



结构动力可靠度理论 及其在工程抗震中的应用

张振浩 | 著
杨伟军

非外借

本书获长沙理工大学出版资助

结构动力可靠度理论及其 在工程抗震中的应用

张振浩 杨伟军 著

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书阐述了结构动力可靠度的基本理论和分析方法,并介绍了该研究领域近年所取得的研究成果。本书共分5章,第1章为绪论;第2章为概率论与随机过程;第3章为结构随机响应分析;第4章为结构动力可靠度基本理论;第5章为结构动力可靠度理论在工程抗震中的应用。

本书可供高等院校土木工程专业的学生和研究生使用,也可供土木工程结构设计人员、科学研究人员和高等院校有关教师阅读与参考。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

结构动力可靠度理论及其在工程抗震中的应用 / 张振浩, 杨伟军著. —北京: 北京理工大学出版社, 2019. 1

ISBN 978 - 7 - 5682 - 6592 - 8

I. ①结… II. ①张…②杨… III. ①结构动力学-结构可靠性-应用-抗震结构 IV. ①TU352.11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 001284 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(总编室)

(010)82562903(教材售后服务热线)

(010)68948351(其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 定州市新华印刷有限公司

开 本 / 710 毫米 × 1000 毫米 1/16

印 张 / 12.25

字 数 / 288 千字

版 次 / 2019 年 1 月第 1 版 2019 年 1 月第 1 次印刷

定 价 / 66.00 元

责任编辑 / 张荣君

文案编辑 / 张荣君

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换

前 言

结构动力可靠度理论用结构动力学和随机过程理论相结合的方法历来研究结构在动力随机荷载作用下的可靠性及其设计、评估方法。结构动力可靠度分析,对结构设计、服役结构安全性评估和重大工程决策分析具有十分重要的意义。与经典结构静力可靠度理论以随机变量为研究工具不同,结构动力可靠度理论以随机过程为研究工具。对结构动力可靠度理论的理解与运用需要平衡且较深入地掌握结构动力学与随机过程数学理论,本书较系统地对这两个方面进行了论述。自20世纪40年代以来,结构动力可靠度理论已发展了70余年,但目前国内关于结构动力可靠度理论的专著仍不多。希望本书能帮助该领域科研工作者及大专院校土木工程专业师生较好地掌握结构动力可靠度理论,并进一步推广该理论在工程的应用。

第一章“绪论”,介绍结构可靠度基本概念、结构动力可靠度基本概念、结构动力可靠度理论研究及工程应用现状。

第二章“概率论与随机过程”,介绍结构动力可靠度理论研究的数学基础,主要涉及概率论和随机过程理论,阐述了结构动力可靠度分析中几种重要的随机过程。

第三章“结构随机响应分析”,介绍线性系统随机响应分析方法,以及非线性系统随机响应分析方法,包括矩函数法、直接法、基于普拉斯(price)定理的变换法、等效非线性体系法和复模态理论分析法。

第四章“结构动力可靠度理论”,首先介绍了经典静力可靠度基本理论,然后着重阐述了动力可靠度理论,包括基于首次超越破坏机制的动力可靠度分析理论

和基于疲劳破坏机制的动力可靠度分析理论。

第五章“结构动力可靠度理论在工程抗震中的应用”，介绍了结构抗震可靠度分析方法，这是结构动力可靠度理论在工程中的重要应用，并给出了若干分析实例。

全书由长沙理工大学张振浩副教授和杨伟军教授主编，其中第3~5章由张振浩编写，第1~2章由张振浩、杨伟军共同编写。

作者一直从事结构动力可靠度理论及其应用科研与教学工作。由于科研和教学工作的需要，使得作者在他人研究的基础上，不断地进行消化和探索，才有了本书作写的基础。作者感谢为本书提供编写基础的前辈、专家和同行，感谢书中所列参考文献的作者。

本书部分成果来源于湖南省自然科学基金资助项目“基于 Volterra 函数及随机过程频谱信息的结构非线性动力可靠度精确分析理论”(2018JJ2443)。研究生周铭嘹、陈济功、杨亿、刘家强、胡超雄、武雪燕等同学为本书的录入、绘图做了大量工作。北京理工大学出版社张荣君、方霞等同志为本书的出版付出了辛勤劳动。在此，一并表示衷心的感谢。

