

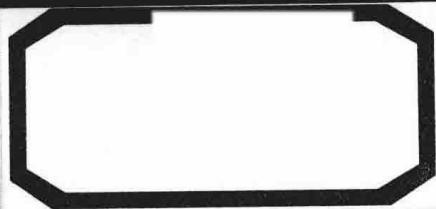
光学变换与 波束调控超材料器件

GUANGXUE BIANHUAN YU BOSHU TIAOKONG CHAOCAILIAO QIJIAN

梅金硕 舒 昌 著



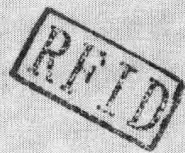
哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



光学变换与 波束调控超材料器件

GUANGXUE BIANHUAN YU BOSHU TIAOKONG CHAOCAILIAO QIJIAN

梅金硕 舒 昌 著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书主要介绍光学变换原理和光学变换在电磁波调控领域的应用,全书共有10章。第1章简要介绍了超材料的基本概念和主要应用;第2章介绍了光学变换的基本理论和研究进展;第3章至第10章介绍了光学变换理论在电磁波调控领域的部分典型应用。

本书适用于高等院校物理学、电子工程和通信工程等专业的高年级工科学生、研究生和教师,也可供从事材料科学、电磁场理论与微波技术等相关专业的科研及工程技术人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

光学变换与波束调控超材料器件/梅金硕,舒昌著. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社,2019.7

ISBN 978-7-5603-8115-2

I. ①光… II. ①梅… ②舒… III. ①光电器件-研究
IV. ①TN15

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第069035号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 陈雅君

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨圣铂印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 12 字数 236千字

版 次 2019年7月第1版 2019年7月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-8115-2

定 价 98.00元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

超材料是近年来国际学术界的研究热点之一,它是一种由亚波长单元结构组成的人工复合材料,其材料的等效物理参数可取正、零、负、无穷小或无穷大。不仅如此,它具有逆 Doppler 效应和逆 Cerenkov 辐射等新奇物理特性。英国物理学家 Pendry 等人相继提出了微波频段实现等效负物理参数的理论和方法,该方法已被实验所证实。随后,国内外科研人员掀起了电磁超材料的研究热潮,并取得了许多令人瞩目的研究成果。光学变换理论的诞生为人们用超材料任意控制电磁波提供了有效的途径和方法。基于光学变换理论,科研人员相继提出了电磁隐身罩、电磁波集中器和其他波束调控器件。这些研究成果在军事伪装和电磁工程等领域有着潜在的应用前景。由于篇幅和作者水平有限,该书主要根据作者多年来的科研成果,并结合该领域的研究现状和一些代表性成果撰写而成,以供相关领域的科研人员参考。

本书共有 10 章。第 1 章介绍了超材料的基本概念和主要应用;第 2 章介绍了光学变换基本理论和研究进展;第 3 章介绍了基于光学变换理论的电磁隐身器件,主要包括光隔离式隐身罩、隐身毯和散射相消式补偿媒质隐身罩;第 4 章介绍了幻影罩、透明罩和同时具有幻影和透明电磁特性的多功能罩;第 5 章介绍了旋转罩、旋转放大罩和旋转缩小罩;第 6 章介绍了移位罩、移位变形罩以及正媒质移位罩的参数简化;第 7 章介绍了波束移位器、分束器和波导连接器;第 8 章介绍了电磁波集中器以及集中器的参数简化;第 9 章介绍了基于光学变换理论的其他典型控波器件,如极化分束器、波形转换器和高定向性透镜天线;第 10 章介绍了光学变换理论在其他领域的应用。本书第 2 章至第 6 章由梅金硕负责撰写(约 15 万字),其余章节由舒昌负责撰写(约 8 万字)。

