

 文都教育®

2019
考研数学

全国硕士研究生招生考试

线性代数辅导讲义

Mathematics

文都考研数学命题研究组 策划

汤家凤 编著

名师编写 指点迷津 系统详解 夯实基础
总结技巧 攻破考点 精选习题 快速提高

M 
athematics

封底二维码验证真伪

编号: 18003000578231

中国原子能出版社

 文都教育®

2019 考研数学

买正版图书 听精品课程

全国硕士研究生招生考试

线性代数辅导讲义

为了保障考生、作者及出版社等多方的利益,文都教育特作如下郑重声明:

1. 对制作、销售盗版图书的网店、个人,一经发现,文都教育将严厉追究其法律责任;
2. 凡文都图书代理商、合作单位非法制作、销售盗版图书的,一经发现,取消其代理、合作资格,并依法追究其法律责任;
3. 对为打击盗版图书提供重要线索、证据者,文都图书事业部将给予奖励;对举报者为参加考研的考生,文都图书事业部将免费提供资料和考前预测试卷。

RFID

文都考研数学命题研究组 策划

汤家凤 编著

文都图书事业部地址:北京市海淀区中关村大街文都图书大厦11层
全国各地举报电话:010-88820419, 15488713672

电子邮箱:wen_du@wendu.com.cn 文都图书事业部地址:北京市海淀区中关村大街文都图书大厦11层

为方便考生

登录文都教育在线

中国原子能出版社

网址: <http://www.wendu.com.cn> E-mail: wen_du@wendu.com.cn

发行电话: 010-88820419

图书在版编目(CIP)数据

全国硕士研究生招生考试线性代数辅导讲义 / 汤家
凤编著. —北京: 中国原子能出版社, 2017. 11(2018. 3 重印)
ISBN 978-7-5022-8667-5

I. ①全… II. ①汤… III. ①线性代数-硕士生入学
考试-自学参考资料 IV. ①O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 283045 号

全国硕士研究生招生考试线性代数辅导讲义

出版发行 中国原子能出版社(北京市海淀区阜成路 43 号 100048)

责任编辑 张梅

特约编辑 何妍妍

印刷 三河市祥宏印务有限公司

经销 全国新华书店

开本 787mm×1092mm 1/16

印张 13.25 字数 330 千字

版次 2017 年 11 月第 1 版 2018 年 3 月第 3 次印刷

书号 ISBN 978-7-5022-8667-5 定价 38.00 元

网址: <http://www.aep.com.cn>

E-mail: atomep123@126.com

发行电话: 010-68452845

版权所有 侵权必究

郑重声明

买正版图书 听精品课程

文都考研数学独家师资汤家凤老师主编的《全国硕士研究生招生考试线性代数辅导讲义》《全国硕士研究生招生考试高等数学辅导讲义》等系列图书因其独特的编写切入点以及对学科命题特点的独到把握而深受广大考生欢迎。

但当前某些机构和个人非法盗印汤家凤老师的图书,这类图书印制质量差,错误百出,不仅使考生蒙受金钱与精力的损失,而且误导考生,甚至毁掉考生的研究生考试前程。

为了保障考生、作者及出版社等多方的利益,文都教育特发如下郑重声明:

1. 对制作、销售盗版图书的网店、个人,一经发现,文都教育将严厉追究其法律责任;
2. 凡文都图书代理商、合作单位参与制作、销售盗版图书的,立即取消其代理、合作资格,并依法追究其法律和相关经济责任;
3. 对为打击盗版图书提供重要线索、证据者,文都图书事业部将给予奖励;若举报者为参加考研的考生,文都图书事业部将免费提供考研图书资料和考前预测试卷。

全国各地举报电话:010-88820419,13488713672

电子邮箱:tousu@wendu.com

为方便考生使用考研数学系列正版图书,特提供网上增值服务,考生登录文都教育在线(www.wendu.com)可听取汤家凤老师的精品课程。

中国原子能出版社
世纪文都教育科技集团股份有限公司
授权律师:北京市安诺律师事务所

刘岩

2017年11月

前 言

线性代数是全国硕士研究生招生考试数学考试中必考的内容,从历年考试的情况看,很多考生对线性代数知识掌握得不太理想,甚至没有弄清楚其中很多基本原理。作者编写本书目的是为广大复习线性代数的考生在阅读教材的基础上进一步系统复习提供辅导。本书共分为六章,分别为行列式、矩阵、向量、线性方程组、特征值和特征向量、二次型及其标准形。

本书特色:

1. 对知识体系进行概括总结

无论是高等数学、线性代数还是概率统计,对知识体系全面、透彻地理解非常重要。本书按照线性代数复习需要抓住的两条主线入手进行系统总结,展开分析。一条主线是行列式、矩阵、向量组作为研究方程组的三大工具与方程组解的关系以及它们之间的联系;另一条主线是特征值与特征向量、矩阵的对角化作为工具如何应用于二次型的标准化。本书每一章都按照体系给出需要掌握的基本概念、基本原理、基本性质,特别注重性质之间联系的总结,在关键的概念、原理和性质后面都进行了注解,并且重要内容都给出了巩固题型,这样有助于对相应部分的内容的理解和掌握,同时有助于理解各内容之间的本质联系。

2. 对每个部分的基本题型进行分类

在理解基本概念、原理和性质的基础上,本书各部分均给出了典型的综合题型,按题型进行分类概括,给出了规范、详尽的解答,力求简明扼要,有些题目给出了多种解法。这一部分将考研涉及的线性代数题型进行全面分类,既有助于基本知识的掌握,又有助于适应考试题型。

3. 各部分给出练习题及解答

每个部分都给出了供读者检测掌握情况的练习题,包括填空题、选择题、计算与证明题。题型全面,所设计的题目既注重基础知识的掌握,又有相当的综合性,对提高读者计算能力、熟练使用基本原理解决问题的能力非常有用。同时题后附有答案与解析,完全满足读者检测的需求,快捷提高应试能力。