由于时间仓促，加上作者水平有限，书中一定存在着缺点和错误，恳请专家和读者批评指正。

作者：张振浩，杨伟军

2018年10月7日于长沙

目 录

第 1 章 绪论	001
§ 1.1 引言	001
§ 1.2 结构可靠性基本概念	002
§ 1.3 结构动力可靠度理论发展现状	004
第 2 章 概率论与随机过程	017
§ 2.1 概率论基础	017
§ 2.2 随机过程基本概念	028
§ 2.3 平稳过程与非平稳过程	034
§ 2.4 动力可靠性分析中的重要随机过程	057
第 3 章 结构随机响应分析	087
§ 3.1 线性系统随机响应分析	087
§ 3.2 非线性系统随机响应分析	093
第 4 章 结构动力可靠度基本理论	123
§ 4.1 引言	123
§ 4.2 经典可靠度基本理论	123
§ 4.3 动力可靠度基本概念	140
§ 4.4 首次超越动力可靠度分析理论	142
§ 4.5 疲劳可靠度分析理论	157
第 5 章 结构动力可靠度理论在工程抗震中的应用	161
§ 5.1 引言	161

§ 5.2 地震作用	161
§ 5.3 钢筋混凝土桥梁设计基准期抗震可靠度分析	165
§ 5.4 钢筋混凝土梁桥结构抗震可靠性分析	168
附录 A 正态分布表	183
附录 B t 分布的双侧分位数(t_{α})表	184
附表 C Γ 函数表	185
参考文献	186



第 1 章 绪论

§1.1 引言

自 20 世纪 20 年代起,国际上开始了结构可靠性基本理论的研究,并随着时间的推移逐步扩展到结构分析和设计的各个方面,到了 20 世纪 70 年代,可靠度理论已被纳入各类结构设计规范中,成为结构设计的一个基础。工程结构设计从过去的确定性设计方法转向以可靠概率为目标的非确定性设计方法,表现为从忽略荷载和结构抗力等因素实际存在的随机性的定值概念转向合理考虑其随机性的非定值概念,从主要依靠经验确定安全系数转向应用统计理论定量给出一定基准期内结构的失效概率和可靠度指标,这是结构设计思想、概念和方法的一个重要转变,也是结构设计理论、方法发展的大趋势。需要指出的是,最初开始研究的结构可靠性理论及目前各类规范所采用的基于可靠概率的结构设计方法是针对静荷载及静荷载作用下的结构而言的。研究承受动荷载作用的结构动力可靠度问题则是始于 1945 年美国学者 S. O. Rice 对随机动力响应过程与某一固定界限交差问题的研究。可见,作为结构可靠性理论的一个基础研究领域,结构动力可靠性的研究进行得比较晚。经过几十年的发展,结构动力可靠性理论研究已取得了丰硕的成果,但由于其涉及的问题大多难度大,目前仍不完善,甚至一些基本问题还未得到很好的解决。对于需要进行抗震、抗风等设计的结构而言,其动力可靠性分析是不可或缺的。建立基于动力可靠性的结构抗震抗风设计方法也符合结构设计朝概率性设计方法方向发展的趋势。因此,深入进行结构动力可靠性理论及其在抗震、抗风等结构中的应用研究,既具有重要的理论奠基意义,又具有实际的工程应用意义。

结构所受的外部干扰大多数不仅随时间而变化而且具有明显的随机性。随着认识的深入,人们逐渐认识到这种随机干扰应该用随机过程来描述,并分门别类地建立起了许多随机过程模型。例如,土木工程领域的脉动风速作用于结构表面的脉动风压随机过程模型、地震作用于结构基底的地震地面加速度随机过

程模型、不平坦路面作用于行驶车辆底盘的动力随机过程模型、海洋波浪力作用于结构表面的波浪力随机过程模型等。这些动力随机干扰模型的建立,推动了结构随机振动理论的诞生、应用和发展。结构随机振动的基本理论包括结构随机干扰的数学模型、线性与非线性体系随机振动的响应分析和结构随机振动的可靠性分析3个部分。可以说,结构随机振动分析的最终目的就是要定量地评价结构的可靠性,即在概率的意义下定量地评价结构的安全程度,这就是结构动力可靠性分析。结构动力可靠性理论作为结构随机振动理论的一个分支,是一门新发展起来的边缘、交叉学科,它用结构理论、振动理论和不确定性数学(概率论和模糊数学)相结合的方法,研究结构动力可靠性分析方法和基于可靠度的结构动态设计方法。