由于作者水平有限,书中难免存在不足和疏漏,欢迎读者批评指正。

目 录

第 1 章 超材料简介	1
1.1 基本概念	1
1.2 超材料的基本特征	1
1.3 超材料的种类	1
1.4 超材料的研究进展	3
1.5 超材料的主要应用	6
第 2 章 光学变换理论	9
2.1 麦克斯韦方程	9
2.2 麦克斯韦方程形式不变性与光学变换	11
2.3 光学变换在波束调控领域的应用与研究进展	14
第 3 章 光学变换与电磁隐身器件	20
3.1 隐身罩	20
3.2 补偿媒质隐身罩	26
3.3 隐身毯	38
第 4 章 光学变换与多功能电磁罩	51
4.1 透明罩	51
4.2 幻影器	54
4.3 具有透明、幻影和隐身特性的圆柱形多功能罩	59
4.4 具有透明、幻影和隐身特性的多边形多功能罩	74
第 5 章 光学变换与旋转变形罩	84
5.1 圆柱形旋转罩	84

5.2	圆柱形变形罩	86
5.3	圆柱形旋转放大罩	92
5.4	圆柱形旋转缩小罩	97
第6章	光学变换与移位变形罩	101
6.1	均匀超材料移位罩	101
6.2	均匀超材料移位变形罩	104
6.3	正媒质移位罩的参数简化	116
第7章	光学变换与波导连接器	120
7.1	正媒质波束偏移器和分束器	120
7.2	补偿媒质波束偏移器和分束器	122
7.3	正媒质波导连接器	125
7.4	补偿媒质波导连接器	131
第8章	光学变换与电磁波集中器	143
8.1	圆柱形集中器	143
8.2	圆柱形集中器的参数简化	145
8.3	基于均匀参数的多边形集中器	147
第9章	光学变换与其他控波器件	152
9.1	极化分束器	152
9.2	波形转换器	153
9.3	高定向性透镜天线	155
第10章	光学变换在其他领域的应用	158
10.1	变换声学及其应用	158
10.2	变换热力学及其应用	162
10.3	变换等离子及其应用	166
10.4	变换静磁学及其应用	169
参考文献		171

第 1 章 超材料简介

1.1 基本概念

超材料由英文 Metamaterials 一词翻译而来,往往又称作“超常媒质”。目前,超材料尚未有一个严格的、权威的定义,通常是指一些具有天然材料所不具备的超常物理性质的人工复合结构或复合材料,是近年来国际学术界的研究热点之一^[1-3]。超材料不但是—种材料形态,也代表一种新的材料设计理念,即根据应用需要,按照人的意志,从原子或分子设计出发,通过严格而复杂的人工设计与加工制成的具有周期性或非周期性的人造微结构单元排列的复合型或混杂型材料。这些人工微结构单元构成的复合结构可呈现天然材料所不具备的超常物理性能,如负折射率、负磁导率、负介电常数等。超材料的出现在材料科学领域具有重要的意义。

1.2 超材料的基本特征

超材料的基本特性包括^[4]:(1)超材料具有负折射率、负介电常数、负磁导率等不同于常规材料的奇异物理特性,这些超常特性主要取决于构成超材料的亚波长结构单元,单元构成材料起辅助作用;(2)超材料属于亚波长结构,其单元结构尺寸远小于工作波长,单元结构尺寸越小,其结构特性越趋于匀质材料;(3)具有亚波长单元结构的超材料,其物理特性和材料参数可使用等效介质理论描述,可以提取超材料的等效介电常数和磁导率等参数。

1.3 超材料的种类

超材料可以分为左手材料、电磁超材料、光学超材料、各向异性超材料、手性超材料和声波超材料以及其他非常规材料。

1.3.1 左手材料

左手材料是一种典型的超材料,也是研究得最广泛的超材料。确切地说,超材料的研究源于左手材料。左手介质具有等效负介电常数和负磁导率,表现出完全相反的电磁特性,包括左手特性、双负特性、后向波特性和负折射特性等^[1]。2003年,左手介质被 *Science* 杂志评为当年世界十大科学成果之一,左手材料通常由介电常数和磁导率为负的结构单元组合而成。随着研究的逐渐深入,具有单负特性的超材料也引起了人们的关注,并由此将最初的左手材料研究扩展至包括单负超材料、各向异性超材料和手性材料等更为广泛的研究领域。

