“十二五”普通高等教育规划教材

YIYONG WULIXUE

医用物理学

主编　彭志华　主审　黄小益

（第2版）



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

需要全本请访问 www.ertongbook.com



“十二五”普通高等教育规划教材

医用物理学

（第2版）

主　编　彭志华

副主编　万永刚　蒋纯志　彭友霖

编　委　（以姓氏笔画为序）

万永刚　尹　岚　付茂林

李伟军　李汝烯　吴喜军

陈　铀　杜　丹　胡　苹

胡继文　贾　鹏　高建平

彭志华　彭友霖　蒋纯志

主　审　黄小益

北京邮电大学出版社

·北京

内 容 简 介

本书是为适应当前教学改革的需要，根据高等学校教学指导委员会非物理类专业物理基础课程教学指导委员会的要求，参考国内外有关教材和文献，结合普通高等医学院校物理课程的特点和编者多年来的教学实践及教改经验编写而成的医用物理学教材.

全书共 14 章，包括医用力学基础、流体的运动、流体的表面现象、振动与波动、气体动理论、静电场、电路、稳恒磁场与电磁感应、波动光学、几何光学、量子力学基础、激光及其医学应用、X 射线、原子核物理和核磁共振成像. 每章配有思考题和习题，且均有参考答案.

本书适合普通高等医学院校各专业学生使用，也可供相关人员参考使用.

图书在版编目(CIP)数据

医用物理学/彭志华主编. —2 版. -- 北京：北京邮电大学出版社，2015.8
ISBN 978-7-5635-4509-4

Ⅰ.①医… Ⅱ.①彭… Ⅲ.①医用物理学—高等学校—教材 Ⅳ.①R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 199131 号

书　　名	医用物理学(第 2 版)
主　　编	彭志华
责任编辑	唐咸荣
出版发行	北京邮电大学出版社
社　　址	北京市海淀区西土城路 10 号(100876)
电话传真	010-82333010　62282185(发行部)　010-82333009　62283578(传真)
网　　址	www.buptpress3.com
电子信箱	ctrd@buptpress.com
经　　销	各地新华书店
印　　刷	北京泽宇印刷有限公司
开　　本	787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张	20
字　　数	487 千字
版　　次	2015 年 8 月第 2 版　2015 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-4509-4　　定价：42.00 元

如有质量问题请与发行部联系

版权所有　侵权必究

第2版前言

为适应我国当前高等医学教育教学改革和发展的需要，我们根据高等学校教学指导委员会非物理类专业物理基础课程教学指导委员会的要求，参考国内外有关教材和文献，结合医学院校物理课程的特点和多年来的教学实践及教改经验编写了这套教材.

本书是在第1版的基础上改版而成，吸取了使用院校老师们的宝贵意见，尽量满足广大师生们的使用需求，做到精益求精.

医用物理学课程的任务是使学生打好必要物理基础的同时，对学生进行能力培养、增强创新意识并提高科学素质. 本书较系统完整地介绍了物理学的基本概念、基本原理和基本规律. 在保证经典内容系统性的前提下，适当加强和拓展了近代物理知识，并适度介绍现代物理理论和技术在医学研究及临床实际中的一些应用实例，如超声诊断、X射线断层成像、磁共振成像等. 书中还附有一些反映物理知识在科研、生产生活特别是医学中具体应用的图片和照片，以使图文并茂. 本书具有理论基础宽厚、经典强化、近代突出的特点，有利于开阔学生观察思维的视野，激发学生的学习热情和求知欲望，培养学生分析问题和解决问题的能力，增强学生的探索精神和创新意识，全面提高学生的科学素质.

本教材的编写中，既要考虑医用物理学课程内容的完整性和系统性，又要尽量考虑到不同医学专业对医用物理学知识要求的差异. 因此在某些章节的内容前面加了“*”号，教师可以根据学校课程设置、教学专业特点和教学时数来取舍，也可以跳过这些带“*”号的内容，而不会影响整个体系的完整性和系统性. 教材作为“一剧之本”既能满足教师在授课“舞台”有据可依的需要，又为教师提供了个性发挥的空间.

本书由彭志华主编，万永刚、蒋纯志、彭友霖任副主编，参加编写的人员有万永刚、尹岚、付茂林、李伟军、李汝烯、吴喜军、陈铀、杜丹、胡苹、胡继文、贾鹏、高建平、彭志华、彭友霖、蒋纯志.

在编写过程中，我们得到了同行们很多好的建议及北京邮电大学出版社等方面的大力支持和帮助，在此一并表示真诚的感谢.

由于编者水平有限，错误及不妥之处在所难免，请广大师生批评指正，以便今后进一步完善和提高.