由于编者水平所限,不足之处在所难免,望广大读者批评指正。

编 者

2017年11月于南京

文都图书邮购目录

| 序号 | 书名 | 开本 | 定价 | 作者 | 出版时间 | 出版社 |
|-------------------|------------------------------|----|------|------------|----------|-------|
| 考研综合指导系列 | | | | | | |
| 1 | 2019《考研专业院校选择指南》 | 32 | 15 | 任燕翔 | 已出版 | 中国原子能 |
| 2 | 2019《7天攻克考研复试英语》 | 32 | 18 | 何凯文 张爱媛 | 2018年11月 | 中国原子能 |
| 3 | 2019《7天攻克考研复试面试》 | 32 | 22 | 张爱媛 | 2018年11月 | 中国原子能 |
| 考研思想政治理论系列 | | | | | | |
| 4 | 2019《考研政治考点精华》 | 32 | 18 | 万磊 | 已出版 | 中国原子能 |
| 5 | 2019《考研政治早知道:马原专项突破》 | 32 | 15 | 任燕翔 | 已出版 | 中国原子能 |
| 6 | 2019《考研政治逻辑体系——图、解、题》 | 16 | 30 | 常成 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 7 | 2019《考研思想政治理论高频考点与备考策略》 | 32 | 25 | 蒋中挺 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 8 | 2019《考研思想政治理论复习全书》 | 16 | 58 | 蒋中挺 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 9 | 2019《考研思想政治理论历年真题详解》 | 16 | 29.8 | 蒋中挺 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 10 | 2019《考研政治历年真题剖析与复习攻略》 | 16 | 25 | 任燕翔 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 11 | 2019《考研思想政治理论历年真题精析与实战演练》 | 16 | 35 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 12 | 2019《考研政治核心考点解密》 | 16 | 52 | 万磊 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 13 | 2019《考研思想政治理论强化通关800题》 | 16 | 56 | 蒋中挺 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 14 | 2019《考研政治强化特训1200题》 | 16 | 52 | 任燕翔 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 15 | 2019《考研政治解题技巧实战秘籍》 | 16 | 25 | 万磊 | 2018年5月 | 中国原子能 |
| 16 | 2019《考研思想政治理论客观题应试宝典》 | 64 | 15 | 蒋中挺 | 2018年5月 | 中国原子能 |
| 17 | 2019《考研思想政治理论全真模拟8套卷》 | 16 | 32 | 万磊 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 18 | 2020《考研政治早知道:马原专项突破》 | 32 | 15 | 任燕翔 | 2018年9月 | 中国原子能 |
| 19 | 2020《考研政治考点精华》 | 32 | 18 | 万磊 | 2018年9月 | 中国原子能 |
| 20 | 2019《考研思想政治理论主观题应试宝典》 | 32 | 16 | 任燕翔 | 2018年9月 | 中国原子能 |
| 21 | 2019《考研思想政治理论冲刺考点必背》 | 16 | 20 | 蒋中挺 | 2018年9月 | 中国原子能 |
| 22 | 2019《考研思想政治理论形势与政策热点剖析及命题预测》 | 32 | 19.8 | 蒋中挺 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 23 | 2019《考研思想政治理论真题预测百分百》 | 32 | 22 | 蒋中挺 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 24 | 2019《考研政治考前必背20题》 | 32 | 18 | 万磊 | 2018年11月 | 中国原子能 |
| 25 | 2019《考研思想政治理论终极预测6套卷》 | 16 | 25 | 万磊 | 2018年11月 | 中国原子能 |
| 26 | 2019《考研思想政治理论绝对考场最后五套题》 | 8 | 24 | 蒋中挺 | 2018年11月 | 中国原子能 |
| 27 | 2019《考研思想政治理论考前预测4套卷》 | 16 | 20 | 任燕翔 | 2018年11月 | 中国原子能 |
| 考研英语系列 | | | | | | |
| 28 | 2019《考研英语必考词汇突破全书》 | 16 | 48 | 何凯文 | 已出版 | 中国原子能 |
| 29 | 2019《考研英语长难句解密》 | 16 | 26 | 何凯文 | 已出版 | 中国原子能 |
| 30 | 2019《考研英语长难句解密》(辅导班专用版) | 16 | 20 | 何凯文 | 已出版 | 中国原子能 |
| 31 | 2019《考研词汇速记指南》 | 16 | 52 | 刘一男 | 已出版 | 中国原子能 |
| 32 | 2019《考研词汇速记指南》(辅导班专用版) | 16 | 46 | 刘一男 | 已出版 | 中国原子能 |
| 33 | 2019《考研英语高频核心词汇速记》 | 16 | 38 | 谭剑波 | 已出版 | 中国原子能 |
| 34 | 2019《考研英语必考词组734大冲关》 | 32 | 19.8 | 赵敏 | 已出版 | 中国原子能 |
| 35 | 2019《考研英语基础语法5332大冲关》 | 32 | 19.8 | 赵敏 | 已出版 | 中国原子能 |
| 36 | 2019《考研英语语法真经》 | 32 | 19.8 | 何威威 | 已出版 | 中国原子能 |
| 37 | 2019《考研英语核心语法通关宝典》 | 32 | 18 | 王泉 | 已出版 | 中国原子能 |
| 38 | 2019《考研英语阅读同源外刊时文精析》 | 16 | 42 | 何凯文 | 已出版 | 中国原子能 |
| 39 | 2019《考研英语基础进阶突破》 | 32 | 16 | 徐可风 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 40 | 2019《考研英语阅读思路解析》 | 16 | 65 | 何凯文 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 41 | 2019《考研英语阅读思路解析》(辅导班专用版) | 16 | 48 | 何凯文 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 42 | 2019《考研英语写作高分攻略》 | 16 | 36 | 何凯文 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 43 | 2019《考研英语写作高分攻略》(辅导班专用版) | 16 | 28 | 何凯文 | 2018年3月 | 中国原子能 |