1.3.2 电磁超材料

由电谐振器单元构成的超材料称为电超材料,相应地,由磁谐振器单元构成的超材料称为磁超材料。电超材料和磁超材料是分别通过电谐振子或磁谐振子单元的谐振实现的超材料,其相对介电常数和磁导率通常介于 $0 \sim 1$ 之间,也可以为负值。电磁超材料的出现促进了基于超材料的透波隐身技术的发展。

1.3.3 光学超材料

光学超材料包括线性光学超材料、非线性光学超材料以及不同光波段的超材料,如可见光和红外等。光子晶体是一种非常重要的光学超材料,它是一种折射率在空间周期性变化的新型光学材料,最早由 Yablonovitch 提出。在光子晶体中,光也有光子能带和能隙的特性。最近的理论和实验证实光学超材料还可以表现出负折射率特性^[5,6]。

1.3.4 各向异性超材料

各向异性超材料是指具有各向异性介电常数或磁导率的超材料。典型的各向异性超材料为金属线阵列,金属线阵列的各向异性特性已被仿真和实验证实^[7]。

1.3.5 手性超材料

手性超材料是指基于亚波长手性结构单元的手性参数实现的超材料,不仅可实现介电常数和磁导率同时为负值,也可在介电常数和磁导率同时为正的情况下通过手性参数实现负折射率^[8]。手性超材料具有很强的旋光性和二向色性,在光学领域具有广阔的应用前景。

1.3.6 声波超材料

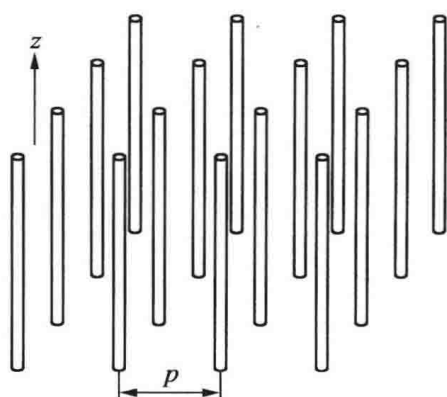
声波超材料是指具有等效负质量密度和负模量的超材料^[9]。由于声波与物质的相互作用与电磁波具有一定的相似性,也可以通过人工手段设计和制作声波超材料。

1.4 超材料的研究进展

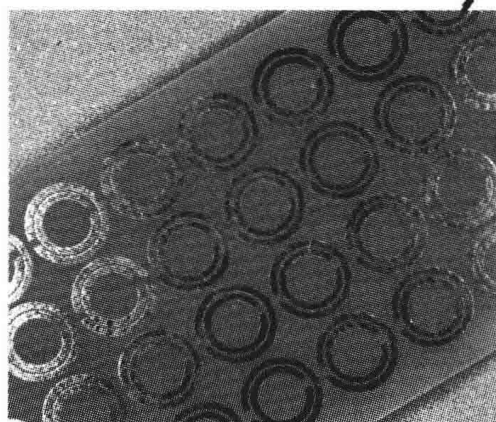
最先提出 Metamaterials 概念的是美国德州大学奥斯汀分校的 Rodger M. Walser 教授^[10]。人工电磁超材料是指一种具有等效物理参数的周期或非周期性排列的人工复合结构,其单元结构具有亚波长尺寸。这种人工复合结构具有非常规的物理参数,单元的结构决定这些等效物理参数,而单元结构的构成材料仅仅起到辅助作用。大多数自然材料位于以介电常数和磁导率为轴的材料象限中的第一象限,极少数的电等离子体和磁等离子体位于以介电常数和磁导率为轴的材料象限中的第二象限和第四象限。除了这些天然材料外,采用具有非常规物理参数的人工复合结构实现的其他材料性质都可纳入人工电磁超材料的范畴。人工电磁超材料包含的范围很广,例如,左手媒质、单负媒质、MNZ(磁导率 μ 接近于0)材料、ENZ(介电常数 ϵ 接近于0)和强各向异性材料等。