编　者

目　录

绪论 …… 1

第 1 章　医用力学基础 …… 4

§1.1　刚体的定轴转动 …… 4

§1.2　物体的弹性 …… 14

§1.3　骨骼和肌肉的力学性质 …… 21

思考题 …… 26

习题 …… 26

第 2 章　流体的运动 …… 28

§2.1　理想流体的稳定流动 …… 28

§2.2　黏滞流体的流动 …… 33

§2.3　血液的流动 …… 40

思考题 …… 43

习题 …… 43

第 3 章　液体的表面现象 …… 44

§3.1　液体的表面张力和表面能 …… 44

§3.2　弯曲液面的附加压强 …… 47

§3.3　液体与固体接触处的表面现象　毛细现象 …… 50

思考题 …… 53

习题 …… 53

第 4 章　振动与波动 …… 55

§4.1　简谐振动 …… 55

§4.2　简谐振动的合成 …… 61

§4.3　阻尼振动　受迫振动　共振 …… 66

§4.4　机械波 …… 69

§4.5　平面简谐波 …… 71

§4.6　波的干涉 …… 76

§4.7　声波 …… 79

§4.8　超声波及其医学应用 …… 83

需要全本请访问 www.ertongbook.com

思考题 …… 89
习题 …… 89
第 5 章 气体动理论 …… 92
§5.1 平衡态 理想气体的状态方程 …… 92
§5.2 理想气体的压强和温度 …… 93
§5.3 平衡态的统计分布规律 …… 98
§5.4 理想气体的内能 …… 103
§5.5 气体分子的碰撞 …… 105
*§5.6 非平衡态的输运过程 …… 107
思考题 …… 110
习题 …… 111
第 6 章 静电场 …… 112
§6.1 电场 电场强度 …… 112
§6.2 高斯定理 …… 115
§6.3 电势 …… 119
§6.4 电偶极子 电偶层 …… 124
§6.5 静电场中的电介质 …… 126
§6.6 电容 静电场的能量 …… 130
*§6.7 心电知识 …… 133
思考题 …… 135
习题 …… 136
第 7 章 电路 …… 138
§7.1 欧姆定律的微分形式 …… 138
§7.2 电动势 生物膜电位 …… 141
§7.3 直流电路 …… 146
§7.4 电容器的充电和放电 …… 150
§7.5 电流对人体的作用 …… 153
思考题 …… 156
习题 …… 156
第 8 章 稳恒磁场与电磁感应 …… 159
§8.1 磁场 磁感应强度 …… 159
§8.2 安培环路定理 …… 163
§8.3 磁场对运动电荷或电流的作用 …… 164
*§8.4 磁介质 超导体 …… 170
§8.5 电磁感应 …… 172

*§8.6　生物磁现象 …… 174
思考题 …… 176
习题 …… 176
第 9 章　波动光学 …… 179
§9.1　光的干涉 …… 179
§9.2　光的衍射 …… 188
§9.3　光的偏振 …… 192
思考题 …… 197
习题 …… 197
第 10 章　几何光学 …… 199
§10.1　球面折射 …… 199
§10.2　透镜 …… 202
§10.3　眼睛 …… 208
§10.4　几种医用光学仪器 …… 214
思考题 …… 219
习题 …… 219
第 11 章　量子力学基础 …… 220
§11.1　热辐射 …… 220
§11.2　光电效应　爱因斯坦光电效应方程 …… 226
§11.3　康普顿效应 …… 229
§11.4　玻尔的氢原子理论 …… 231
§11.5　德布罗意的物质波假设　波粒二象性　不确定关系 …… 235
*§11.6　波函数　薛定谔方程 …… 239
思考题 …… 243
习题 …… 243
第 12 章　激光及其医学应用 …… 245
§12.1　激光基本原理 …… 245
§12.2　激光的关键参数及特性 …… 248
§12.3　激光在医学中的应用 …… 253
思考题 …… 257
第 13 章　X 射线 …… 258
§13.1　X 射线的基本性质 …… 258
§13.2　X 射线的产生 …… 259
§13.3　X 射线的强度和硬度 …… 260
§13.4　X 射线谱 …… 261

§13.5 X射线的衰减 …… 264
*§13.6 医用X射线透视与X射线摄影 …… 266
§13.7 X射线CT …… 268
思考题 …… 271
习题 …… 271
第14章 原子核物理 磁共振成像 …… 272
§14.1 原子核的一般性质 …… 272
§14.2 原子核的放射性衰变 …… 277
§14.3 放射性射线与物质的相互作用 …… 284
*§14.4 放射生物效应 辐射剂量与辐射防护 …… 290
§14.5 磁共振成像 …… 293
思考题 …… 303
习题 …… 304
附录 基本物理常数 …… 305
习题答案 …… 306
参考文献 …… 312

绪　论

1. 物理学的研究对象

古希腊人把所有的对自然界的观察与思考，都笼统地归纳于一门学科之中，称为自然哲学. 从中国古代关于杠杆原理的论述，到古希腊亚里士多德(Aristotle)关于力产生运动的说法，都是自然哲学的萌芽. 随着科学的发展和工业革命的兴起，自然哲学逐渐分化为天文学、物理学、化学、生物学、地质学等.