§1.2 结构可靠性基本概念

结构所要满足的功能要求是指结构在规定的使用年限内,满足下列4项功能要求。

(1)能承受在正常施工和正常使用时可能出现的各种作用(包括荷载及外加变形或约束变形)。

(2)在正常使用时具有良好的工作性能。

(3)在正常维护下具有足够的耐久性能。

(4)在偶然事件(如爆炸、车辆撞击、超过设计烈度的地震、龙卷风等)发生时及发生后,仍能保持必需的整体稳定性(即结构仅产生局部的损坏而不致发生连续倒塌)。

在以上的4项功能要求中,第(1)、(4)两项通常是指结构的强度、稳定,即所谓的安全性,第(2)项是指结构的适用性,第(3)项是指结构的耐久性,三者总称为结构可靠性。所谓结构可靠性,是指结构在规定的时间内,在规定的条件下,完成预定功能的能力。

这里所说的“规定的时间”,是指结构可靠性分析时考虑各项基本变量与时间关系所取用的设计基准期。目前,国际上对设计基准期的取值并不统一,如国际“结构安全度联合委员会”(JCSS)建议的结构设计基准期为50年,加拿大“国际建筑法规”取30年。我国《建筑结构设计统一标准》(以下简称《统一标准》)规定建筑结构设计基准期为50年。所说的“规定的条件”,一般是指正常设计、正常施工、正常使用条件,即不考虑人为过失的影响。

结构可靠性的定义概念外延显然比安全性大,度量结构可靠性的数量指标称为结构可靠度。其定义为:结构在规定的时间内,在规定的条件下,完成预定功能

的概率。可见,结构可靠度是结构可靠性的概率度量。

衡量一个结构是否可靠,或者说是否完成功能要求,应有明确的标志。因此,在工程设计中引入了按极限状态设计的概念。所谓极限状态,是指整个结构或结构的一部分超过某一状态就不能满足设计规定的某一功能要求,则此特定状态就称为该功能的极限状态。显然,我们要求所设计的结构应具有足够大的可靠度来保证不致达到规定的极限状态,只有这样,才能认为结构满足预定的功能要求。

结构的极限状态一般可分为如下3类。

1. 承载能力极限状态

这种极限状态对应于结构或结构构件达到最大承载能力,或者达到不适于继续承载的变形。

当出现了下列状态之一时,即认为超过了承载能力极限状态。

(1) 整个结构或结构的某一部分作为刚体失去平衡(如倾覆等)。

(2) 结构构件或连接处因超过材料强度而破坏(包括疲劳破坏);或者因很大塑性变形而不适于继续承载。

(3) 结构转变为机动体系。

(4) 结构或结构构件丧失稳定(如压屈等)。

在设计时,以足够大的可靠度来避免这种极限状态的发生是保证结构安全可靠的必要前提,因此所有结构构件均应进行强度(包括压屈失稳)计算,在必要时应验算结构的倾覆和滑移;对于直接承受重级工作制吊车的构件,还应进行疲劳验算。

2. 正常使用极限状态

这种极限状态对应于结构或结构构件达到正常使用和耐久性的各项规定限值。

当出现下列状态之一时,即认为超过了正常使用极限状态。

(1) 影响正常使用或外观的变形(如变形过大会造成房屋内粉刷层剥落、填充墙和隔断墙开裂及屋面积水等后果)。

(2) 影响正常使用或耐久性能的局部损坏(包括裂缝)。

(3) 影响正常使用的振动。

(4) 影响正常使用的其他特定状态。

为了使所设计的结构构件能满足正常使用的功能要求,根据使用条件需控制变形值的结构构件,应进行变形验算;根据使用条件不允许混凝土出现裂缝的构件,应进行抗裂度验算,对使用上需要限制裂缝宽度的构件,应进行裂缝宽度验算。