| 序号 | 书名 | 开本 | 定价 | 作者 | 出版时间 | 出版社 |
|---------------|---|----|----|-----|----------|--------|
| 44 | 2019《考研英语历年真题全解析》 | 16 | 75 | 何凯文 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 45 | 2019《考研英语完形·新题型高分攻略》 | 16 | 24 | 谭剑波 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 46 | 2019《考研英语(一)写作高分宝典》 | 16 | 24 | 谭剑波 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 47 | 2019《考研英语(一)阅读高分宝典》 | 16 | 52 | 谭剑波 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 48 | 2019《考研英语历年真题精析:命题剖析与复习指导》 | 16 | 56 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 49 | 2020《考研英语必考词汇突破全书》 | 16 | 60 | 何凯文 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 50 | 2020《考研英语必考词汇突破全书》(辅导班专用版) | 16 | 50 | 何凯文 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 51 | 2020《考研英语长难句解密》 | 16 | 28 | 何凯文 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 52 | 2020《考研英语长难句解密》(辅导班专用版) | 16 | 22 | 何凯文 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 53 | 2020《考研词汇速记指南》 | 16 | 58 | 刘一男 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 54 | 2020《考研词汇速记指南》(辅导班专用版) | 16 | 50 | 刘一男 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 55 | 2019《考研英语翻译大冲关》 | 32 | 26 | 赵敏 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 56 | 2020《考研英语必考词组 734 大冲关》 | 32 | 26 | 赵敏 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 57 | 2020《考研英语高频核心词汇速记》 | 16 | 48 | 谭剑波 | 2018年5月 | 中国原子能 |
| 58 | 2020《考研英语基础语法 5332 大冲关》 | 32 | 26 | 赵敏 | 2018年5月 | 中国原子能 |
| 59 | 2020《考研英语语法真经》 | 32 | 26 | 何威威 | 2018年5月 | 中国原子能 |
| 60 | 2020《考研英语核心语法通关宝典》 | 32 | 22 | 王泉 | 2018年6月 | 中国原子能 |
| 61 | 2020《考研英语阅读同源外刊时文精析》 | 16 | 50 | 何凯文 | 2018年9月 | 中国原子能 |
| 62 | 2019《考研英语写作考前冲刺 20 篇》 | 32 | 18 | 何凯文 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 63 | 2019《考研英语绝对考场最后六套题》 | 8 | 26 | 何凯文 | 2018年11月 | 中国原子能 |
| 考研数学系列 | | | | | | |
| 64 | 2019《全国硕士研究生入学统一考试概率论与数理统计辅导讲义》(辅导班专用版) | 16 | 28 | 余丙森 | 已出版 | 中国原子能 |
| 65 | 《考研数学必备手册》 | 64 | 5 | 文都 | 已出版 | 中国原子能 |
| 66 | 2019《全国硕士研究生招生考试概率论与数理统计辅导讲义》 | 16 | 38 | 余丙森 | 已出版 | 中国原子能 |
| 67 | 2019《全国硕士研究生招生考试高等数学辅导讲义》(辅导班专用版) | 16 | 32 | 汤家凤 | 已出版 | 中国原子能 |
| 68 | 2019《全国硕士研究生招生考试高等数学辅导讲义》 | 16 | 38 | 汤家凤 | 已出版 | 中国原子能 |
| 69 | 2019《全国硕士研究生招生考试线性代数辅导讲义》(辅导班专用版) | 16 | 28 | 汤家凤 | 已出版 | 中国原子能 |
| 70 | 2019《全国硕士研究生招生考试线性代数辅导讲义》 | 16 | 38 | 汤家凤 | 已出版 | 中国原子能 |
| 71 | 2019《考研数学常考题型解题方法技巧归纳·数学一》 | 16 | 75 | 毛纲源 | 2017年11月 | 华中科技大学 |
| 72 | 2019《考研数学常考题型解题方法技巧归纳·数学二》 | 16 | 75 | 毛纲源 | 2017年11月 | 华中科技大学 |
| 73 | 2019《考研数学常考题型解题方法技巧归纳·数学三》 | 16 | 75 | 毛纲源 | 2017年11月 | 华中科技大学 |
| 74 | 2019《考研数学复习大全·数学一》 | 16 | 78 | 汤家凤 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 75 | 2019《考研数学复习大全·数学二》 | 16 | 68 | 汤家凤 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 76 | 2019《考研数学复习大全·数学三》 | 16 | 72 | 汤家凤 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 77 | 2019《考研数学接力题典 1800·数学一》 | 16 | 66 | 汤家凤 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 78 | 2019《考研数学接力题典 1800·数学二》 | 16 | 66 | 汤家凤 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 79 | 2019《考研数学接力题典 1800·数学三》 | 16 | 66 | 汤家凤 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 80 | 2019《考研数学 15 年真题解析与方法指导·数学一》 | 16 | 32 | 汤家凤 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 81 | 2019《考研数学 15 年真题解析与方法指导·数学二》 | 16 | 32 | 汤家凤 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 82 | 2019《考研数学 15 年真题解析与方法指导·数学三》 | 16 | 32 | 汤家凤 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 83 | 2019《考研数学历年真题分题型详解·数学一》 | 16 | 68 | 毛纲源 | 2018年3月 | 华中科技大学 |
| 84 | 2019《考研数学历年真题分题型详解·数学二》 | 16 | 54 | 毛纲源 | 2018年3月 | 华中科技大学 |
| 85 | 2019《考研数学历年真题分题型详解·数学三》 | 16 | 66 | 毛纲源 | 2018年3月 | 华中科技大学 |
| 86 | 2019《考研数学绝对考场最后八套题·数学一》 | 8 | 25 | 汤家凤 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 87 | 2019《考研数学绝对考场最后八套题·数学二》 | 8 | 25 | 汤家凤 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 88 | 2019《考研数学绝对考场最后八套题·数学三》 | 8 | 25 | 汤家凤 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 89 | 2020《考研数学常考题型解题方法技巧归纳·数学一》 | 16 | 75 | 毛纲源 | 2018年10月 | 华中科技大学 |
| 90 | 2020《考研数学常考题型解题方法技巧归纳·数学二》 | 16 | 75 | 毛纲源 | 2018年10月 | 华中科技大学 |