1687 年，牛顿在开普勒、伽利略、笛卡儿、惠更斯等科学家研究的基础上，发表了划时代的著作《自然哲学的数学原理》，建立了完整的经典力学理论，它标志着现代意义下物理学的开端. 从 18 世纪到 19 世纪，在大量实验事实的基础上，焦耳、开尔文、克劳修斯等人建立了宏观热力学理论，克劳修斯、麦克斯韦、玻耳兹曼等人又创立了气体分子动理论，库仑、高斯、安培、法拉第、麦克斯韦等人建立了电磁学理论，至此形成了一个比较完整的经典物理学理论体系. 19 世纪末，一系列与经典物理的预言极不相容的实验事实相继出现，经典物理理论面临着严峻挑战. 在这些新的实验事实的基础上，爱因斯坦于 20 世纪初独自创立了相对论，并与普朗克、玻尔、德布罗意、薛定谔等人共同创立了量子论和量子力学，奠定了近代物理学的基础. 随着科学的发展，出现了许多和物理学直接有关的“边缘学科”，如化学物理学、物理化学、生物物理学、医用物理学、天体物理学、生物物理化学、生物医学工程学等. 物理学上的每一次重大发现都极大地推动了其他自然科学的发展，促进科学技术和生产技术发生根本的变革. 由于物理学所研究的规律具有很大的普遍性，它与哲学的关系也十分密切，物理学中许多重大发现，例如，相对论、物质的波粒二象性、基本粒子的相互转化、场和实物间相互作用等，为哲学提供了有力的依据.

从上述关于物理学的起源和发展的描述中，我们可以概括出，物理学的研究对象是物质世界的基本结构和最基本的运动形式，这些运动形式又普遍存在于其他高级的、复杂的物质运动形式(如化学的、生命的)之中. 例如，宇宙间的任何物体，不论其化学成分如何，也不论其有无生命，都要遵守物理学的万有引力定律；一切变化和过程，无论它是否具有化学的、生物的或其他的特殊性质，都要遵守物理学的能量转化和守恒定律. 但是，必须注意，各种高级的、复杂的运动形式除了要遵守一定的物理定律之外，还具有各自独特的规律，不可能也不应该企图单纯地用物理定律来解释物质世界的一切运动形式. 如生命运动就不能单纯地用物理定律和物理过程来解释.

由于物理学所研究的运动及其规律具有普遍性，所以物理学在自然科学体系中占有重要而独特的地位，成为其他学科和工程技术的理论基础.

2. 物理学与生命科学的关系

医学是以人体为研究对象的生命科学，生命现象属于物质的高级运动形式. 随着现代物理学的迅速发展，人类对生命现象的认识逐步深入，生命科学和医学已从宏观形态的研究进

入微观机制的研究，从细胞水平的研究上升到分子水平的研究，并日益将其理论建立在精确的物理学基础之上. 任何生命过程都是和物理过程密切相联系的. 揭示生命现象的本质，诸如能量的交换、信息的传递、体内控制和调节、疾病发生机制、物理因素对机体的作用等，都必须应用物理学规律. 大量事实表明，物理学在生物医学领域中的应用日益广泛和深入. 医用物理学的迅速发展，正在对阐明生命现象的本质不断做出新的贡献.

另一方面，物理学所提供的技术和方法已日益广泛应用于生命科学、医学研究及临床医疗实践之中，并且不断更新. 例如，光学显微镜、X 线透视和照相、放射性核素等在医学上的应用已是人们早已熟知的. 而现代电子显微镜与光学显微镜相比，分辨率提高了近千倍，成为研究细胞内部超微结构的重要工具，计算机X射线断层摄影术(X-CT)与通常X射线诊断相比，其灵敏度提高了百倍，磁共振成像(MRI)技术既能显示解剖学图像，又能显示反映功能和代谢过程与生化信息的图像，为医学提供了一种崭新的诊断技术. 各种光纤内镜取代了刚性导管内镜，提高了疾病的诊断率，减轻了病人的痛苦. 物理治疗除常见的热疗、电疗、光疗、放疗、超声治疗等方法外，还应用低温冷冻、微波、激光等手段. 电子计算机不仅应用于研究人体生理和病理过程中的各种控制调节，而且用于辅助诊断、自动监护和医院管理. 在研究生物大分子本身的结构、构象、能量状态及其变化，以及这些状态和变化与功能之间的关系方面，除应用了物理学中的量子力学方法外，还普遍应用了物理学中的各种光谱和波谱技术等，如电子自旋共振谱、磁共振谱、激光拉曼谱、圆二色技术、旋光色散、红外光谱、荧光偏振、X 射线衍射、光散射以及激光全息等物理技术.