对于人工电磁超材料的研究,最早可以追溯到20世纪60年代。苏联科学家 V. G. Veslago 提出了左手材料(Left-Handed Material, LHM)的概念,同时 V. G. Veslago 教授^[1]系统地分析和总结了左手材料具有的诸多奇特性质,如负斯内尔(Snell)折射、逆切伦科夫(Cerenkov)辐射及逆多普勒(Doppler)效应等。左手材料这一概念的由来主要是针对常规介质的右手螺旋定则,常规介质的介电常数和磁导率同时为正值,此种情况下,电场、磁场和波矢三者满足右手螺旋定则。左手材料的介电常数和磁导率同时为负值,在此种情况下,电场、磁场和波矢三者满足左手螺旋定则,故将满足这样电磁特性的材料称为左手材料。由于没有天然存在的左手材料,而当时又缺少实验验证,因此左手材料概念提出之后一直未引起科学界的足够重视。左手材料概念提出的30年后,在微波频段具有等效负介电常数的人工电磁超材料最先由英国的 J. B. Pendry 教授等人^[2]提出。产生等效负介电常数的机理是采用周期性排列的金属杆阵列构成一种低频段的等离子体激元^[11],采用 Drude 模型可近似表示上述金属杆阵列 z 轴方向的介电常数。在忽略电损耗的情况下,金属杆阵列在小于共振频率的频段内介电常数将出现负值。三年之后, J. B. Pendry 教授等人^[12]采用非磁性导电金属薄片构成的开口谐振环(Split Ring

Resonator, SRR)阵列在微波波段上实现了等效负磁导率效应。J. B. Pendry 教授等人提出的金属杆阵列和开口谐振环阵列分别如图 1-1 (a)和(b)所示。此后, J. B. Pendry 教授在上述工作基础上提出了可能实现等效介电常数和磁导率同时为负值的单元结构。与此同时,美国加利福尼亚州大学的 D. R. Smith 教授等人^[3]按照 J. B. Pendry 等人提出的理论方案,将金属杆和金属铜谐振环结构有序排列在一起用作实现一维左手材料的结构单元,通过合理设计使得复合结构在微波频段的等效介电常数和磁导率同时为负值,该复合结构如图 1-2 所示。相继一维左手材料实现后的一年多时间,基于同样设计理念的二维左手材料也相继问世,并采用该结构对负折射率现象进行了实验验证,相关成果发表在著名学术期刊 *Science* 上^[13]。在上述研究成果的激励下,左手材料终于燃起了广大科研工作者的研究热情,迅速成为当今电磁学以及相关学科的研究热点,并且,无论是理论机理分析还是实验验证工作都取得了丰硕的成果和长足的进展,很多改进的左手材料结构应运而生。例如,D. Schurig 等人^[14]提出了电耦合 LC 谐振器(ELC);R. Marques 等人^[15]提出了去除原 SRR 结构双向异性的宽边耦合 SRR 结构;F. Falcone 等人^[16]提出了能够在外电场作用下产生负介电常数的互补型开环谐振器(CSRR);H. Chen 等人^[17]提出了采用耦合的 S 形单元结构来实现左手材料,并在透射实验装置中利用该结构成功地观察到了负折射现象。此外,还有科研人员提出了螺旋形谐振器结构、 Ω 结构、多路开环谐振器(MSRR)结构以及其他形状的人工电磁超材料结构^[6,18]。与此同时,光波段上左手材料的实现也取得了令人瞩目的成绩。例如,S. Zhang 等人^[19]采用所谓“渔网”结构实现光波段的负折射率设计。之后, J. Valentine 等人^[5]采用多层“渔网”结构制备出了三维左手材料,并利用多层“渔网”结构成功地观测到了负折射现象。



