



义务教育初级中学课本（试用）

数 学

单色本

第五册 A

浙江教育出版社



ISBN 7-5338-3459-3

0 1 >



9 787533 834593



义务教育初级中学课本(试用)

数 学

第五册 A

(单色本)

浙江教育出版社出版

浙江省出版公司重印

绍兴市印刷包装厂有限公司印刷

浙江省新华书店发行

开本 850×1168 1/32 印张 5.125 字数 103 000

1999年5月第3版 2004年3月第10次印刷

ISBN 7-5338-3459-3/G · 3426

定价:3.00元

批准文号:浙价商[2002]170号

举报电话:12358

如发现印、装质量问题,请与本厂联系。电话:0575-5133524

浙江省中小学教材审定委员会审定

原版 主 编:夏明华

副主编:岑 申 金才华

本册编写人员:岑 申 金才华 郑宾之

陈守礼 朱承信 鲍小曼

责 任 编 辑:张宝珍

修 订 版 顾 问:张孝达

主 编:岑 申

本册编写人员:岑 申 金才华 朱承信 应畏之

责 任 编 辑:华 琼

本册教材供初中三年级第一学期使用

G634.601

1062

t:1=3

目 录

第一章	二次根式	(1)
小 结		(21)
第二章	二次方程	(31)
小 结		(55)
✓ 第三章	二次函数	(66)
小 结		(93)
第四章	相似三角形	(105)
一	比例线段	(107)
二	相似三角形	(119)
小 结		(150)

第一章 二次根式

1.1 二次根式	(2)
阅读材料 秦九韶的三斜求积术	(5)
1.2 二次根式的化简	(5)
1.3 二次根式的加减	(8)
1.4 二次根式的乘法	(10)
1.5 二次根式的除法	(13)
1.6 二次根式运算举例	(16)
阅读材料 尺规作图	(18)

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$
$$= 0.618\dots$$



如果已知直角三角形的斜边长为 1, 一条直角边的长为 a , 那么另一条直角边长为 $\sqrt{1-a^2}$, 这个代数式就是一个二次根式.

在生活和生产实际中, 许多问题需要用二次根式来解决. 本章我们将学习二次根式的有关概念、性质和运算.

1.1 二次根式

像 \sqrt{a} ($a \geq 0$), $\sqrt{5}$, $\sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sqrt{4+b^2}$, $\sqrt{(a-b)^2}$ 这种表示算术平方根的代数式, 我们把它叫做**二次根式**. 因为在实数范围内, 负数没有平方根, 所以像 $\sqrt{-3}$, \sqrt{a} ($a < 0$) 这类式子在实数范围内没有意义.

练习

说出下列二次根式中字母 a 的取值范围:

$$\sqrt{a-1}; \sqrt{1-a}; \sqrt{\frac{1}{1+a}}; \sqrt{(1-a)^2}; \sqrt{a^2-2a+3}.$$

二次根式具有算术平方根的各个性质:

1. $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$);

2. $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0); \end{cases}$

3. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$);

4. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$).

这些性质是化简二次根式和进行计算的依据.

例 1 把下列各式分解因式:

$$(1) 4x^2 - 3; \quad (2) a^2 - 2\sqrt{5}a + 5.$$

分析: 由性质 1, 得 $3 = (\sqrt{3})^2$, $5 = (\sqrt{5})^2$. 这样就可以用公式法把以上两式分解因式.

$$\begin{aligned} \text{解: } (1) 4x^2 - 3 &= (2x)^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= (2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) a^2 - 2\sqrt{5}a + 5 &= a^2 - 2\sqrt{5}a + (\sqrt{5})^2 \\ &= (a - \sqrt{5})^2. \end{aligned}$$

说明: 本例以前我们所遇到的分解因式, 原多项式和分解后的各因式的每一项系数都是有理数, 我们称它是在有理数范围内分解因式. 像上例那样的分解因式, 原多项式或分解后的各因式中含有无理数系数, 我们就称它是在实数范围内分解因式. 今后在没有特别说明的情况下, 分解因式都要求在实数范围内进行.