物理学在理论上和技术上的新成就不断为生命科学和医学的发展提供理论基础和技术方法. 反过来，生命科学和医学的发展，又不断地向物理学提供新的课题，二者互相促进、相辅相成. 总之，物理学与生命科学的关系可归结为两个主要方面：① 物理学知识是揭示生命现象不可缺少的基础；② 物理学所提供的技术和方法为生命科学的研究、临床实践开辟了许多新的途径.

在高等医学院校里开设的医用物理学课是一门重要的必不可少的必修课，它的主要任务是给医学生提供系统的物理学知识，使他们在中学物理学的基础上，进一步掌握物理学的基本概念、基本规律、研究方法，扩大物理学知识的领域，为学习现代医学准备必要的物理基础.

3. 医用物理学课程的目的、要求与学习方法

医用物理学是物理学的重要分支学科，它是现代物理学与医学物理学相结合所形成的交叉学科. 它的任务是：① 使学生掌握物理学中的基本概念、基本原理、基本规律和基本方法，为后继相关医学专业课程的学习及将来从事医疗卫生工作和医学研究工作奠定物理学基础；② 通过医用物理学教学和实验，培养学生的逻辑思维方式、动手能力和创新意识，使学生认识物质运动的普遍规律，逐步树立起辩证唯物主义世界观.

为了达到这门课程的目的，需要讲究学习方法. 物理学是一门实验科学，也是逻辑推理性较强的课程. 物理现象的规律一般是通过概念、定理和公式表述的，而每一条规律对应着若干物理量. 因此，在学习中必须正确理解物理概念和定理的表述与内涵，弄清定理和定律的成立条件、适用范围和应用方法. 通过医用物理学的学习，让学生在实验技能、计算能力和抽象思维能力等方面得到严格训练，从而提高分析问题和解决问题的能力.

要学好医用物理学课程，具体地说应该做好下面几个环节的工作：

(1) 预习：鉴于医用物理学课程学时较少而内容偏多，讲课进度可能稍快，建议学生每次上课前进行 20 ～ 30 分钟的预习，做到有思想准备而学、带着问题进课堂.

(2) 听课：在课堂上要专心听讲、认真记笔记，始终抓住基本概念和定理的内涵这个重点，同时要注意典型例题的分析过程，要积极思考，保持与教师讲解的思路同步.

(3) 复习与作业：建议在做课后练习之前复习本次授课内容，通过做习题不断反思和总结，加深理解. 每学完一章，可以采用“一览表”形式对本章概念、定理、公式等进行归纳整理. 进行期末或阶段性复习时，还应注意各章知识之间的联系，做到融会贯通，灵活运用.

(4) 实验：医用物理学实验既是相对独立的分支，又与理论课联系密切，学生应该通过做实验培养自己的设计和动手能力，并且反过来加深对理论课内容的理解，达到相辅相成的效果.

(5) 自学：为了解决“学时少、内容多”的矛盾，本教材中加了“*”号的内容供学生自学. 除了阅读教科书外，建议适当阅读一些参考书(见书末参考文献，可选 2 ～ 4 本)，还可以通过网上学习及听专题讲座等形式拓宽知识面.

总之，只要树立明确的学习目标，发扬刻苦自学精神并采用正确的、行之有效的学习方法，就一定能够学好医用物理学课程.

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第1章

医用力学基础

力学是物理学中历史最悠久、发展最完美、应用领域最广泛的学科之一，其研究对象是物体的机械运动，也就是宏观物体之间或物体内部各部分之间相对位置的移动. 本章主要介绍刚体定轴转动和物体的弹性.

§1.1 刚体的定轴转动

研究物体的机械运动时，实际上的运动往往非常复杂，在中学物理中我们常常忽略物体本身的大小和形状对问题的影响，把物体看成一质点来讨论，这样可以把问题简化. 但是在许多具体问题中，如地球自转、陀螺的运动、飞轮的转动等，就不能忽略它们的形状和大小，不能再将这些物体看成质点了. 因为这些运动物体上各点的运动规律不尽相同，或者因为形变使物体内部各部分之间产生相对运动，为简便起见，我们引入一个理想模型 —— **刚体**(rigid)，即，**在任何外力作用下形状和大小始终保持不变的物体**. 和质点一样，刚体也是一个理想模型，在实际生活中是不存在的. 一个实际物体能否看成是刚体不是依据其材质是否坚硬，形状是否规则，而是考察它在运动过程中是否具有形变或其形变是否可以忽略. 刚体也可以看成是一个由很多质点组成的特殊的质点系，无论在多大的外力作用下，刚体内部任意两个质点之间的距离始终保持不变.