3. 逐渐破坏极限状态

这种极限状态是指偶然作用后产生的次生灾害限度,即结构因偶然作用造成局部破坏后,其余部分不致发生连续破坏的状态。偶然作用包括超过设计烈度的

地震、爆炸、车辆撞击及地基塌陷等。

这是一种针对偶然事件的条件极限状态。当考虑偶然事件时,仅要求按承载能力极限状态对主要承重结构进行设计,并遵照以下原则。

(1)按考虑偶然事件所造成的荷载效应的偶然组合进行设计或采取保护措施,使主要承重结构不致因偶然事件而丧失承重能力。

(2)应使主要承重结构因偶然事件而发生局部破坏后,其剩余部分仍应具有适当的安全度,在一段时间内不至于发生连续倒塌,以避免生命和经济的重大损失,并为修复提供条件。

以上前两类极限状态在我国现行结构设计中已经被采用,国际上也通常采用这两类极限状态。至于第三种极限状态,国内外目前都正在研究。

§1.3 结构动力可靠度理论发展现状

结构动力可靠性理论作为一个边缘、交叉的研究领域,涉及的学科较多,需要研究的问题范围较广。概括地说,结构动力可靠性研究主要包括结构随机响应分析、结构破坏或失效准则的研究、结构动力可靠度计算方法3个方面。以下分别阐述目前在这3个方面的研究发展与现状。

1.3.1 结构的随机响应分析研究现状

1. 线性体系的随机响应分析

线性振动体系最本质的特征是干扰与响应呈线性关系,从而叠加原理适用于体系的响应分析,这给线性体系的响应分析带来了很大方便。由于线性体系在正态随机干扰下的响应仍是正态过程,因此响应的概率分布由响应的前二阶矩唯一确定,而实际大多数结构的随机干扰具有正态性,所以线性体系的随机响应分析主要集中于其前二阶矩的具体求法上。目前,作为随机振动理论应用核心的线性体系随机振动基本理论早已成熟。

对基本的单自由度线性体系的随机响应分析,其基本方法可归结为基于 Duhamel 积分的时域分析法和基于 Fourier 变换的频域分析法^[1]。时域分析法是以随机干扰的相关函数为基础并与时间域内的积分有关的分析方法;而频域分析法是以随机干扰的谱密度为基础并与频率域内的积分有关的分析方法。对多自由度线性体系的随机响应分析,是以振型叠加为基础的,即采用经典的振型分解法。被认为线性随机振动分析的核心理论成果为

$$\begin{cases} [S_{yy}(\omega)] = [H]^* [S_{xx}(\omega)] [H]^T \\ [S_{yx}(\omega)] = [H]^* [S_{xx}(\omega)] \\ [S_{xy}(\omega)] = [S_{xx}(\omega)] [H]^T \end{cases}$$

上式表示线性系统在功率谱矩阵为 $[S_{xx}(\omega)]$ 的平稳随机激励 $\{x(t)\}$ 的作用下,响应 $\{y(t)\}$ 的功率谱矩阵 $[S_{yy}(\omega)]$ 及它与激励间的互功率谱矩阵 $[S_{yx}(\omega)]$ 和 $[S_{xy}(\omega)]$ 的计算公式。式中, $[H]$ 为频率响应矩阵。

求解线性体系随机振动问题的另一个有效方法是模态分析法,该方法最初来源于机械设计制造领域。模态分析法包括实模态分析法和复模态分析法。实模态分析法(经典振型分解法)用于结构阻尼矩阵为经典阻尼即可对角化的情形。实际结构中还有许多耦联的阻尼体系,如土—结构及由性质截然不同的材料组成的组合结构等。这些结构的阻尼矩阵一般都不满足正交条件,因而使得实模态分析法无法处理。复模态分析法(非经典振型分解法)可处理这种阻尼矩阵非对角化的情形。复模态分析法的基本思想是 Foss 于 1956 年提出的。方同等人采用这种方法对单自由度线性体系在白噪声激励下^[2]、指数余弦噪声激励下^[3]和共轭复指数随机激励下^[4]的随机响应进行了分析;对多自由度线性体系在限带白噪声激励下的随机响应进行了分析^[5];并在文献^[6]中利用复模态分析法,根据时域参数与频域参数间的关系,由响应的协方差函数求得了响应谱矩。周锡元等人采用复模态理论研究了一般非正交阻尼结构在地震作用下的动力响应分析方法^[7]。该方法关键在于将复振型地震响应叠加解答中关于余弦函数的杜哈梅积分表示为该相应模态地震位移和速度响应的线性组合。近年,李创第等人采用复模态法进行了一些非对称结构的地震与风振响应分析^[8-10],但所研究的结构响应基本都是线性范围内的。文献^[8]通过复模态法对带 TLD 减振阻尼器的高层建筑结构进行了风振响应分析。文献^[9]采用复模态法进行了基于 Clough - Penzien 非平稳随机地震动模型的结构地震随机响应分析。文献^[10]将复模态法应用于减隔震结构的随机地震响应分析中。