| 序号 | 书名 | 开本 | 定价 | 作者 | 出版时间 | 出版社 |
|-----------------|---------------------------------|----|-----|-----------------|----------|--------|
| 91 | 2020《考研数学常考题型解题方法技巧归纳·数学三》 | 16 | 75 | 毛纲源 | 2018年10月 | 华中科技大学 |
| 92 | 2020《全国硕士研究生招生考试高等数学辅导讲义》 | 16 | 38 | 汤家凤 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 93 | 2020《全国硕士研究生招生考试线性代数辅导讲义》 | 16 | 38 | 汤家凤 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 94 | 2020《全国硕士研究生入学统一考试概率论与数理统计辅导讲义》 | 16 | 38 | 余丙森 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 95 | 2020《考研数学复习大全·数学一》 | 16 | 78 | 汤家凤 | 2018年12月 | 中国原子能 |
| 96 | 2020《考研数学复习大全·数学二》 | 16 | 68 | 汤家凤 | 2018年12月 | 中国原子能 |
| 97 | 2020《考研数学复习大全·数学三》 | 16 | 72 | 汤家凤 | 2018年12月 | 中国原子能 |
| 98 | 2020《考研数学接力题典1800·数学一》 | 16 | 66 | 汤家凤 | 2018年12月 | 中国原子能 |
| 99 | 2020《考研数学接力题典1800·数学二》 | 16 | 66 | 汤家凤 | 2018年12月 | 中国原子能 |
| 100 | 2020《考研数学接力题典1800·数学三》 | 16 | 66 | 汤家凤 | 2018年12月 | 中国原子能 |
| 考研专业硕士系列 | | | | | | |
| 101 | 《管理类联考综合能力数学必备公式手册》 | 64 | 4.2 | 文都 | 已出版 | 中国原子能 |
| 102 | 2019《考研英语(二)阅读强化特训60篇》 | 16 | 40 | 谭剑波 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 103 | 2019《管理类联考综合能力数学复习大全》 | 16 | 48 | 郭传德 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 104 | 2019《管理类联考综合能力数学高分必备》 | 16 | 40 | 仲毅 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 105 | 2019《考研英语(二)基础进阶突破》 | 32 | 18 | 徐可风 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 106 | 2019《考研英语(二)写作高分突破》 | 16 | 30 | 王泉 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 107 | 2019《考研英语(二)历年真题全解析》 | 16 | 65 | 何凯文 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 108 | 2019《考研英语(二)历年真题详解》 | 16 | 58 | 谭剑波 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 109 | 2019《考研英语(二)历年真题精析:命题剖析与复习指导》 | 16 | 35 | 邵宁 | 2018年3月 | 现代教育 |
| 110 | 2019《考研英语(二)写作高分必备》 | 32 | 24 | 谭剑波 | 2018年3月 | 现代教育 |
| 111 | 2019《管理类联考综合能力数学历年真题精析》 | 16 | 45 | 仲毅 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 112 | 2019《管理类联考综合能力数学历年真题与分类精析》 | 16 | 50 | 郭传德 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 113 | 2019《管理类经济类联考综合能力逻辑复习指南》 | 16 | 68 | 崔瑞 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 114 | 2019《管理类经济类联考综合能力逻辑历年真题全解析》 | 16 | 62 | 崔瑞 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 115 | 2019《管理类经济类联考综合能力写作复习指南》 | 16 | 50 | 常成 | 2018年3月 | 现代教育 |
| 116 | 2019《管理类经济类联考综合能力逻辑写作一本通》 | 16 | 52 | 王诚 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 117 | 2019《管理类经济类联考综合能力逻辑精讲精练500题》 | 16 | 58 | 崔瑞 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 118 | 2020《考研英语(二)阅读强化特训60篇》 | 16 | 40 | 谭剑波 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 119 | 2019《考研英语(二)全真模拟6套卷》 | 16 | 30 | 谭剑波 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 120 | 2019《考研英语(二)写作考前冲刺万用魔板》 | 32 | 16 | 谭剑波 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 121 | 2019《管理类经济类联考综合能力:写作秘籍18篇》 | 32 | 18 | 王帅 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 122 | 2019《管理类联考综合能力绝对考场最后五套题》 | 16 | 20 | 郭传德 崔瑞 常成 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 123 | 2019《考研英语(二)绝对考场最后五套题》 | 8 | 24 | 文都 | 2018年11月 | 中国原子能 |
| 考研西医综合系列 | | | | | | |
| 124 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)考点速记》 | 16 | 48 | 魏保生 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 125 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)历年真题精析》 | 16 | 80 | 魏保生 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 126 | 2020《考研临床医学综合能力(西医)备考指导》 | 32 | 20 | 杨净 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 127 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)通关必练4500题》 | 16 | 92 | 杨净 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 128 | 2020《考研临床医学综合能力(西医)辅导讲义》 | 16 | 98 | 王棋然 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 129 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)历年真题精析》 | 16 | 48 | 王棋然 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 130 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)全真模拟题集》 | 16 | 58 | 王棋然 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 131 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)病例分析题技巧》 | 16 | 42 | 杨净 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 132 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)全真模拟试题卷及精析》 | 16 | 38 | 魏保生 | 2018年5月 | 中国原子能 |
| 133 | 2020《考研临床医学综合能力(西医)全程进阶8000题》 | 16 | 128 | 王棋然 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 134 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)最后密押五套卷》 | 16 | 22 | 魏保生 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 135 | 2019《考研临床医学综合能力(西医)速记宝典》 | 32 | 28 | 杨净 | 2018年9月 | 中国原子能 |