1.1.1 刚体定轴转动的描述

刚体最简单和最基本的运动是平动和定轴转动，实际运动形式可以是多样化的，但再复杂的形式都可以看成是质心的平动和绕通过质心轴转动的合成. 在刚体运动过程中，如果连接刚体内任意两点的直线始终保持平行，则这种运动称为平动，如图1-1所示. 例如，升降机的运动，汽缸中活塞的运动，车床上车刀的运动等等，都是平动. 刚体平动时，刚体上各点的运动情况完全相同，具有相同的位移、相同的速度和相同的加速度等. 因此，只要知道刚体上任一点的运动情况，整个刚体的运动情况也就知道了. 这样，刚体的平动问题可以看成是质点的运动问题，描述质点运动的各个物理量和质点力学的规律都适用于刚体的平动.

如果在运动过程中，刚体上所有质元都绕同一直线作圆周运动，这种运动称为刚体的**转动**(rotation)，该直线称为转轴. 例如，机器上飞轮的运动，门的开、关运动，钟摆指针的运动，地球的自转等，都是转动. 若转轴在所选定的参考系中固定不动，就称为**定轴转动**

(fixed-axis rotation). 如图 1-2 所示.

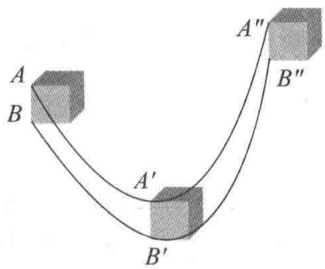


图 1-1　刚体的平动

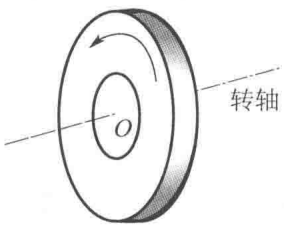


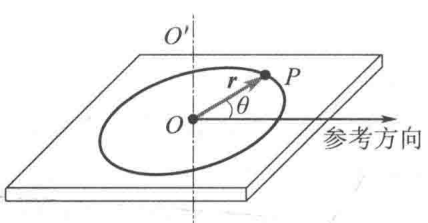
图 1-2　刚体的转动

当刚体绕某一固定轴转动时，不同质元的线速度、加速度一般是不同的. 但是，由于各质元的相对位置保持不变，所以描述各质元运动的角量，如角位移、角速度和角加速度都是一样的. 因此，描述刚体运动时，一般用角量来表示较为方便.

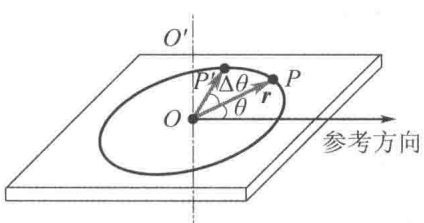
1. 角坐标与角位移

如图 1-3(a) 所示，P 是转动平面上的任意一点，O 是转轴与转动平面的交点，选取水平向右为参考方向，则 O 与 P 点的连线 OP，即 P 点的矢径 $\boldsymbol{r}$ 与参考方向的夹角 θ 称为 P 点的**角坐标**(angular coordinate). 角坐标是描写刚体位置的一个重要物理参量，单位为弧度(rad). 当所选取的参考方向不同时，P 点的角坐标也不同. 通常情况下，以参考方向为准，矢径 $\boldsymbol{r}$ 沿逆时针旋转的角坐标为正($\theta>0$)，沿顺时针旋转的角坐标为负($\theta<0$). 当刚体作定轴转动时，其角坐标随时间变化的函数关系 $\theta=\theta(t)$ 称为刚体定轴转动的运动方程.

设 t 时刻质点处在 P 点，角坐标为 θ，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点到达 P' 点，角坐标为 $\theta+\Delta\theta$，则在时间 Δt 内，角坐标的增量称为**角位移**(angular displacement)，如图 1-3(b) 所示.



(a) 角坐标



(b) 角位移

图 1-3　角坐标与角位移

角位移是一个矢量，其大小等于矢径 $\boldsymbol{r}$ 转过的角度. 但对于刚体定轴转动而言，由于刚体只有逆时针、顺时针两个转动方向，因而角位移又可用正、负号来表示. 一般规定，矢径 $\boldsymbol{r}$ 沿逆时针转动的角位移为正($\Delta\theta>0$)，沿顺时针转动的角位移为负($\Delta\theta<0$)，角位移的单位也是弧度.

