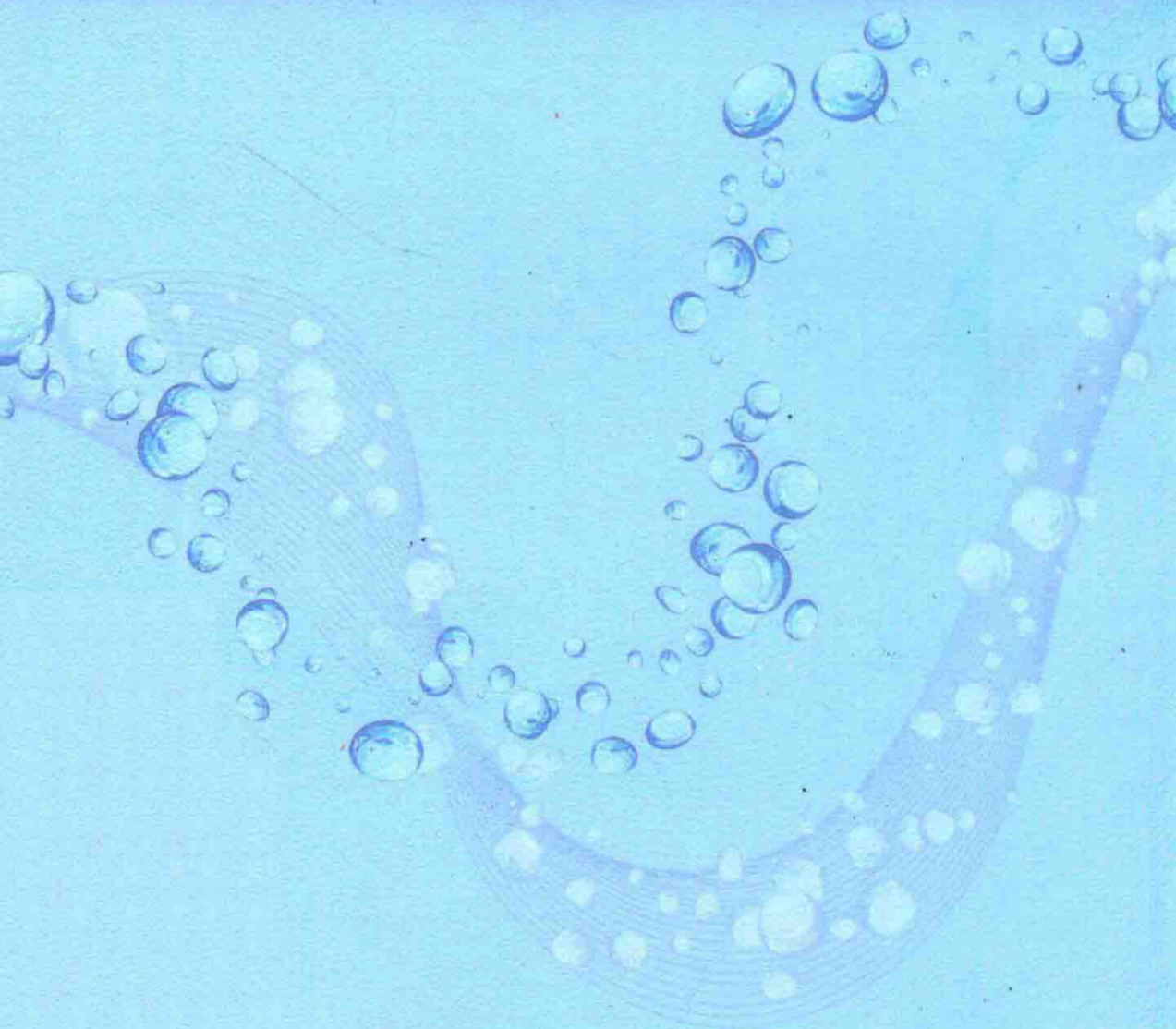
# SPH方法在水动力学中的应用

肖 潇 徐德龙 ◎ 著

SPH FANG FA ZAI SHUI DONG LI XUE ZHONG DE YING YONG

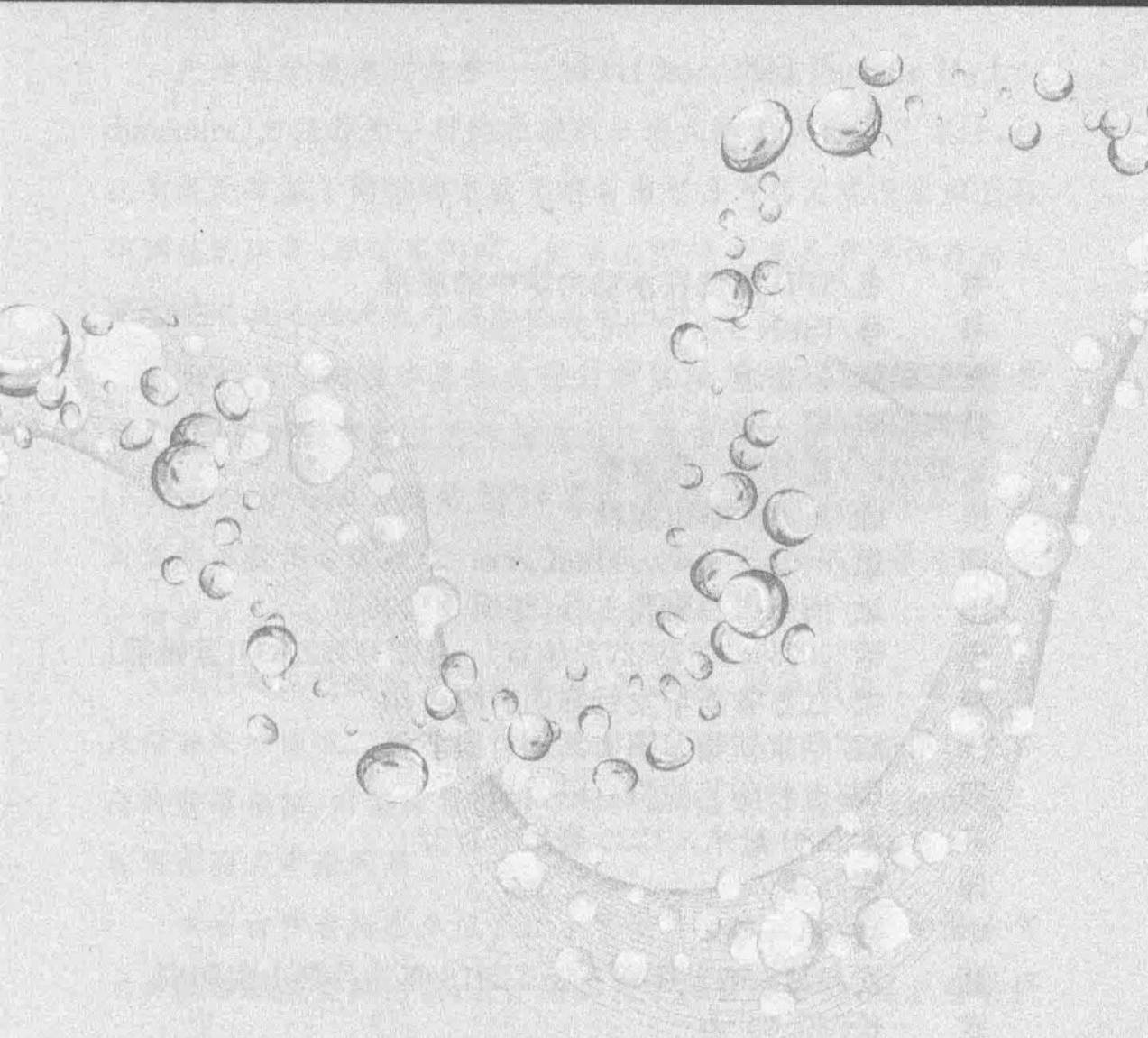


河海大学出版社
HOHAI UNIVERSITY PRESS

# SPH方法在水动力学中的应用

肖 潇 徐德龙 ◎ 著

SPH FANG FA
ZAI SHUI DONG LI XUE ZHONG DE YING YONG



河海大学出版社
HOHAI UNIVERSITY PRESS

**图书在版编目(CIP)数据**

SPH 方法在水动力学中的应用 / 肖潇，徐德龙著. —南京：河海大学出版社，2018.3

ISBN 978-7-5630-5367-4

Ⅰ.①S… Ⅱ.①肖… ②徐… Ⅲ.①水动力学 Ⅳ.①TV131.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 045514 号