尽管线性体系随机振动理论早已成熟,然而这些理论成果在工程领域却未能得到充分应用,其瓶颈是计算的复杂性和低效率。我国学者林家浩等提出的结构随机响应分析的新方法——虚拟激励法^[11,12],提高了计算效率,对时不变线性体系的随机响应分析可以高效精确地完成。虚拟激励法的主要特点是:将平稳随机响应分析转化为简谐响应分析,将非平稳随机响应分析转化为确定性时间历程分析,从而可以用确定性动力分析方法实现随机振动的求解。该方法自动包含了参振振型之间的互相关项及随机激励之间的互相关项,理论上是属于离散问题的精确解。对于大型复杂结构,计算效率比传统算法有很大提高。但应指出的是,目前虚拟激励法只适合于处理时不变线性体系的随机响应分析问题。

2. 非线性体系的随机响应分析

结构非线性一般分为几何非线性和材料非线性两类,其形式主要表现在阻尼

项和刚度项或两者耦合项中。结构非线性振动响应分析比线性的情况要复杂得多,根本原因是叠加原理不适用,以至于使得对线性振动响应分析非常有效的振型分解法对非线性振动不适用。此外,非线性随机振动还有一大困难,就是体系在正态随机干扰下,由于非线性的影响,响应也不一定是正态型的。这就使得不能由响应的二阶统计矩来直接得到响应的概率分布。从 20 世纪 60 年代起,非线性随机振动问题一直受到重视,迄今已发展了许多预测非线性体系响应的分析方法,主要有以下几类。

(1) FPK 方程法。

在白噪声或过滤白噪声激励下的非线性体系随机振动方程都可以化为伊藤型状态微分方程。可以证明伊藤方程的解是马尔可夫过程,因此,结构的响应及其导数是二维马尔可夫过程。而完全描述马尔可夫过程统计特性的转移概率密度函数满足 Fokker - Planck - Kolmogorov Equations 方程(简称 FPK 方程),因此可以通过求解 FPK 方程来求得结构的随机响应。理论上说,FPK 方程法是非线性随机振动分析最严密、最完善的方法,可以求得非线性问题的精确解。然而,FPK 方程的求解十分困难。即使对于平稳响应的情况,也只有少数几类特殊的单自由度和多自由度体系才能得到其精确解^[13,14]。

(2) 统计矩截断法。

非线性随机振动响应的概率密度一般难以求得。如果系统的非线性表达是解析的,可采用多项式或幂级数逼近,那么通过求解系统响应矩函数所满足的矩方程可得到系统的响应矩。由于系统的非线性,系统响应矩函数所满足的矩方程构成了一个无穷系列: $\dot{M}_K = F_K(M_1, M_2, \dots, M_K, M_{K+1}, \dots)$, $K = 1, 2, \dots$ 。为了得到这个矩方程的解,必须采用某种近似方法来截断这个系列,以使前 N 阶矩构成一组封闭方程: $\dot{M}_K = Q_K(M_1, M_2, \dots, M_n)$, $K = 1, 2, \dots, N$ 。在第 N 阶矩截断,是通过某种方法将 N 阶以上的矩用前 N 阶近似地表示出来。目前,常用的有 3 种截断法^[11]:正态截断法、累积量截断法及中心矩截断法。统计矩截断法理论上可适用于多自由度非线性系统受平稳或非平稳随机激励的情况,但计算过程复杂,实际上也只能截留少数几项(一般只取前二阶矩),以免计算量过大。

(3) 随机等效线性化法。

等效线性化法是 Caughey 于 1963 年首次提出的,而后经过 Bobori、Kaul、Penzien 和 Wen 等人地不断改进,使得该方法可以用来解决强、弱非线性计算问题^[15]。该方法是目前处理多自由度非线性体系随机响应和可靠性的最为现实可行的办法。等效线性化法的基本思想是用一个等效的线性体系振动方程代替给定的非线性体系振动方程,等效线性体系振动方程中的等效结构参数依据某种准则使两振动方程之差为最小的原则确定。最常用的一个准则是:使原非线性体系的响应与等效线性体系的响应之间的均方差最小,如使位移或能量耗散的均方差最小。随后,在等效准则方面又有了发展,如加权等效线性化^[16]、高阶等效线性化^[17]及广义