2. 角速度

为了描写刚体转动的快慢，引入角速度的概念. 设刚体从 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间的角位移为 $\Delta\theta$，则角位移 $\Delta\theta$ 与所用时间 Δt 之比 $\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$，称为 Δt 时间内的**平均角速度**(average angular velocity)，用 $\bar{\omega}$ 表示，即

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{1.1}$$

当 $\Delta t \to 0$ 时，平均角速度的极限值称为 t 时刻的瞬时角速度，简称**角速度**(angular velocity)，用 ω 表示，即

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \tag{1.2}$$

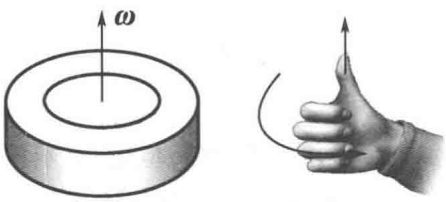


图 1-4 $\boldsymbol{\omega}$ 的方向由右手螺旋法则确定

角速度也是矢量，其方向由右手螺旋法则确定：将右手大拇指伸直，其余四指弯曲，使四指弯曲的方向与刚体转动的方向一致，这时拇指所指的方向就是角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 的方向，如图 1-4 所示. 角速度的单位为 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

如果在任意相等的时间间隔内，刚体的角位移都相等，那么这种转动称为匀速转动.

3. 角加速度

研究刚体转动时，仅有转动快慢的描述是不充分的，还需给出刚体转动速度变化的快慢. 设刚体在 t 时刻的角速度为 ω，在 $t + \Delta t$ 时刻的角速度为 $\omega + \Delta\omega$，则角速度的增量 $\Delta\omega$ 与所用时间 Δt 之比 $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ 称为这段时间的**平均角加速度**(average angular acceleration)，用 $\bar{\alpha}$ 表示，即

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{1.3}$$

当 $\Delta t \to 0$ 时，平均角加速度的极限值称为 t 时刻的瞬时角加速度，简称**角加速度**(angular acceleration)，用 α 表示，即

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{1.4}$$

角加速度也是矢量，其方向与 $\boldsymbol{\omega}$ 的变化情况有关. 对于定轴转动，当刚体转速加快时，其方向与角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 的方向相同，当刚体转速减慢时，其方向与角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 的方向相反.

在定轴转动的情形中，角速度的方向总是沿着转轴的方向，因此，只要规定了 $\boldsymbol{\omega}$ 的正、负方向，就可以用标量进行计算.

4. 匀变速转动

当刚体作匀速和匀变速转动时，用角量表示的运动规律表达式与质点作匀速直线运动和匀变速直线运动的表达式十分相似.

刚体匀速转动($\alpha = 0$) 的运动方程可表示为

$$\theta = \theta_0 + \omega t \tag{1.5}$$

刚体匀变速转动($\alpha =$ 常数) 的运动方程可表示为

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \tag{1.6}$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{1.7}$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \tag{1.8}$$

上述各式中，θ、θ_0、ω、ω_0 和 α 分别表示角坐标、初始角坐标、角速度、初角速度和角加速度.

5. 线量和角量之间的关系

我们通常把描写质点运动的物理量叫线量，把描写刚体转动的物理量叫角量. 由于刚体作定轴转动时，刚体上的每个质点都在作圆周运动，所以，如果从描写质点运动的角度考虑，应该用线量来描写；如果从整个刚体转动的角度考虑，则应该用角量来描述. 因此，线量和角量之间必然存在着一定的关系.

如图 1-5 所示，P 为刚体上的一点，离刚体转轴的距离为 r. 当刚体在 $\mathrm{d}t$ 时间内发生角位移 $\mathrm{d}\theta$ 时，P 点在该时间内发生位移 $\mathrm{d}s$（弦长）. 当角位移 $\mathrm{d}\theta$ 很小时，弦长 $\mathrm{d}s$ 可以认为等于其对应的弧长. 所以，P 点所经过的位移 $\mathrm{d}s$ 与刚体转过的角度 $\mathrm{d}\theta$ 存在下面的函数关系：

$$\mathrm{d}s = r\mathrm{d}\theta$$

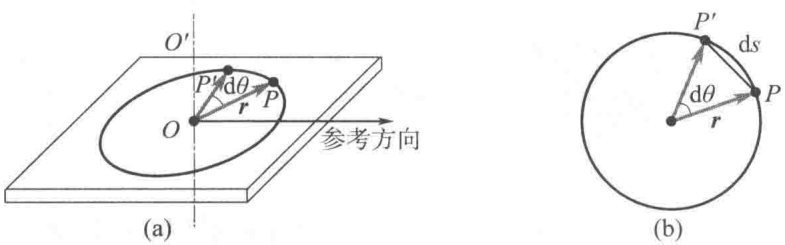


图 1-5　线量和角量的关系

将上式两边分别除以 $\mathrm{d}t$，可得

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

根据质点运动速率和刚体角速度的定义，有 $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v$，$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega$，故上式可改写成

$$v = r\omega \tag{1.9}$$

写成矢量形式则为

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r} \tag{1.10}$$

式(1.10) 是一个矢量叉乘式，它既表示速度的大小，又表示速度的方向，其方向由右手螺旋法则确定.