例 2 化简:

$$(1) \sqrt{2^{10}}; \quad (2) \sqrt{a^4}; \quad (3) \sqrt{1-2a+a^2} \quad (a > 1).$$

$$\text{解: } (1) \sqrt{2^{10}} = \sqrt{(2^5)^2} = 2^5; \quad (\text{二次根式性质 2})$$

$$(2) \because a^2 \geq 0,$$

$$\therefore \sqrt{a^4} = \sqrt{(a^2)^2} = a^2; \quad (\text{根据什么?})$$

$$(3) \sqrt{1-2a+a^2} = \sqrt{(1-a)^2} = |1-a|.$$

$$\because a > 1,$$

$$\therefore 1-a < 0,$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{1-2a+a^2} &= |1-a| \\ &= -(1-a) = a-1.\end{aligned}$$

说明:把被开方式中能开尽的因式用它的算术平方根代替移到根号外面时,可先写成绝对值的形式,然后化去绝对值符号.

练习

1. 分别说出使下列各式成立的 a 的取值范围:

$$(1) (-\sqrt{a})^2 = a; \quad (2) \sqrt{(-a)^2} = -a;$$

$$(3) \sqrt{(a-2)^2} = 2-a.$$

2. 化简:

$$(1) \sqrt{3^6}; \quad (2) \sqrt{x^6} \ (x \leq 0);$$

$$(3) \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}; \quad (4) \sqrt{(a+3)^2} \ (a < -3).$$

3. 分解因式: $x^4 - 4$.

想一想

甲、乙两人计算当 $a = -1.5$ 时 $a - \sqrt{(a+1)^2}$ 的值,得到下列两种不同的答案,哪个正确?

$$\text{甲的解答是 } a - \sqrt{(a+1)^2} = a - (a+1) = -1;$$

$$\begin{aligned}\text{乙的解答是 } a - \sqrt{(a+1)^2} &= a + (a+1) = 2a+1 \\ &= 2 \times (-1.5) + 1 = -2.\end{aligned}$$



秦九韶的三斜求积术

我国南宋时期的数学家秦九韶(约1202~1261),在数学的整数论、高次方程等方面都取得了重大成就,被国外数学史家称为“他那个民族,他那个时代,而且确实也是所有时代最伟大的数学家之一。”秦九韶在他所著的《数书九章》第五卷中记述了“三斜求积术”。“三斜求积”即已知三角形的三边长,求它的面积.将三斜求积术用现代数学形式表达出来就得到如下公式:

$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]} \quad (\text{其中 } a, b, c \text{ 是三角}$$

形三边的长, S 是三角形的面积).

运用因式分解,我们还能把公式变得简单易记:

$$S = \sqrt{\frac{a+b+c}{2} \left(\frac{a+b+c}{2} - a \right) \left(\frac{a+b+c}{2} - b \right) \left(\frac{a+b+c}{2} - c \right)}.$$

令 $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$, 即三角形周长的一半, 得

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

古希腊人也发现了这个公式,现在人们都以古希腊数学家海伦的名字命名,把它叫做海伦公式.

1.2 二次根式的化简

为了说明问题方便,从本节起我们约定,如果没有特别

说明,根号内的字母都表示正数.先看一例:

化简下列二次根式:

$$(1) \sqrt{4a}; \quad (2) \sqrt{a^3b}; \quad (3) \sqrt{\frac{b}{2a}}.$$

解: (1) $\sqrt{4a} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{a}$ (二次根式性质 3)
 $= 2\sqrt{a};$

(2) $\sqrt{a^3b} = \sqrt{a^2 \cdot ab} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{ab};$

(3) $\sqrt{\frac{b}{2a}} = \sqrt{\frac{2ab}{(2a)^2}} = \frac{1}{2a} \sqrt{2ab}.$ (二次根式性质 4)

从上例可以看到,在二次根式化简时,如果被开方式中有因式开得尽方,可用它的算术平方根代替移到根号外面;如果被开方数中含有分母,应化去分母.经这样化简后得到的二次根式就是最简二次根式.