等效线性化^[18]等。但用等效的线性结构响应来代替原非线性结构的响应,当输入为高斯过程时,等效结构的响应也是高斯过程,但实际的结构响应可能不是高斯过程。目前,对此误差还只能用数值模拟法检验,尚难以准确计算这种模型替换所产生的误差。

(4) 随机摄动法。

摄动法又称小参数法,在确定性的非线性问题中有广泛的应用,但用于非确定性问题 Crandall 在 20 世纪 60 年代提出的^[19]。该方法的基本要求是体系运动方程的非线性项的系数要为小参数,以便可以将结构响应展开成该参数的幂级数。因此,随机摄动法只可用于处理弱非线性体系的随机振动问题。

(5) 随机平均法。

在一定条件下,非线性系统在非白噪声随机激励作用下的动力响应可用马尔可夫扩散过程近似描述,这个近似扩散过程的 FPK 方程的漂移和扩散系数可由给定系统的运动方程经适当的随机平均获得。求解平均后的 FPK 方程即可得到原系统的近似响应,这就是随机平均法。它适用于小阻尼非线性体系在宽带随机激励下的随机响应分析,并且通常只用于单自由度体系。在非线性随机振动中获得较多应用的有标准随机平均法和能量包线随机平均法^[20]。此外,随机平均法也被应用于随机荷载作用下结构疲劳损伤累积和裂纹扩展问题及随机激励下非线性系统首次超越的概率估计^[21]。

(6) 数值模拟法。

模拟法即用人造方法产生大量模拟动荷载的输入,重复进行响应时程计算,然后用统计的方法求得响应量的统计特征。此方法对任何问题都不存在数学上的困难,常作为其他近似方法的一种校核。其缺点是:工作量大,耗时耗资多,而且也很难包括整个随机动荷载的集合。

(7) 其他组合方法。

这类方法中主要是采用已比较成熟的分析方法相互结合起来,解决非线性随机响应的问题^[22]。

1.3.2 结构动力可靠性分析方法研究现状

动力可靠性理论从 Rice 最早研究随机过程超越某一固定界限以来已经发展了半个多世纪。但由于其所涉及的问题难度较大,有不少问题甚至一些基本的问题还尚待研究。因此,已有的研究中通常采用十分简化的结构计算模型,且结构动力可靠度的分析是基于两种基本的破坏准则:首次超越破坏机制和疲劳破坏机制。

1. 基于首次超越破坏机制的动力可靠性分析

(1) 经典基本理论。

美国学者 S. O. Rice 最先研究了随机过程与某一固定界限相交的问题,首次建

立了一定时间内随机过程超越界限的次数及其数学期望的数学表达式。他在1944年和1945年先后提出了两个关于首次超越概率的著名公式:一个是内外向级数;另一个是非常复杂的多重积分^[23]。1960年, Middleton 用严格的数学方法研究了随机过程超越界限的问题,并得到了与 Rice 相同的结果^[24]。他们的研究作为首次超越动力可靠性研究的深入开展奠定了基础。

J. J. Coleman 基于响应过程为正态过程时,假设响应过程与界限的交差次数服从泊松分布,对 B、D 界限情形下导出了交差次数和首次超越概率的解析解,这即是著名的泊松过程法。关于泊松过程法最有争议的就是交差事件彼此独立的假设。Y. K. Lin 认为,对于窄带过程(如小阻尼线性体系的动力随机响应)来说,这一假设是不可接受的。因为窄带过程的波形接近于振幅缓慢变化的正弦波,若在一次循环中发生与界限交差的事件,则在下一次循环中再次发生交差事件的概率较高,即交差事件趋向与成群出现。对于高安全界限,一般认为,无论是宽带过程还是窄带过程,泊松假定都是可以接受的,即使与真实值有差异但所得结果是偏安全的,因此还是得到了较广泛的应用。