将式(1.9) 两边同时对时间 t 求导数，考虑到 P 点离刚体转轴的距离 r 不随时间变化，有

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r\omega) = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

上式中，$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a_{\mathrm{t}}$ 为质点切向加速度，$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \alpha$ 为刚体的角加速度，即

$$a_{\mathrm{t}} = r\alpha \tag{1.11}$$

这就是切向加速度与角加速度之间的关系式. 将式(1.9) 代入到法向加速度公式 $a_{\mathrm{n}} = \frac{v^2}{r}$ 中，可得到法向加速度与角速度之间的关系为

$$a_{\mathrm{n}} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \tag{1.12}$$

例 1.1　一条缆索绕过一定滑轮拉动一升降机，如图 1-6 所示. 滑轮半径 $r = 0.5\ \mathrm{m}$，如果升降机从静止开始以加速度 $a = 0.4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ 匀加速度上升，求：

(1) 滑轮的角加速度；

(2) 开始上升后，$t = 5$ s 末滑轮的角速度；

(3) 开始上升后，$t = 1$ s 末滑轮边缘上一点的加速度(设缆索和滑轮之间没有相对滑动).

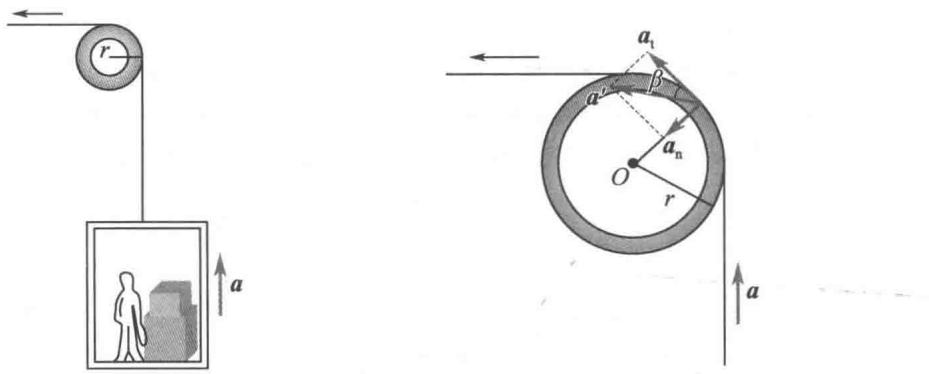


图 1-6　例 1.1 用图

解　(1) 由于升降机的加速度和轮缘上一点的切向加速度相等，根据 $a_t = r\alpha$，有

$$\alpha = \frac{a_t}{r} = \frac{a}{r} = 0.8\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

(2) $t = 5$ s 末，滑轮的角速度为

$$\omega = \alpha t = 4\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

(3) $t = 1$ s 末时，已知　　$a_t = a = 0.4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

又　　$\omega = \alpha t = 0.8\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$，　$a_n = r\omega^2 = 0.32\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

故　　$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 0.51\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

此时，加速度的方向与轮缘切线方向的夹角为

$$\beta = \arctan \frac{a_n}{a_t} = \arctan \frac{0.32}{0.4} = 38.7°$$

1.1.2　转动定律　转动惯量

为了改变刚体的运动状态，必须对刚体施加作用力. 但是外力对刚体转动的影响，不仅与作用力的大小有关，而且与力的方向和作用点的位置有关. 例如，我们用同样大小的力推门时，当作用点靠近门轴时就不易把门推开；当作用点远离门轴时，门就容易被推开. 由此可以看出，要改变刚体的运动状态就必须考虑作用力的大小、方向和作用点三要素. 为此，我们引入**力矩**(moment of force) 的概念.

