\sigma_E \sim 10^{-4}$  (m/sec) や  $\Omega \sim 10^{-5}$  (sec<sup>-1</sup>) および I の式(23)によって  $(2\Omega \cos \lambda + \sigma_E) V_X \sim 10^{-2}$  (m/sec<sup>2</sup>), 同様にして  $\sigma_N V_Y \sim 10^{-2}$  (m/sec<sup>2</sup>) となるから, 上式右辺の第 3, 4 項は,  $\ddot{h}$  の大きさを見積る目的に対しては, 第 1, 2 項に比して無視できて

$$\ddot{h} = -a_Z^n - g + R_N^{-1} (R_0' + cR_0 \sin 2\lambda) [a_Y^n + \sigma_N V_Z + (2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_X] \quad (29)$$

となる。状況により  $-a_Z^n - g \cong 0$  となる場合も考えられるが, ここでの問題は  $\ddot{h}$  の最大値を求めることにある

ので、 $a_z^n \cong 0$  の場合を主に考えなければならない。式(39)右辺の第3項の係数は  $R_N^{-1}(R_0' + cR_0 \sin 2\lambda) \sim 10^{-2}$  で、第2因子 [ ] において  $a_Y^n \sim 10(\text{m/sec}^2)$  (Iの式(29))、 $\sigma_N V_Z \sim 10^{-3}(\text{m/sec}^2)$  である。3番目の項では緯度  $\lambda$  への依存性を無視できない。 $R_N^{-1}(R_0' + cR_0 \sin 2\lambda) \sigma_E \tan \lambda \cdot V_X \sim g \sim 10(\text{m/sec}^2)$  の時には  $\tan \lambda \sim 10^5$  であり、 $\tan \lambda = \pm 10^5$  と置けば  $\lambda = \pm 89.999 \dots \dots^\circ$  となる。このことは前記の項が、極点のごく近傍を除いて、大きくとも  $10(\text{m/sec}^2)$  の程度の量であることを意味する。この時  $(2\Omega \sin \lambda + \sigma_E \tan \lambda) V_X \sim \sigma_E \tan \lambda \cdot V_X \sim 10^3(\text{m/sec}^2)$  で、これに対し  $a_Y^n$  や  $\sigma_N V_Z$  は、単に大きさを評価する上からは\*、無視してよく、式(39)を

$$\ddot{h} \sim -g + R_N^{-1}(R_0' + cR_0 \sin 2\lambda) \sigma_E \tan \lambda \cdot V_X \sim g \sim 10(\text{m/sec}^2) \quad (40)$$

と書いてよいことになり、 $\ddot{h}$  の測定範囲が得られた。

なお、IIの式(40)によると、 $(R_0' + cR_0 \sin 2\lambda)$  は北半球( $\lambda > 0$ )では負、南半球( $\lambda < 0$ )では正であり、これと式(5a)の  $\sigma_E = V_X/R_E$  から、上式の  $R_N^{-1}(R_0' + cR_0 \sin 2\lambda) \sigma_E \tan \lambda \cdot V_X$  という項は常に負となって、 $-g$  と相加し合う傾向にあるのがわかる。

#### 4.6 vehicle の運動と装置出力の関係

一般に、慣性航法装置はそれを搭載している船舶や航空機等 vehicle の運動を計測するものとされているが、FS方式に関するこれ迄の記述からも明らかのように、装置は直接には装置自体、より正確には計測用加速度計  $A_m$  の運動を測定していて、vehicle 自体の運動を測定してはいない（このことはNSLL方式でも同様である。ここではプラットホームの運動が計測されている）。従って装置出力である  $A_m$  の運動から、目的とする vehicle の運動を導くことが問題とされなければならない。

##### 4.6.1 緯度経度の変化

加速度計  $A_m$  を vehicle の重心上に置くことが常に可能とは限らず、一般に両者は離れて存在すると考えなければならない。この状態では、vehicle の回転運動のために、 $A_m$  の併進運動と vehicle 重心のそれとは一般にすべての時刻において一致しない。それにも拘わらず、 $A_m$  の  $\lambda, l$  変化を以て vehicle に関する同様な変化とみなし得るのは、装置が vehicle 内の一定の場所に設置されてある上、ここと重心間の距離が、 $\lambda$  や  $l$  の変化につながる程の地球規模の大きさに比べれば全く無視できるためである。換言すれば、航法に関しては vehicle を質点とみなして差支えないことによる。