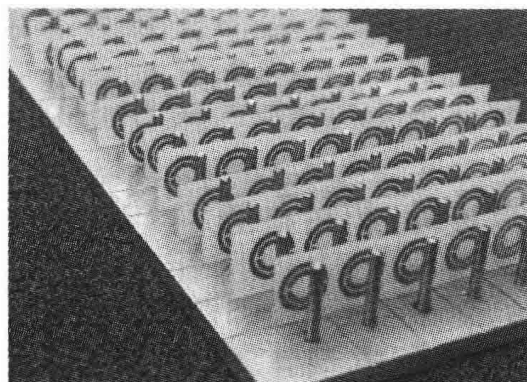
(a)



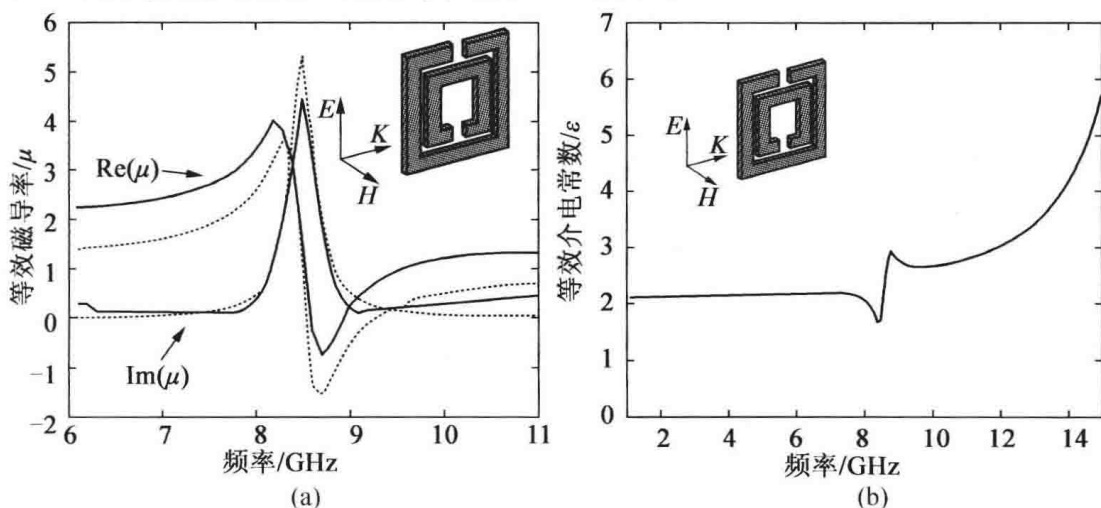
(b)

图 1-1 实现负介电常数 ϵ 和负磁导率 μ 效应的结构单元

(a) 细导线阵列^[2]; (b) SRR 阵列^[12]

图 1-2 一维左手材料的结构单元^[3]

综上所述,人们已经提出了多种不同的超材料微结构单元。这些微结构大体上可以分为电响应和磁响应结构。这些人工微结构的等效物理参数的分析可以采用平均场法^[11]和S参数方法^[20]等,如Smith等人^[20]采用S参数反演了开口谐振环(SRR)的等效介电常数和磁导率,如图1-3所示。

图 1-3 SRR 的等效介电常数和磁导率^[20]

(a) 等效磁导率; (b) 等效介电常数

随着对人工电磁超材料研究工作的不断深入,科研人员发现了目前技术水平下左手材料具有损耗大和工作带宽窄这两个不可克服的缺点,这两个缺点严重阻

碍了左手材料的应用。目前,越来越多的科研人员参与到人工电磁超材料的研究工作中,相关成果极大地丰富了人工电磁超材料的内涵。在积极关注人工电磁超材料的同时,研究人员还探索出一些新的人工电磁结构。例如,根据等效传输线理论设计出“左右手复合传输线”^[21-24]、光子晶体^[25]、电磁带隙结构^[26]、频率选择表面^[27]和人工磁导体^[28]等。

1.5 超材料的主要应用

随着超材料研究的不断深入,人们发现用于实现超材料的谐振结构单元具有更为广泛的应用前景,例如,可以提升传统天线和天线罩的性能、设计新型功能器件与传感器、开发新型光回路与光学器件、用于隐身和声波超材料成像与声波隐身技术等领域^[4,29]。