| 序号 | 书名 | 开本 | 定价 | 作者 | 出版时间 | 出版社 |
|-------------------------------|--------------------------------|----|-----|------------|----------|--------|
| 考研中医综合系列 | | | | | | |
| 136 | 2019《考研临床医学综合能力(中医)辅导讲义》 | 16 | 145 | 张凤瑞 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 137 | 2019《考研临床医学综合能力(中医)历年真题精析》 | 16 | 85 | 张凤瑞 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 考研计算机/教育学/历史学/心理学专业课系列 | | | | | | |
| 138 | 2019《考研专业课教育学基础综合辅导讲义》 | 16 | 72 | 段会冬 | 2018年3月 | 现代教育 |
| 139 | 2019《考研专业课历史学基础综合辅导讲义》 | 16 | 82 | 李浩然 任燕翔 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 140 | 2019《心理学考研高而基:知识精讲》 | 16 | 75 | 迷死他赵 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 141 | 2019《心理学考研大表哥:核心表格》 | 16 | 40 | 迷死他赵 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 142 | 2019《心理学考研阿范题:刷题宝典》 | 16 | 88 | 迷死他赵 | 2018年4月 | 中国原子能 |
| 143 | 2019《心理学考研背高分:背诵手册》 | 16 | 20 | 迷死他赵 | 2018年5月 | 中国原子能 |
| 144 | 2019《心理学考研模模答:押题密卷》 | 16 | 20 | 迷死他赵 | 2018年10月 | 中国原子能 |
| 大学英语四六级系列 | | | | | | |
| 145 | 《30天攻克大学英语四六级词汇》 | 32 | 38 | 何威威 | 2018年1月 | 现代教育 |
| 146 | 2018《大学英语四六级高频核心词汇速记》 | 16 | 36 | 谭剑波 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 147 | 2018《大学英语四级考试听力口语高分指南》 | 32 | 38 | 谭剑波 | 2018年2月 | 现代教育 |
| 148 | 《四六级词汇速记指南》 | 16 | 42 | 刘一男 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 149 | 2018.06《大学英语四级考试真题精析与标准预测》 | 16 | 58 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 150 | 2018.06《大学英语六级考试真题精析与标准预测》 | 16 | 58 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 151 | 2018.12《大学英语四级考试真题精析与标准预测》 | 16 | 58 | 文都 | 2018年7月 | 中国原子能 |
| 152 | 2018.12《大学英语六级考试真题精析与标准预测》 | 16 | 58 | 文都 | 2018年7月 | 中国原子能 |
| 大学同步辅导系列 | | | | | | |
| 153 | 《高等数学解题方法技巧归纳(上册)》 | 16 | 52 | 毛纲源 | 已出版 | 华中科技大学 |
| 154 | 《高等数学解题方法技巧归纳(下册)》 | 16 | 52 | 毛纲源 | 已出版 | 华中科技大学 |
| 155 | 《线性代数解题方法技巧归纳》 | 16 | 48 | 毛纲源 | 已出版 | 华中科技大学 |
| 156 | 《概率论与数理统计解题方法技巧归纳》 | 16 | 52 | 毛纲源 | 已出版 | 华中科技大学 |
| 157 | 《经济数学(微积分)解题方法技巧归纳》 | 16 | 68 | 毛纲源 | 已出版 | 华中科技大学 |
| 158 | 《经济数学(线性代数)解题方法技巧归纳》 | 16 | 46 | 毛纲源 | 已出版 | 华中科技大学 |
| 159 | 《经济数学(概率论与数理统计)解题方法技巧归纳》 | 16 | 56 | 毛纲源 | 已出版 | 华中科技大学 |
| 160 | 《高等数学大学同步辅导教程(上册)》 | 16 | 58 | 汤家凤 | 已出版 | 中国原子能 |
| 161 | 《高等数学大学同步辅导教程(下册)》 | 16 | 48 | 汤家凤 | 已出版 | 中国原子能 |
| 162 | 《线性代数大学同步辅导教程》 | 16 | 26 | 汤家凤 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 163 | 《概率论与数理统计大学同步辅导教程》 | 16 | 26 | 汤家凤 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 医师资格考试 | | | | | | |
| 164 | 2018《国家临床执业医师资格考试速记掌中宝》 | 32 | 40 | 魏保生 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 165 | 2018《国家临床执业助理医师资格考试速记掌中宝》 | 32 | 35 | 魏保生 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 166 | 2018《国家临床执业医师资格考试考点速记》 | 16 | 45 | 魏保生 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 167 | 2018《国家临床执业助理医师资格考试考点速记》 | 16 | 35 | 魏保生 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 168 | 2018《国家临床执业(助理)医师资格考试实践技能应试宝典》 | 16 | 56 | 叶扶光 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 169 | 2018《国家临床执业医师资格考试经典试题精析》 | 16 | 66 | 顾艳南 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 170 | 2018《国家临床执业助理医师资格考试经典试题精析》 | 16 | 40 | 顾艳南 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 171 | 2018《国家临床执业(助理)医师资格考试实践技能背诵手册》 | 32 | 25 | 夏桂新 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 172 | 2018《国家临床执业医师资格考试辅导讲义》 | 16 | 145 | 顾艳南 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 173 | 2018《国家临床执业助理医师资格考试辅导讲义》 | 16 | 122 | 顾艳南 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 174 | 2018《国家临床执业医师资格考试辅导讲义目标练习》 | 16 | 45 | 顾艳南 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 175 | 2018《国家临床执业助理医师资格考试辅导讲义目标练习》 | 16 | 38 | 顾艳南 | 2018年1月 | 中国原子能 |
| 176 | 2018《国家临床执业医师资格考试考前密押三套卷》 | 16 | 48 | 文都 | 2018年3月 | 中国医药科技 |
| 177 | 2018《国家临床执业助理医师资格考试考前密押三套卷》 | 16 | 32 | 文都 | 2018年3月 | 中国医药科技 |
| 178 | 2018《国家临床执业医师资格考试最后密押三套卷》 | 16 | 42 | 叶扶光 | 2018年5月 | 中国原子能 |