练习

下列各式哪些是最简二次根式,哪些不是?

$$\sqrt{5a}, \quad \sqrt{8a}, \quad \sqrt{\frac{c}{9}}, \quad \sqrt{a^2+b^2}, \quad \sqrt{a^3}.$$

例 1 把下列二次根式化简:

$$(1) \sqrt{27a^3b^2}; \quad (2) \sqrt{\frac{b^2}{8a^3}}; \quad (3) \sqrt{\frac{a+5}{a-5}} \quad (a>5).$$

解: (1) $\sqrt{27a^3b^2} = \sqrt{3^2a^2b^2 \cdot 3a} = 3ab\sqrt{3a};$

(2) $\sqrt{\frac{b^2}{8a^3}} = \sqrt{\frac{b^2 \cdot 2a}{8a^3 \cdot 2a}} = \frac{b}{4a^2} \sqrt{2a};$

$$(3) \sqrt{\frac{a+5}{a-5}} = \sqrt{\frac{(a+5)(a-5)}{(a-5)^2}} = \frac{1}{|a-5|} \sqrt{a^2-25}.$$

$$\because a > 5,$$

$$\therefore a-5 > 0,$$

$$\therefore \sqrt{\frac{a+5}{a-5}} = \frac{1}{|a-5|} \sqrt{a^2-25} = \frac{1}{a-5} \sqrt{a^2-25}.$$

例 2 化简:

$$(1) \frac{10}{a} \sqrt{0.1a^3b^3}; \quad (2) -\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2}{y}} \quad (x < 0).$$

$$\begin{aligned} \text{解: } (1) \frac{10}{a} \sqrt{0.1a^3b^3} &= \frac{10}{a} \cdot \sqrt{\frac{a^3b^3}{10}} = \frac{10}{a} \sqrt{\frac{10a^3b^3}{10^2}} \\ &= \frac{10}{a} \cdot \frac{ab}{10} \sqrt{10ab} = b \sqrt{10ab}; \end{aligned}$$

$$(2) \because x < 0,$$

$$\begin{aligned} \therefore -\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2}{y}} &= -\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2y}{y^2}} = -\frac{y}{x} \cdot \frac{|x|}{y} \sqrt{y} \\ &= -\frac{y}{x} \cdot \frac{-x}{y} \sqrt{y} = \sqrt{y}. \end{aligned}$$

练习

1. 下列二次根式中, 哪些是最简二次根式, 哪些不是? 如果不是, 把它化成最简二次根式.

$$(1) \sqrt{45}; \quad (2) \sqrt{17}; \quad (3) \sqrt{\frac{1}{2}};$$

$$(4) \sqrt{7a^7}; \quad (5) \sqrt{\frac{b}{3a}}; \quad (6) \sqrt{a-7} \quad (a \geq 7);$$

$$(7) \sqrt{3x^4y}; \quad (8) \sqrt{\frac{1}{a+6}}.$$

2. 化简:

$$(1) x^2 \sqrt{\frac{1}{8x^3}}; \quad (2) \frac{1}{a-b} \sqrt{(a-b)^2 b} \quad (b > a);$$

$$(3) x \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{x^2}}.$$

想一想

下列化简是否正确? 如果不正确, 应怎样改正?

$$1. 2\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2^2 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{2}.$$

$$2. a\sqrt{\frac{1}{|a|}} = \sqrt{a^2 \times \frac{1}{|a|}} = \sqrt{a} \quad (a < 0).$$

1.3 二次根式的加减

先看一例.

$$\text{计算: (1) } \sqrt{32} - \frac{1}{2}\sqrt{8} + \sqrt{\frac{1}{2}}; \quad (2) \sqrt{4a^3b} - a\sqrt{ab}.$$

$$\begin{aligned} \text{解: (1) } & \sqrt{32} - \frac{1}{2}\sqrt{8} + \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= 4\sqrt{2} - \sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ &= (4 - 1 + \frac{1}{2})\sqrt{2} = \frac{7}{2}\sqrt{2}; \end{aligned}$$