1.5.1 提升传统微波器件、天线和天线罩的性能

随着对超材料认识的逐步深入,微波频超材料设计、制备的关键技术已取得突破性的进展,能够把超材料应用于传统微波器件、天线和天线罩系统的工程化设计中,用以克服常规微波线、天线和天线罩的技术瓶颈,提升其性能并减小其体积和重量,这对提升整体系统的性能具有重要的意义。雷达天线是超材料的一项重要应用,可以将超材料代替传统抛物面天线的发射面和设计共形天线等新型雷达天线,无论在电磁特性还是物理特性方面,超材料天线都具有无法比拟的优势。在电磁特性方面,通过对超材料内部空间各项电磁参数的设计,可以实现电磁波传播方向的调整、波束赋形等功能。与传统的抛物面天线相比,超材料天线可以对天线口径场进行精确设计,使天线具有接近理想口径分布时的方向图特性;通过超材料天线的不同设计,其工作频率范围可适应多重雷达工作频段,或实现低副瓣设计等。在物理特性方面,与传统的反射面天线相比,超材料天线具有密度低、厚度薄等特点,在同等电性能条件下,可以较大幅度地降低雷达天线的重量和口径。此外,平板形式的超材料天线可拼接、折叠,便于架设和撤收。不仅如此,超材料还可以应用于天线罩来减少传统天线罩对电磁波能量造成的损耗。由于天线罩的存在,电磁波需要穿透天线罩才能被接收,由于阻抗不匹配,因此将在分界面上发生反射,从而造成电磁波能量的损耗,严重地影响天线接收的信号质量。基于超材料的天线罩可以将天线置于内部,防止恶劣天气对天线工作状态的影响与干扰,同时还可以满足电磁波能量的有效透过率^[29]。



1.5.2 设计新型功能器件与传感器

利用超材料的独特物理性质,能够设计常规材料无法实现的新型功能器件和传感器,如聚能器件和波束压缩器件、电磁波屏蔽器件、倏逝波放大器件、表面波增强器件、介质探针、在传播中可以使非平面波保持波形不变的波形保持器等^[4]。

1.5.3 开发新型光回路与光学器件

超材料与表面等离激元的融合促进了光频段超材料的迅速发展。由于超材料具有负介电常数或负磁导率,在超材料界面可以激发丰富的类表面等离激元模式。所以,光频段超材料在新型光子器件、光传导控制、微电子回路、亚波长成像、高性能太阳能电磁板等方面具有重要的应用前景。目前,基于超材料的表面等离激元激发、控制、传输是光频段超材料研究最活跃的领域,并衍生出具有重要应用价值的纳米激光器、光信息存储器、光传感器等纳米尺度光子元件,这也是国内与国外研究差距较大的领域^[29]。

1.5.4 隐身新技术

超材料技术还可以应用在隐身领域,利用超材料非凡的物理性质可以实现与传统隐身机制的隐身新技术。超材料隐身技术包括如下几个主要方面。

1. 隐身斗篷

基于超材料的隐身斗篷能够实现完美隐身,其隐身机制是透波隐身。该技术完全不同于传统吸波材料的电磁波吸收物理机制,主要是将介电常数和磁导率按照一定的规律分布来控制电磁波的传播,如波线的曲直、电磁场能量的分布等。例如,用某种精心设计的超材料套包裹目标物体,当外部电磁波进入该超材料套后,在超材料的控制下沿着超材料套并绕开套内目标物体,而最终按照与在自由空间中传播相同距离所应具有的方向和波形继续传播^[30]。这样,实现了套内目标物体与外场的隔绝,从观察者的角度来看,超材料套及其套内目标物体完全是透明的,从而实现完美隐身。传统雷达探测往往采用折射式、吸波式或反射式隐身技术,超材料隐身斗篷具有传统隐身技术所无法比拟的优点。首先,透波效率的提升减少了反射,减小了雷达散射截面;其次,由于是透波,能量在斗篷内的转效率小,从而减少了吸波造成的二次辐射;再次,由于透射波保持原有方向和波形,基于检测前向波传输的多基站雷达技术无法探测到隐身目标,具有反多基站雷达侦查的能力。该隐身思想一经发表,立即引起国内外学者的广泛关注,更是激发了一些军事强国