##### 4.6.2 対地速度と vehicle の姿勢

FS方式各論に現われている対地速度  $V(V_X, V_Y, V_Z)$  は、勿論、加速度計  $A_m$  が持っているものである。vehicle についてはその重心の対地速度を取るのが自然であるから、これを  $V_b$  として  $V$  との関係を求める。地球に任意に固定された座標系  $e$  の原点から vehicle 重心までの位置ベクトルを  $r_b$ 、vehicle 重心からプラットホーム重心  $O_q$  までのそれを  $r_q$  とする。 $A_m$  を、4.1.2項で述べたように、 $O_q$  に一致させて置くとすれば、 $e$  系の原点から  $A_m$  に到る位置ベクトルは  $r_A = r_b + r_q$  である。そして速度  $V$  は  $r_A$  を  $e$  系内で時間微分したものであって、これを  $\dot{r}_A|_e$  の記号で表わすと、 $V = \dot{r}_A|_e = \dot{r}_b|_e + \dot{r}_q|_e$  である。 $\dot{r}_b|_e = V_b$ 、また vehicle に固定された座標系  $b$  の地球に対する角速度を  $\tilde{\omega}_b$  とすれば  $\dot{r}_q|_e = \dot{r}_q|_b + \tilde{\omega}_b \times r_q$  であるが、 $\dot{r}_q|_b = \tilde{v}_q$  のため

$$V_b = V - \tilde{v}_q - \tilde{\omega}_b \times r_q \quad (41)$$

と表わされる。 $\tilde{\omega}_b = \omega_b - \Omega$  だが、自転角速度の大きさ  $\Omega \sim 10^{-5}$  (1/sec) は  $|\omega_b|$  よりずっと小さいのが普通だから  $\tilde{\omega}_b \cong \omega_b$  として

$$V_b = V - \tilde{v}_q - \omega_b \times r_q \quad (42)$$

となる。vehicle の刻々の対地速度の正確な値はこの式で計算される。 $V$  は  $n$  系で成分表示されており、 $V_b$  の値も  $n$  系で求めるのが自然であるが、式(42)右辺で  $V$  以外のベクトルは  $b$  系で表示されるのが普通であるので、座標変換が必要になる。そのマトリクスを  $M_n^b$  とし、あるベクトル  $W$  の成分が座標系  $c$  で与えられていることを  $W^{(c)}$  の記号で表わすならば、 $V_b$  の実際の計算は次の式によることになる。

$$V_b^{(n)} = V^{(n)} - M_n^b \tilde{v}_q^{(b)} - (M_n^b \times \omega_b^{(b)}) \times (M_n^b r_q^{(b)}) \quad (43)$$

そして  $M_n^b$  は  $b$  系、 $n$  系ともに既知であるため既知となり、これが地理座標系に対する vehicle の姿勢を与える。

式(42)において、防振機構をうまく設計すれば、右辺第2項  $\tilde{v}_q$  を第3項  $\omega_b \times r_q$  に比べて無視でき、また  $r_q$  を  $b$  系内の定ベクトルとして扱ってよいと考えられ、この時には式(43)の代りに

\*すなわち、1に対して  $10^{-3}$  以上の微小量を無視するという理論上の精度要求とは別の立場から。

$$\mathbf{V}_b^{(n)} = \mathbf{V}^{(n)} - (\mathbf{M}_n^b \times \boldsymbol{\omega}_b^{(b)}) \times (\mathbf{M}_n^b \mathbf{r}_q^{(b)}) \quad (4)$$

を使うことが出来る。

#### 4.6.3 回転運動と短周期直線運動について

vehicle の回転運動は、一方向のもの（スピン）でも、ロールやピッチなどの角振動でも、すべて、慣性航法装置が計測を目的とする緯度経度の変化につながらない。特にその高周波成分は specific force  $\mathbf{a}$  の非一様性の原因となるばかりでなく（4.1.3 項）、プラットフォームの姿勢を制御するサーボモータの負荷を増大させてその円滑な動作を損なうと考えられるので、防振機構等により、出来るだけ回転の影響がプラットフォームに及ばないようにするのが望ましい。

vehicle の振動や衝撃等、短周期の直線運動についても同様なことが言える。

## 5. あとがき

本稿まででFS方式慣性航法の本論の記述を一応終る。

続稿では本稿の「若干の補足事項」の続きとしてのFS方式に固有と思われる他の諸問題について説明し、更にFS方式とNSLL方式及び他の従来方式との比較、ならびに4種類のFS方式相互間の比較を行なう予定である。

### 参考文献

- (1) 成田 正：自由表面による慣性航法Ⅱ，日本航海学会論文集第72号，pp. 13～22，昭和60年1月
- (2) 成田 正：自由表面による慣性航法Ⅰ，日本航海学会論文集第70号，pp. 39～49，昭和59年1月
- (3) 標準的な一般力学の教科書による。