1. 力矩

如图 1-7(a) 所示，设刚体所受外力 $\boldsymbol{F}$ 处在垂直于刚体转轴 OO' 的平面内，力 $\boldsymbol{F}$ 的作用线和转轴之间的距离 d 称为力 $\boldsymbol{F}$ 对转轴的力臂. 力 $\boldsymbol{F}$ 的大小和力臂的乘积就称为力 $\boldsymbol{F}$ 对转轴的力矩，用 M 表示，即

$$M = Fd \tag{1.13}$$

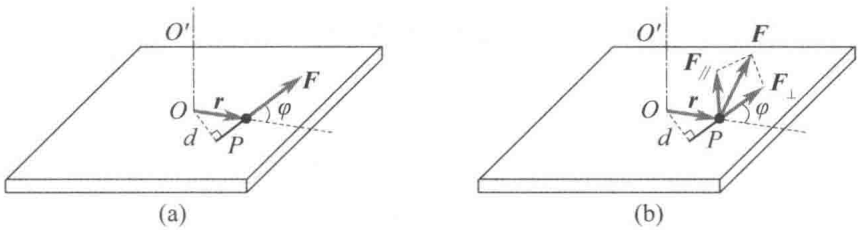


图 1-7　力矩

设力的作用点为 P，P 点至转轴的距离为 r，则 $\boldsymbol{r}$ 称为 P 点的矢径，φ 表示 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{F}$ 的夹角. $d = r\sin\varphi$，所以上式又可写成

$$M = Fr\sin\varphi \tag{1.14}$$

力矩不仅有大小，而且有方向，是矢量. 力矩矢量可以表示为

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} \tag{1.15}$$

力矩矢量 $\boldsymbol{M}$ 的方向可由右手螺旋法则确定. 力矩的方向总是垂直于力 $\boldsymbol{F}$ 与矢径 $\boldsymbol{r}$ 所决定的平面，其单位为 N·m.

如果刚体所受外力 $\boldsymbol{F}$ 不在垂直于转轴的平面内，此时可把力 $\boldsymbol{F}$ 分解为两个分力：一个与转轴平行的分力 $\boldsymbol{F}_{/\!/}$，另一个与转轴垂直的分力 $\boldsymbol{F}_{\perp}$. 很显然，只有与转轴垂直的分力 $\boldsymbol{F}_{\perp}$ 才对刚体的转动有作用，如图 1-7(b) 所示.

2. *转动定律*

为了研究刚体的运动，我们将刚体分割为无穷多的质元 Δm_i，然后采用叠加原理进行求和或者积分，对整个刚体的运动进行研究. 这样，我们就可以将研究质点的方法应用于对刚体的研究.

如图 1-8 所示，设刚体绕定轴 Oz 转动，任取一质元 Δm_i 作为研究对象，其所受外力为 $\boldsymbol{F}_{外i}$，内力为 $\boldsymbol{F}_{内i}$，质元到定轴的矢径为 $\boldsymbol{r}_i$；且 $\boldsymbol{F}_{外i}$ 与 $\boldsymbol{r}_i$ 之夹角为 φ_i，$\boldsymbol{F}_{内i}$ 与 $\boldsymbol{r}_i$ 之夹角为 θ_i. 刚体转动时，该质元做圆周运动，半径是 r_i，其所受的力在切线方向的投影为 $F_{外i}\sin\varphi_i + F_{内i}\sin\theta_i$，应用牛顿第二定律，可得

$$F_{外i}\sin\varphi_i + F_{内i}\sin\theta_i = \Delta m_i a_t$$

两边同时乘以 r_i，则有

$$r_i F_{外i}\sin\varphi_i + r_i F_{内i}\sin\theta_i = \Delta m_i r_i a_t \qquad ①$$

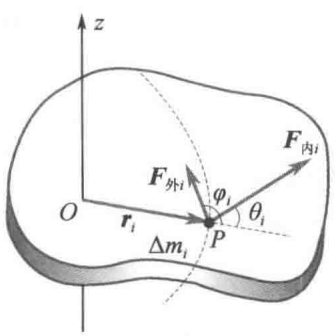


图 1-8　转动定律推导用图

上式第一项是外力 $\boldsymbol{F}_{外i}$ 对转轴的力矩，第二项是内力 $\boldsymbol{F}_{内i}$ 对转轴的力矩. 对于每一个质元都能写出类似于式 ① 的方程，将这些方程相加，有

$$\sum_{i=1}^{n} r_i F_{外i}\sin\varphi_i + \sum_{i=1}^{n} r_i F_{内i}\sin\theta_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i a_t \qquad ②$$

由于内力总是成对出现，根据牛顿第三定律可知，每一对内力都大小相等、方向相反，且在同一直线上，故对轴的力臂也相同，所以每一对内力的合力矩为零. 由此可以推知所有内力矩的代数和总是等于零，即 $\sum_{i=1}^{n} r_i F_{内i}\sin\theta_i = 0$. 考虑到各质元的角加速度 α 都相同，且 $a_i = r_i \cdot \alpha$，于是式 ② 可简化为

$$\sum_{i=1}^{n} r_i F_{外i}\sin\varphi_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 \alpha \qquad ③$$

需要全本请访问 www.ertongbook.com