的极大兴趣。

2. 超材料吸波隐身技术

除了上述隐身新技术外,超材料也可以应用到传统的吸波隐身技术中。在谐振和反谐振区域,使标志材料损耗特性的复介电常数和复磁导率的虚部额达到了峰值,这意味着超材料也会对电磁波表现出强烈的吸收特性,因而基于超材料可以设计出具有强吸波效应的吸波体,这就是超材料作为吸波材料的机理^[4]。超材料既可以单独作为吸波材料使用,也可以与传统吸波材料复合,从而制备出满足微波隐身“薄、轻、宽、强”要求的新型复合吸收材料。作为结构型的超材料,由于其工作频率、介电常数和磁导率等电磁参数可以人工设计,具有易调节性,因此容易实现超材料的吸波层与自由空间的阻抗匹配,从而大幅度减少反射波强度。

3. 表面等离激元隐身

表面等离激元隐身技术是一种准完美的透波隐身技术,通过合理设计表面等离激元耦合材料可以激发不同模式的表面等离激元,针对不同的应用需求,利用表面等离激元的局域化和表面传播特性,形成表面等离激元并沿表面进行低损传播,实现透波隐身,或者通过表面等离激元控制目标散射,实现变向隐身^[31-35]。

1.5.5 声波超材料成像与声波隐身技术

类似于电磁超材料可以实现亚波长成像,声波超材料可以用于超声波亚波长成像,以提高成像的分辨率。声波超材料在声波隐身技术中也具有重要的潜在应用前景^[36-42],主要体现在如下两个方面:一是通过负模量声波超材料实现对低频声波的全反射,实现低频隔声,可应用于发动机的隔声;二是通过参数渐变声波超材料层实现声波透明,这与电磁隐身斗篷类似。

第 2 章 光学变换理论

2.1 麦克斯韦方程

麦克斯韦 (Maxwell) 方程是电磁学和光学的基础, 它的积分形式包括如下四个方程

$$\oint_c H \cdot dl = \int_s \left(J + \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot dS \quad (2-1a)$$

$$\oint_c E \cdot dl = - \int_s \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS \quad (2-1b)$$

$$\oint_s B \cdot dS = 0 \quad (2-1c)$$

$$\oint_s D \cdot dS = q \quad (2-1d)$$

式中, E, D, B, H, J 和 q 分别表示电场强度、电位移矢量、磁感应强度、磁场强度、电流密度和电荷。

利用矢量分析中的高斯 (Gauss) 定理和斯托克斯 (Stokes) 定理, 可以由麦克斯韦方程组的积分形式导出其微分形式, 包括如下四个方程

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (2-2a)$$

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2-2b)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2-2c)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2-2d)$$

式中, ρ 是自由电荷的体密度。通常所说的麦克斯韦方程组, 大都指它的微分形式。

上式表明, 时变电场是有旋有散的, 因此电力线可以是闭合的, 也可以是不闭合的。而时变磁场则是无散有旋的, 因此磁力线总是闭合的。闭合的电力线和磁力线相交链, 不闭合的电力线从正电荷出发, 终止于负电荷。而闭合的磁力线要么与电流相交链, 要么与电力线相交链。

在没有电荷也没有电流的无源区域中,时变电场和时变磁场都是有旋无散的,电力线和磁力线相互交链,自行闭合,即变化的电场产生变化的磁场,变化的磁场也会激起变化的电场。正是由于电场和磁场之间的相互激发、相互转化,形成了电磁波动,使电磁波以有限的速度向远处传播出去,即电磁波。

式(2-1)和(2-2)称为麦克斯韦方程的非限定形式,适用于任意媒质。对于线性、均匀、各项同性的媒质来说

$$D = \varepsilon \varepsilon_0 E \quad (2-3a)$$

$$B = \mu \mu_0 H \quad (2-3b)$$

$$J = \sigma E \quad (2-3c)$$

式中, ε 、 μ 和 σ 分别是相对介电常数(2-3)导率。将(2-3)带入(2-1)和(2-2)中可以得到仅用 E 和 H 表达的方程称为限定形式的麦克斯韦方程。