(2) 先把 $\sqrt{4a^3b}$ 化简, 再计算.

$$\begin{aligned} \sqrt{4a^3b} - a\sqrt{ab} &= 2a\sqrt{ab} - a\sqrt{ab} \\ &= (2a - a)\sqrt{ab} = a\sqrt{ab}. \end{aligned}$$

从上例看到, 二次根式的加减可以归结为:

1. 先把各二次根式化简成最简二次根式；
2. 把被开方式相同的最简二次根式像合并同类项那样进行合并.

例 1 计算：

$$(1) (3\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{1}{2}}) - (8\sqrt{0.125} - 6\sqrt{\frac{1}{12}});$$

$$(2) \frac{1}{3}\sqrt{9x} - 4\sqrt{\frac{x}{4}} + 2x\sqrt{\frac{1}{x}}.$$

解：(1) $\because 8\sqrt{0.125} = 8\sqrt{\frac{1}{8}} = 8\sqrt{\frac{2}{8 \times 2}} = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore \text{原式} = (9\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) - (2\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$= 9\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$= 10\sqrt{3} - 5\sqrt{2};$$

$$(2) \text{原式} = \sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} = \sqrt{x}.$$

例 2 计算： $\sqrt{\frac{x^2+9}{3x}} + 2 + \sqrt{\frac{x^2+9}{3x}} - 2$ ($x > 3$).

解：原式 = $\sqrt{\frac{x^2+6x+9}{3x}} + \sqrt{\frac{x^2-6x+9}{3x}}$

$$= \sqrt{\frac{(x+3)^2 \cdot 3x}{(3x)^2}} + \sqrt{\frac{(x-3)^2 \cdot 3x}{(3x)^2}}$$

$$= \frac{x+3}{3x} \sqrt{3x} + \frac{x-3}{3x} \sqrt{3x}$$

$$= \left(\frac{x+3}{3x} + \frac{x-3}{3x}\right) \sqrt{3x} = \frac{2}{3} \sqrt{3x}.$$

练习

计算：

1. $\sqrt{28} + 9\sqrt{112}$. 2. $\sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{27}} - \sqrt{\frac{1}{3}}$.

3. $x\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{4y} - \frac{\sqrt{x}}{2} + y\sqrt{\frac{1}{y}}$.

4. $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ($b^2 > 4ac$).

5. $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \frac{3}{4}(\sqrt{2} - \sqrt{27})$.

6. $(4b\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{2}{a}\sqrt{a^3b}) - (3a\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{9ab})$.

想一想

下列计算哪些正确，哪些不正确？

1. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$.

2. $a + \sqrt{b} = a\sqrt{b}$.

3. $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a-b}$.

4. $a\sqrt{a} + b\sqrt{a} = (a+b)\sqrt{a}$.

5. $\frac{1}{3}\sqrt{3a} - \frac{1}{2}\sqrt{2a} = \sqrt{a} - \sqrt{a} = 0$.

1.4 二次根式的乘法

先看一例.

用电子计算器计算： $\sqrt{130} \cdot \sqrt{0.2}$ (结果保留四个有效数字).

由二次根式性质 3, 得 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, 因此我们

可以这样来计算：

$$\begin{aligned}\sqrt{130} \cdot \sqrt{0.2} &= \sqrt{130 \times 0.2} = \sqrt{26} = 5.09901\cdots \\ &\approx 5.099.\end{aligned}$$