为克服泊松过程法的缺点,不少学者提出了改进方法^[15]。一种方法是用随机响应 $X(t)$ 的包络过程 $A(t)$ 与安全界限的交差来代替 $X(t)$ 本身与安全界限的交差,因为包络过程与界限的交差事件比较接近于泊松假定,所以有可能在界限不太大的情况下得到较精确的结果;另一种方法是假定交差事件为马尔可夫过程,或者认为交差事件是成群出现的而每一群交差事件之间是相互独立的。Vanmarcke 和 Corotis 等人就是基于交差次数为马尔可夫过程的假设,提出了适合双侧对称界限的动力可靠度修正公式。Langley 将 Rice 平均超越率除以平均群超尺度,得到近似独立的平均超越率,构造了首次超越时间概率分布和概率密度的指数衰减模型,并应用于单自由度线性体系的首超时间计算^[25]。Yang 和 Shinozuka 应用点过程法研究了正态窄带响应的首次超越问题,得出的结论是:马尔可夫假设显著优于泊松假设,成群交差假设虽然看似合理,但所得结果偏于不安全。

目前,泊松过程法仍是一种常用而重要的动力可靠性分析方法,许多其他在泊松过程法基础上提出的修正方法,其解决动力可靠性分析的基本思想是与泊松过程法是一致的。Liu Ning 等人采用一阶摄动法与差分法,计算随机变量和随机过程组合情况下的平均超越率,在独立超越假定下,建立了首超时间概率计算方法^[26]。Naess 利用随机过程谱分解技术,建立了二阶 Volterra 级数高斯过程超越率的差分计算方法,在超越事件为 Poisson 过程的假设下,分析了风和地震荷载作用下的结构首次超越失效问题^[27]。

由于结构动力可靠度的计算可以由相应动力响应极值分布的积分求得,因此在结构动力可靠性分析中常要涉及结构响应的极值分布。Huston、Skopinski 采用了如下假设:单位时间内界限 $x = b$ 以上的极值总数与单位时间内的极值总数之比的期望等于单位时间内界限 $x = b$ 以上的极值总数的期望与单位时间内的极值总数

的期望之比,即 $E\left[\frac{m_b(t)}{m_{-\infty}(t)}\right] = \frac{E[m_b(t)]}{E[m_{-\infty}(t)]}$, 来求得响应过程的极值分布函数。这种商之期望等于期望之商的假定在实际中是很难成立的,但目前该假定仍是求解一般随机过程极值分布的重要基础。Crandall 基于结构响应的各极值 x_m 是相互独立的假设,得到了极值的绝对值最大值 $z_m = \max\{|x_m|\}$ 的概率分布函数,从而求得结构的动力可靠度。Powell 求得了当结构响应为窄带过程时,其在一定时间间隔内的极值总数的数学期望。此外,对一些特殊的随机过程获得了一些有意义的研究结果,如窄带正态随机过程的极值分布服从 Rayleigh 分布^[28]。陈建兵、李杰提出了随机结构动力可靠度分析的极值概率密度方法^[29],该方法基于随机结构动力响应概率密度演化的思想^[30],建立概率密度演化方程,并构造一个虚拟随机过程并将所求解的极值作为该随机过程的截口随机变量,求解出随机结构动力响应的极值概率分布,然后在安全域内积分求出结构的动力可靠度。

(2) 非线性体系问题。

动力可靠性理论研究的前期,研究的对象集中于线性体系,研究的重点基本是针对随机荷载为白噪声或近似白噪声的情况下单自由度线性体系平稳响应过程的动力可靠性问题,这主要是因为这类线性体系的响应是在位移—速度空间上具有马尔可夫性的平稳正态过程,理论上难度较小。非线性体系动力可靠性的研究开始于 20 世纪 70 年代,学者们开始致力于各种非线性体系的动力可靠性计算及应用的研究。这期间,在理论上,对非线性问题的研究主要是集中在具有小阻尼或弱非线性或具有双线性恢复力的体系上,所采用的分析方法可归纳为以下 5 种或其组合:① FPK 方程法;② 随机等价线性化法;③ 振型分解法;④ 随机摄动法;⑤ 数值模拟法。这些分析方法至今仍占据着主导地位。