在线性、均匀、各项同性的有耗导电媒质中,有

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \int_V J \cdot E dV + \oint_S (E \times H) \cdot dS \quad (2-4)$$

式中,左边一项表示体积 V 内电磁总能量随时间而减少的速率。根据能量守恒定律,体积 V 内能量的减少就意味着体积 V 内有能量的损耗与流失,那么,式中右边两项必定反映这两方面。而右边第一项表示能量的损耗,第二项表示单位时间内从体积 V 内穿出封闭面向外流失的能量,令 $S = E \times H$ 称为能量密度矢量。

在线性、均匀、各项同性的无源无耗媒质中,麦克斯韦方程组为

$$\nabla \cdot D = 0 \quad (2-5a)$$

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2-5b)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2-5c)$$

$$\nabla \times H = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2-5d)$$

对于时变电磁场,可得

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (2-6)$$

$$\nabla^2 H + k^2 H = 0 \quad (2-7)$$

式中, $k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon$ 。波动方程在自由空间中传播的最简单模式为平面波,假设电场在 x 轴方向,波沿 z 轴方向传播,则有

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t - kz) \quad (2-8)$$

这表明空间中传播的波是时间和空间的函数,因此电磁现象比较复杂,求解电磁问题必须求解偏微分方程。如果传播方向为 r ,点源激励的传播模式为球面波,

复数形式的时谐解为

$$E = E_0 e^{j(\omega t - kr)} \quad (2-9)$$

在导电媒质中,麦克斯韦方程组为

$$\nabla \cdot D = 0 \quad (2-10a)$$

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2-10b)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2-10c)$$

$$\nabla \times H = \sigma E + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2-10d)$$

其中, $\nabla \times H = \sigma E + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} = \sigma E + j\omega \varepsilon E = j\omega \varepsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right) E = j\omega \tilde{\varepsilon} E$, $\tilde{\varepsilon}$ 称为复介电常数。

引入复介电常数 $\tilde{\varepsilon}$ 的概念后,导电媒质中的麦克斯韦方程组与无耗媒质中的麦克斯韦方程形式上完全相同,因此,只要将无耗媒质场的解中的 ε 用 $\tilde{\varepsilon}$ 取代即可得到导电媒质中场的表达式。目前,电磁波已广泛应用于通信、输能、传感和加热,这些应用的基础都是麦克斯韦方程。

2.2 麦克斯韦方程形式不变性与光学变换

光学变换理论,又称“坐标变换理论”和“转换光学理论”,由英国的 J. B. Pendry 教授等人于 2006 年首次提出^[30]。光学变换理论是在麦克斯韦方程协变性基础上提出来的,其基本思想是将控制方程在原虚拟空间和真实物理空间中的坐标变换转换成电磁本构参数的变换。由于麦克斯韦方程在坐标变换过程中形式保持不变,因而,人们可以根据电磁波在原空间的分布,通过本构参数进行人为操控电磁波在物理空间的分布。下面从麦克斯韦方程组在坐标变换中形式不变性出发,简要介绍光学变换理论的推导过程。

在笛卡儿 (Descartes) 坐标系下,麦克斯韦方程可以表示为闵可夫斯基 (Minkowski) 形式

$$F_{\alpha\beta,\mu} + F_{\beta\mu,\alpha} + F_{\mu\alpha,\beta} = 0 \quad (2-11a)$$

$$G_{\alpha}^{\alpha\beta} = J^{\beta} \quad (2-11b)$$

式中 $F_{\alpha\beta}$ ——电场强度 E 和磁感应强度 B 分量构成的张量矩阵;

$G_{\alpha}^{\alpha\beta}$ ——电位移密度 D 和磁场分量 H 构成的张量矩阵;

J^{β} ——矢量辐射源。