| 序号 | 书名 | 开本 | 定价 | 作者 | 出版时间 | 出版社 |
|-----------------|--------------------------------------|----|-----|------------|----------|--------|
| 179 | 2018《国家临床执业助理医师资格考试最后密押三套卷》 | 16 | 22 | 叶扶光 | 2018年5月 | 中国原子能 |
| 口腔资格考试系列 | | | | | | |
| 180 | 2018《口腔执业医师资格考试综合笔试一本通》 | 16 | 158 | 杨东 叶扶光 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 181 | 2018《口腔执业助理医师资格考试综合笔试一本通》 | 16 | 128 | 杨东 叶扶光 | 2017年12月 | 中国原子能 |
| 护士资格考试系列 | | | | | | |
| 182 | 2018《全国护士执业资格考试通关必备》 | 16 | 69 | 张素娟 | 已出版 | 中国原子能 |
| 183 | 2018《全国护士执业资格考试通关必练880题》 | 16 | 26 | 张素娟 | 已出版 | 中国原子能 |
| 184 | 2018《全国护士执业资格考试速记宝典》 | 64 | 18 | 张素娟 | 已出版 | 中国原子能 |
| 185 | 2018《全国护士执业资格考试全真模拟试卷》 | 16 | 32 | 李杰 | 已出版 | 中国原子能 |
| 药师资格考试系列 | | | | | | |
| 186 | 2018《国家执业药师资格考试要点轻松练:药学专业知识(一)》 | 16 | 65 | 段洪云 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 187 | 2018《国家执业药师资格考试要点轻松练:药学专业知识(二)》 | 16 | 65 | 段洪云 | 2018年2月 | 中国原子能 |
| 188 | 2018《国家执业药师资格考试要点轻松练:中药学专业知识(一)》 | 16 | 50 | 朱鹏飞 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 189 | 2018《国家执业药师资格考试要点轻松练:中药学专业知识(二)》 | 16 | 58 | 朱鹏飞 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 190 | 2018《国家执业药师资格考试要点轻松练:药学综合知识与技能》 | 16 | 60 | 段洪云 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 191 | 2018《国家执业药师资格考试要点轻松练:中药学综合知识与技能》 | 16 | 48 | 朱鹏飞 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 192 | 2018《国家执业药师资格考试要点轻松练:药事管理与法规》 | 16 | 52 | 朱鹏飞 段洪云 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 193 | 2018《国家执业药师资格考试最后密押5套卷:药学专业知识(一)》 | 16 | 26 | 段洪云 | 2018年5月 | 华中科技大学 |
| 194 | 2018《国家执业药师资格考试最后密押5套卷:药学专业知识(二)》 | 16 | 26 | 段洪云 | 2018年5月 | 华中科技大学 |
| 195 | 2018《国家执业药师资格考试最后密押5套卷:药学综合知识与技能》 | 16 | 26 | 段洪云 | 2018年5月 | 华中科技大学 |
| 196 | 2018《国家执业药师资格考试最后密押5套卷:中药学专业知识(一)》 | 16 | 26 | 朱鹏飞 | 2018年5月 | 华中科技大学 |
| 197 | 2018《国家执业药师资格考试最后密押5套卷:中药学专业知识(二)》 | 16 | 26 | 朱鹏飞 | 2018年5月 | 华中科技大学 |
| 198 | 2018《国家执业药师资格考试最后密押5套卷:中药学综合知识与技能》 | 16 | 26 | 朱鹏飞 | 2018年5月 | 华中科技大学 |
| 199 | 2018《国家执业药师资格考试最后密押5套卷:药事管理与法规》 | 16 | 26 | 朱鹏飞 段洪云 | 2018年5月 | 华中科技大学 |
| 教师资格考试系列 | | | | | | |
| 200 | 2018《国家教师资格考试专用教材——教育知识与能力(中学)》 | 16 | 58 | 文都 | 已出版 | 中国原子能 |
| 201 | 2018《国家教师资格考试专用教材——综合素质(中学)》 | 16 | 58 | 文都 | 已出版 | 中国原子能 |
| 202 | 2018《国家教师资格考试专用教材——教育知识与能力(小学)》 | 16 | 82 | 文都 | 已出版 | 中国原子能 |
| 203 | 2018《国家教师资格考试专用教材——综合素质(小学)》 | 16 | 68 | 文都 | 已出版 | 中国原子能 |
| 204 | 2018《国家教师资格考试——教育知识与能力真题精析与标准预测(中学)》 | 16 | 22 | 文都 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 205 | 2018《国家教师资格考试——综合素质真题精析与标准预测(中学)》 | 16 | 22 | 文都 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 206 | 2018《国家教师资格考试——教育知识与能力真题精析与标准预测(小学)》 | 16 | 32 | 文都 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 207 | 2018《国家教师资格考试——综合素质真题精析与标准预测(小学)》 | 16 | 28 | 文都 | 2017年11月 | 中国原子能 |
| 公职类考试系列 | | | | | | |
| 208 | 《化繁为简学申论》 | 16 | 42 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 209 | 《申论思维学热点》 | 16 | 42 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 210 | 《常识判断——博古通今聚智慧》 | 16 | 42 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 211 | 《言语理解——入木三分深阅读》 | 16 | 42 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 212 | 《数量关系——神机妙算克难題》 | 16 | 42 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 213 | 《判断推理——洞若观火辨逻辑》 | 16 | 50 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 214 | 《资料分析——争分夺秒巧解题》 | 16 | 50 | 文都 | 2018年3月 | 中国原子能 |
| 建考系列 | | | | | | |
| 215 | 2019《全国二级建造师建设工程法规及相关知识历年真题精析与标准预测》 | 16 | 60 | 文都 | 2018年8月 | 中国原子能 |

| 序号 | 书名 | 开本 | 定价 | 作者 | 出版时间 | 出版社 |
|-----------------|-------------------------------------|----|----|------------------|----------|-------|
| 216 | 2019《全国二级建造师建设工程施工管理历年真题精析与标准预测》 | 16 | 60 | 文都 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 217 | 2019《全国二级建造师机电工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 34 | 文都 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 218 | 2019《全国二级建造师市政公用工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 40 | 文都 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 219 | 2019《全国二级建造师建筑工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 34 | 文都 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 220 | 2019《全国二级建造师公路工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 40 | 文都 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 221 | 2019《全国二级建造师水利水电工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 40 | 文都 | 2018年8月 | 中国原子能 |
| 222 | 2019《全国一级建造师建设工程经济历年真题精析与标准预测》 | 16 | 42 | 王竹梅 | 2018年12月 | 现代教育 |
| 223 | 2019《全国一级建造师建设工程项目管理历年真题精析与标准预测》 | 16 | 48 | 李立新 | 2018年12月 | 现代教育 |
| 224 | 2019《全国一级建造师建设工程法规及相关知识历年真题精析与标准预测》 | 16 | 62 | 蔡恒 | 2018年12月 | 现代教育 |
| 225 | 2019《全国一级建造师机电工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 40 | 李雪斌 | 2018年12月 | 现代教育 |
| 226 | 2019《全国一级建造师市政公用工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 40 | 董祥 | 2018年12月 | 现代教育 |
| 227 | 2019《全国一级建造师建筑工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 40 | 郭炜 | 2018年12月 | 现代教育 |
| 228 | 2019《全国一级建造师公路工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 40 | 申玉辰 | 2018年12月 | 现代教育 |
| 229 | 2019《全国一级建造师水利水电工程管理与实务历年真题精析与标准预测》 | 16 | 40 | 文都 | 2018年12月 | 现代教育 |
| 出国留学考试系列 | | | | | | |
| 230 | 《托福词汇速记指南》 | 16 | 76 | 刘一男 | 已出版 | 中国原子能 |
| 231 | 《GRE 词汇速记指南》 | 16 | 55 | 刘一男 | 已出版 | 中国原子能 |
| 232 | 《IELTS 词汇词组分话题题型速记》 | 16 | 38 | 许之所 聂钟鸣 | 已出版 | 现代教育 |
| 233 | 《IELTS 口语分题型分话题特训》 | 16 | 38 | 潘纯 惠玉 | 已出版 | 现代教育 |
| 234 | 《IELTS 写作分题型分话题特训》 | 16 | 38 | 白云飞 郑瑶 熊小红 | 已出版 | 中国原子能 |

有奖纠错

图书的质量是图书的生命,好图书源于好的质量,为了向读者提供更高质量的图书,文都总部图书事业部现进行有奖纠错活动,对于读者发现书中的错误并及时反馈给我们的,我们将奉上精美礼品一份。

有奖纠错电话:010-88824300 转 8193

有奖纠错 QQ:2238719772

非常感谢您的热心参与!