从上例可以看到，二次根式相乘，仍得二次根式，被开方数的积作为积的被开方数。

例 1 计算：

$$(1) \sqrt{60} \cdot \sqrt{\frac{5}{6}}; \quad (2) a\sqrt{\frac{3bc}{a}} \cdot 2\sqrt{\frac{2ac}{b}}.$$

$$\begin{aligned}\text{解： (1) } \sqrt{60} \cdot \sqrt{\frac{5}{6}} &= \sqrt{60 \times \frac{5}{6}} \\ &= \sqrt{50} = 5\sqrt{2};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) a\sqrt{\frac{3bc}{a}} \cdot 2\sqrt{\frac{2ac}{b}} &= 2a\sqrt{\frac{3bc}{a} \cdot \frac{2ac}{b}} \\ &= 2a\sqrt{6c^2} = 2\sqrt{6}ac.\end{aligned}$$

注意 运算结果中含有的二次根式，一般要化成最简二次根式。

例 2 计算：

$$(1) \left(\sqrt{\frac{3}{8}} - 3\sqrt{3}\right)\sqrt{6};$$

$$(2) (2 - \sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2});$$

$$(3) (2\sqrt{x} - \sqrt{y})(2\sqrt{x} + \sqrt{y}).$$

$$\begin{aligned}\text{解： (1) } \left(\sqrt{\frac{3}{8}} - 3\sqrt{3}\right)\sqrt{6} \\ = \sqrt{\frac{3}{8}} \cdot \sqrt{6} - 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}\end{aligned}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{8}} \times 6 - 3\sqrt{3 \times 6} = \frac{3}{2} - 9\sqrt{2};$$

$$(2) (2 - \sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = 6 + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4 \\ = 2 + \sqrt{2};$$

$$(3) (2\sqrt{x} - \sqrt{y})(2\sqrt{x} + \sqrt{y}) \\ = (2\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = 4x - y.$$

上面这类运算与整式的乘法类似. 当二次根式的乘法适用乘法公式时, 我们可以运用乘法公式进行计算.

练习

1. 计算:

$$(1) \sqrt{11} \cdot \sqrt{2}; \quad (2) 2\sqrt{0.1} \cdot 5\sqrt{20};$$

$$(3) \sqrt{\frac{4}{5}} \cdot (-\sqrt{125}); \quad (4) \sqrt{6x} \cdot 2\sqrt{2x};$$

$$(5) \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}} \cdot \frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}; \quad (6) \sqrt{\frac{a}{2b}} \cdot (-2\sqrt{ab}) \cdot 3\sqrt{b}.$$

2. 计算:

$$(1) (\sqrt{12} - 3\sqrt{75}) \cdot \sqrt{3};$$

$$(2) (\sqrt{2} + 2\sqrt{12} - \sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3};$$

$$(3) \left(\frac{\sqrt{5}}{3} - 2\sqrt{3} \right) \left(3\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{3} \right);$$

$$(4) (2\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y});$$

$$(5) \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2.$$

想一想

求一元二次方程 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 的两根, 并计算两根的和与两

根的积.看一看,这个和与积与方程的一次项与常数项有什么关系?再换一个二次项系数为1的一元二次方程试一试,你能发现其中有什么规律吗?

1.5 二次根式的除法

先看一例.

计算: $\sqrt{45} \div \sqrt{5}$.

由二次根式性质 4, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$,

$$\therefore \sqrt{45} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3.$$

从上例可以看到,二次根式相除,仍得二次根式,被开方数相除所得的商作为商的被开方数.

例 1 (1) $\sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{\frac{5}{9}}$;

(2) $4\sqrt{6a^3} \div 2\sqrt{\frac{a}{3}}$.^①

解: (1) $\sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{\frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{5}{3} \div \frac{5}{9}}$
 $= \sqrt{\frac{5}{3} \times \frac{9}{5}} = \sqrt{3}.$

(2) $4\sqrt{6a^3} \div 2\sqrt{\frac{a}{3}} = 2\sqrt{6a^3 \div \frac{a}{3}}$

① 类似于单项式相除,二次根式相除,如 $(4\sqrt{6a^3}) \div (2\sqrt{\frac{a}{3}})$,

$(x\sqrt{x}) \div (\frac{x}{x-1}\sqrt{x^3})$ 等,其中的括号通常省略.