Roberts 对具有小阻尼的非线性体系的首次超越问题进行了一系列研究,其方法是用能量包络法将单自由度体系的响应转化为一维马尔可夫过程,并导出了其转移概率密度函数所满足的 FPK 向前方程。Iwan 和 Gates 对单自由度非线性体系受地震作用时的等效线性化法的精度做了评价,并提出了根据有双线性恢复力的非线性体系与等效线性化体系之间的速度谱均方差为最小的原则,来确定等效线性体系的参数。Grigoriu^[31]、Wen 和 Chen^[32] 及 Ditlevse^[33] 研究了平稳随机过程非线性组合的首次超越可靠度问题。所谓随机过程非线性组合,是指随机过程构成的非线性功能函数,实际上它既是 n 维随机矢量的函数,也是一个随机过程。刘宁、武清玺等人则研究了非平稳随机过程非线性组合的首次超越问题,他们对首次超越问题的解决仍是基于泊松过程模型进行的^[34]。

对非线性体系的研究发展起了动力可靠性分析的一类新方法,这类方法直接从体系的随机状态方程入手,通过求解状态响应的 FPK 方程而求解出结构的动力可靠度。但由于 FPK 方程求解的困难,其应用不及泊松过程法等直接从分析体系的随机响应超越界限的概率而得出结构动力可靠度的方法广泛。

近年来,这类方法的研究范围渐渐扩展到多自由度非线性体系。郭德发等人利用统计线性化和复模态分析理论将 BWBN 拢缩滞回恢复力模型应用于多自由度滞变体系,求得了体系的随机地震响应,然后基于结构延性和耗能的双重破坏准则进行了非线性滞变体系的动力可靠性分析^[22]。朱位秋等人提出了一个半哈密顿顿系统首次超越失效的随机平均法^[35],通过求解一个控制条件可靠度函数的 FPK 向后方程和一个控制首次超越时间条件矩的一般化 Pontryagin 方程组,获得了系统的条件可靠度函数、首次超越时间的条件概率密度和条件矩。分析表明,该方法给出的可靠度函数和平均超越时间都是系统中每个自由度上初始能量的单调函数,因而函数形式简单,对于具有较小复杂性的结构体系较为合适。陈建兵和李杰利用随机扩散原理,建立了将时间参数与响应变量解耦的概率演化方程,运用模拟技术得到具有多峰的多自由度非线性结构的随机动力响应概率密度函数,然后在安全域内对概率密度函数进行积分,得到单一失效模式的结构动力可靠度^[30,36]。

(3) Monte - Carlo 模拟方法。

Monte - Carlo 模拟方法可以普遍适用于分析复杂线性和非线性结构的首次超越问题。其分析步骤一般包括:①产生基本变量的人工样本;②计算对应于每一样本值的结构响应;③统计示性函数值和结构首次超越失效频率。对于复杂结构及失效概率特别微小的情况, Monte - Carlo 模拟非常耗费机时,提高 Monte - Carlo 模拟效率的技术是样本方差缩减技术,其中最为常用的是重要抽样方法。

吴斌、欧进萍等人分析了动力可靠度 Monte - Carlo 方法的特点,提出将主要用于静力可靠度的重要抽样方法应用于结构动力可靠度问题中,并针对白噪声荷载,给出了选择重要抽样函数的方法和重要抽样函数的具体表达式^[37]。

因为响应过程的极值及其分布对响应方差的影响最大,所以在模拟过程中充分考虑响应谱峰值的影响可以扩大模拟函数的均值和方差,从而获得更多的超越事件。Bayer 和 Bucher 利用权重和响应谱峰的特征来修正结构的原响应谱,将修正后的响应谱作为重要抽样中的模拟函数,提高了非线性结构首次超越失效的分析效率^[38]。对于具有上百个自由度的混凝土或钢框架结构,仅需进行 1000 次抽样,该方法便可以给出位移响应首次超越失效概率的高精度结果。

若结构极限状态函数具有多个局部最中心极限状态点,那么,不仅全局最中心极限状态点附近的安全域边界,而且各个局部最中心极限状态点附近的安全域边界,都对首次超越失效概率具有重要贡献。对此, Au 和 Beck 构造了一个分析结构首次超越问题的重要抽样算法,其模拟函数不是集中在设计点处的高斯概率分布函数,而是具有一个标准差函数的条件概率分布函数的加权和,从而在大型复杂结构分析中避免了由于确定的模拟密度的改变而需要非常多的时间离散点和输出量的问题,适用于具有复杂极限状态函数的大型结构首次超越失效分析^[39]。