文都教育全国总部图书事业部

地址:北京市海淀区西三环北路 72 号世纪经贸大厦 A 座 15 层

邮编:100048

文都教育在线:www.wendu.com

智阅网:www.zhiyueint.com

购书热线:010-88820362

书城客服 QQ:2275391716,2275920907

编辑电话:010-88820136 转 8197

Email:wendutushu@wendu.com

QQ:2238719772

目 录

| | |
|----------------------------------|------|
| 第一章 行列式 | (1) |
| (本章概要) | (1) |
| (重要知识点讲解) | (1) |
| (00 第一节 行列式的基本概念与性质) | (1) |
| (10 第二节 行列式的应用——克拉默法则) | (7) |
| (综合题型) | (9) |
| (11 题型一 行列式的基本概念) | (9) |
| (12 题型二 低阶行列式的计算) | (10) |
| (20 题型三 n 阶行列式的计算) | (14) |
| (19 题型四 矩阵的行列式计算) | (17) |
| (45 题型五 余子式与代数余子式) | (18) |
| (本章练习题) | (19) |
| (18 练习题答案与解析) | (20) |
| 第二章 矩 阵 | (23) |
| (本章概要) | (23) |
| (重要知识点讲解) | (23) |
| (10 第一节 矩阵的基本概念与特殊矩阵) | (23) |
| (01 第二节 矩阵的运算及性质) | (25) |
| (21 第三节 矩阵的逆矩阵) | (29) |
| (31 第四节 矩阵的秩) | (34) |
| (02 第五节 矩阵等价) | (36) |
| (综合题型) | (37) |
| (18 题型一 矩阵的运算与矩阵的行列式计算(续)) | (37) |
| (16 题型二 矩阵的幂矩阵) | (39) |
| (100 题型三 初等变换与初等矩阵) | (42) |
| (178 题型四 逆矩阵的计算与证明) | (45) |
| (190 题型五 伴随矩阵与矩阵的逆矩阵关系问题) | (48) |
| (117 题型六 矩阵方程) | (49) |
| (131 题型七 矩阵的秩) | (52) |
| (本章练习题) | (53) |
| (117 练习题答案与解析) | (56) |
| 第三章 向 量 | (62) |
| (本章概要) | (62) |
| (重要知识点讲解) | (62) |
| (118 第一节 向量的概念与运算) | (62) |
| (158 第二节 向量组的相关性与线性表示) | (63) |
| (88 第三节 向量组等价、向量组的极大线性无关组与向量组的秩) | (66) |
| (130 第四节 n 维向量空间(仅限数学一)) | (68) |
| (综合题型) | (69) |
| (140 题型一 向量组的相关性) | (69) |
| (141 题型二 向量的线性表示) | (77) |

| | |
|---------------------------------|-------|
| 题型三 向量组等价与向量组的秩 | (79) |
| 题型四 过渡矩阵与向量的坐标(仅限数学一) | (81) |
| 本章练习题 | (83) |
| 练习题答案与解析 | (86) |
| 第四章 线性方程组 | (93) |
| 本章概要 | (93) |
| 重要知识点讲解 | (93) |
| 综合题型 | (99) |
| (1) 题型一 方程组的解的理论证明 矩阵秩的性质 | (99) |
| (2) 题型二 线性方程组解的结构与性质 | (100) |
| (3) 题型三 齐次线性方程组的解 | (104) |
| (4) 题型四 非齐次线性方程组的通解 | (108) |
| (5) 题型五 线性方程组的理论证明 | (118) |
| (6) 题型六 方程组的公共解与方程组同解 | (122) |
| 本章练习题 | (126) |
| 练习题答案与解析 | (129) |
| 第五章 特征值和特征向量 | (134) |
| 本章概要 | (134) |
| 重要知识点讲解 | (134) |
| (1) 第一节 特征值与特征向量的基本概念 | (134) |
| (2) 第二节 特征值与特征向量的性质 | (136) |
| (3) 第三节 矩阵对角化理论 | (138) |
| 综合题型 | (140) |
| (4) 题型一 求矩阵的特征值与特征向量 | (140) |
| (5) 题型二 特征值与特征向量的定义与性质 | (145) |
| (6) 题型三 矩阵相似的判断 | (148) |
| (7) 题型四 非实对称矩阵的对角化 | (150) |
| (8) 题型五 实对称矩阵的对角化 | (156) |
| (9) 题型六 求 A^m | (161) |
| (10) 题型七 特征值法求未知矩阵 | (163) |
| (11) 题型八 特征值、特征向量命题的证明 | (166) |
| 本章练习题 | (167) |
| 练习题答案与解析 | (169) |
| 第六章 二次型 | (174) |
| 本章概要 | (174) |
| 重要知识点讲解 | (174) |
| (1) 第一节 二次型的基本概念及其标准形 | (174) |
| (2) 第二节 正定矩阵与正定二次型 | (178) |
| 综合题型 | (179) |
| (3) 题型一 二次型的概念与性质 | (179) |
| (4) 题型二 二次型的标准形 | (181) |
| (5) 题型三 含参数的二次型问题 | (184) |
| (6) 题型四 正定二次型的判别与证明问题 | (188) |
| (7) 题型五 矩阵相似与合同 | (192) |
| 本章练习题 | (192) |
| 练习题答案与解析 | (194) |

第一章 行列式

三 本章概要 三

行列式本质上是一个数,行列式反映行列式元素之间的运算关系,要掌握不超过四阶的行列式的计算,同时要能计算简单、特殊的 n 阶行列式.

行列式的计算是按照行列式的性质进行的.低阶行列式的计算主要有两个思路:转化为上(下)三角行列式和降阶,但一般是把两种思路相结合; n 阶行列式的计算主要有数学归纳法、递推法、升阶法、转化为上(下)三角行列式法.

行列式是线性代数中一个非常重要、非常基础的工具,在后面的学习中经常使用到,归纳起来主要有如下几个方面的应用.

1. 向量组的相关性

设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 是 n 个 n 维向量,令 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, 则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关的充分必要条件是 $|A| \neq 0$.

2. 矩阵的满秩与可逆

(1) 设 A 为 n 阶矩阵,则 A 满秩的充分必要条件是 $|A| \neq 0$; 当 $|A| \neq 0$ 时,又称 A 为非奇异矩阵,即满秩矩阵与非奇异矩阵是等价的;

(2) 设 A 为 n 阶矩阵,则 A 可逆的充分必要条件是 $|A| \neq 0$.

3. 方程组的解

(1) 设 A 为 n 阶矩阵,则 $AX=0$ 只有零解的充分必要条件是 $|A| \neq 0$;

(2) 设 A 为 n 阶矩阵,则 $AX=b$ 有唯一解的充分必要条件是 $|A| \neq 0$.

4. 特征值、特征向量

设矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 则 $|A| = \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n$.

三 重要知识点讲解 三

第一节 行列式的基本概念与性质

一、基本概念

1. 逆序 设 i, j 是一对不等的正整数,若 $i > j$, 则称 (i, j) 为一对逆序.

2. 逆序数 设 $i_1 i_2 \cdots i_n$ 是 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列,该排列所含的逆序总数称为该排列的逆序数,记为 $\tau(i_1 i_2 \cdots i_n)$. 逆序数为奇数的排列称为奇排列,逆序数为偶数的排列称为偶排列.

3. 行列式 由 n^2 数组成的下列记号

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

称为 n 阶行列式,规定

$$D = \sum_{j_1 j_2 \dots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \dots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \dots a_{nj_n}.$$

4. 余子式与代数余子式 把行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$ 中元素 a_{ij} 所在的第 i 行元

素和第 j 列元素去掉,剩下的 $n-1$ 行和 $n-1$ 列按照原来的排列次序构成的 $n-1$ 阶行列式,称为元素 a_{ij} 的余子式,记为 M_{ij} ,称 $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ 为元素 a_{ij} 的代数余子式.

如: $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$, 则

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 7, \quad A_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = 7,$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -1,$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -10, \quad A_{13} = (-1)^{1+3} M_{13} = -10,$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 8, \quad A_{21} = (-1)^{2+1} M_{21} = -8,$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8, \quad A_{22} = (-1)^{2+2} M_{22} = 8,$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -8, \quad A_{23} = (-1)^{2+3} M_{23} = 8,$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 11, \quad A_{31} = (-1)^{3+1} M_{31} = 11,$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5, \quad A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = -5,$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -2, \quad A_{33} = (-1)^{3+3} M_{33} = -2.$$

【注解】

$$(1) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21};$$

$$(2) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{22} a_{31} - a_{12} a_{21} a_{33} - a_{11} a_{23} a_{32};$$

(3) 行列式本质上是一个数或式子(若行列式中含字母),所以不同阶的行列式有可能相等;

(4) 行列式中任一元素都有对应的余子式和代数余子式,若行列式是 n 阶的,则任意元素的余子式为 $n-1$ 阶行列式.

二、几个特殊的高阶行列式

以下是几个常用的特殊行列式,因其计算简便,所以在线性代数理论中应用广泛:

1. 对角行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn}.$$

2. (主)上(下)三角行列式

$$(1) \text{ 上三角行列式 } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn};$$

$$(2) \text{ 下三角行列式 } \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn}.$$

3. (副)上(下)三角行列式

$$(1) \text{ (副)上三角行列式 } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n} a_{2,n-1} \cdots a_{n1};$$

$$(2) \text{ (副)下三角行列式 } \begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{1n} \\ 0 & 0 & \cdots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{n-1,2} & \cdots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n} a_{2,n-1} \cdots a_{n1}.$$

4. 范德蒙德行列式

$$V(a_1, a_2, \cdots, a_n) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \cdots & a_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq j < i \leq n} (a_i - a_j).$$

【注解】

$V(a_1, a_2, \cdots, a_n) \neq 0$ 的充分必要条件是 a_1, a_2, \cdots, a_n 两两不等.

【例】 设 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 3 \\ 4 & a^2 & 9 \end{vmatrix} = 0$, 求 a 的值.

【解】 因为 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 3 \\ 4 & a^2 & 9 \end{vmatrix} = (3-2)(3-a)(a-2) = (3-a)(a-2)$, 所以由 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 3 \\ 4 & a^2 & 9 \end{vmatrix} = 0$

得 $a=2$ 或 $a=3$.

5. 广义对角行列式

设 A_1, A_2, \dots, A_m 都是方阵, 则 $\begin{vmatrix} A_1 & & \\ & A_2 & \\ & & \ddots \\ & & & A_m \end{vmatrix} = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \dots \cdot |A_m|$.

6. 特殊分块行列式

设 A, B 分别为 m 与 n 阶矩阵, 则

(1) $\begin{vmatrix} A & C \\ O & B \end{vmatrix} = |A| \cdot |B|$; (2) $\begin{vmatrix} A & O \\ D & B \end{vmatrix} = |A| \cdot |B|$; (3) $\begin{vmatrix} O & A \\ B & O \end{vmatrix} = (-1)^{mn} |A| \cdot |B|$.

【注解】

行列式计算一般有两个思路:

- (1) 将一般行列式转化为特殊行列式, 从而计算出行列式;
- (2) 因为行列式的阶数越低, 行列式越容易计算, 所以可不断降低行列式的阶数来计算.

三、行列式的计算性质

(一) 一般行列式转化为上(下)三角行列式的性质

- 1. 行列式与其转置行列式相等, 即 $D = D^T$.
 - 2. 对调两行(或列)行列式改变符号.
 - 3. 行列式某行(或列)有公因子可以提取到行列式的外面.
- 推论① 若行列式某行(或列)元素全为零, 则行列式值为零.
 推论② 若行列式某两行(或列)元素相同, 则行列式值为零.
 推论③ 若行列式某两行(或列)元素对应成比例, 则行列式值为零.
- 4. 行列式某行(或列)的每个元素皆为两数之和时, 行列式可分解为两个行列式之和, 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} + b_{i1} & a_{i2} + b_{i2} & \dots & a_{in} + b_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \dots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

5. 行列式的某行(或列)的倍数加到另一行(或列), 行列式不变, 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \dots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} + ka_{j1} & a_{i2} + ka_{j2} & \dots & a_{in} + ka_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \dots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix},$$