**书　　名**/SPH 方法在水动力学中的应用
**书　　号**/ISBN 978-7-5630-5367-4
**责任编辑**/彭志诚
**特约校对**/李　明
**装帧设计**/槿容轩　张育智
**出　　版**/河海大学出版社
**网　　址**/http://www.hhup.com
**地　　址**/南京市西康路 1 号(邮编:210098)
**电　　话**/(025)83737852(总编室)　(025)83722833(营销部)
**经　　销**/江苏省新华发行集团有限公司
**排　　版**/南京新翰博图文制作有限公司
**印　　刷**/虎彩印艺股份有限公司
**开　　本**/880 毫米×1230 毫米　1/32
**印　　张**/2.5
**字　　数**/53 千字
**版　　次**/2018 年 3 月第 1 版　2018 年 3 月第 1 次印刷
**定　　价**/30.00 元

# 前 言

光滑粒子流体动力学——SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)方法作为一种纯拉格朗日形式的无网格粒子方法，相比有限元等基于网格的方法无需考虑划分网格困难及求解过程中网格的突变、移动等问题。能够方便地处理具有流体表面大变形运动及多连通域内的流体流动问题。

SPH 方法的基本思想是将计算区域用一系列的粒子来表示，这些粒子拥有独立的物理信息。本书应用其粒子逼近得出了 Navier-Stokes 方程的 SPH 形式，建立了水动力数学模型，并对其相关数值处理技术，如人工黏性、人工压缩率、边界处理、粒子搜索方法、时间积分等方面的内容进行了介绍。

通过建立的水动力数学模型，对溃坝、涌浪进行了验证，结果符合实际情况。接着进行运动情况复杂的水流与浮体相互作用的数值模拟，对其结果进行分析计算，证明其能较好地解决一些自由面大变形问题。

本书由作者所在单位长江水利委员会水文局长江中游水文水资源勘测局支持出版；长沙理工大学蒋昌波教授、程永舟教授

对本部分研究内容进行了详细的指导和帮助；南京水利科学研究院吴时强教高为研究工作提出了宝贵意见，借此机会向他们致以衷心的感谢！

编　者

# 目 录


**第一章 绪论** …… (001)

1.1 研究目的及意义 …… (001)

1.2 无网格法的发展概况 …… (002)

1.2.1 无网格方法概述 …… (003)

1.2.2 无网格方法研究现状 …… (004)

1.3 SPH 方法的研究现状 …… (007)

1.4 本文主要研究内容 …… (009)

**第二章 SPH 概述及其基本方程** …… (011)

2.1 SPH 的基本思想 …… (011)

2.2 SPH 的基本方程 …… (012)

2.2.1 函数的积分表示法 …… (012)

2.2.2 函数的导数积分表示法 …… (013)

2.2.3 粒子逼近 …… (015)

2.2.4 常用的光滑函数 …… (016)

2.3 Navier-Stokes 方程的 SPH 形式 …… (020)

2.3.1 拉格朗日型的 Navier-Stokes 方程 …… (020)

2.3.2 Navier-Stokes 方程的粒子近似 …… (022)
2.4 几个关键的问题 …… (024)
2.4.1 光滑长度 …… (024)
2.4.2 人工压缩率 …… (025)
2.4.3 边界处理 …… (026)
2.4.4 时间积分 …… (028)
2.4.5 粒子搜索法 …… (032)
2.5 本章小结 …… (034)

**第三章 SPH 水动力数学模型的验证计算** …… (035)
3.1 溃坝问题的数值模拟 …… (035)
3.1.1 溃坝波在干边界上传播的问题 …… (036)
3.1.2 溃坝波在湿边界上传播的问题 …… (040)
3.2 滑坡涌浪问题的数值模拟 …… (042)
3.2.1 楔体的滑坡涌浪 …… (043)
3.2.2 块体的滑坡涌浪 …… (045)
3.3 本章小结 …… (048)

**第四章 浮体与水流的相互作用** …… (049)
4.1 概述 …… (049)
4.1.1 浮体的运动方程 …… (050)
4.1.2 模型的验证 …… (050)
4.2 水流对浮体的作用 …… (052)
4.3 晃动水体对破损浮体的作用 …… (055)

4.4 本章小结 …… (058)

**第五章 结论与展望** …… (059)

5.1 结论 …… (059)

5.2 展望 …… (060)

**参考文献** …… (062)

# 第一章

# 绪　论

## 1.1 研究目的及意义

随着计算机技术、工程计算技术和图像显示技术的发展，现代的数值模拟仿真手段正在逐步代替水利工程学科中传统的水利模拟理论和研究方法，广泛应用于水利工程中，成为解决复杂问题的一种重要手段。数值模拟与传统方法相比能够克服传统水力物理模型缩尺与变态效应的影响，得到物理模型模拟所看不到的物理现象，具有耗费少，时间短，省人力，且具有很好的重复性的优点，在经济和学术研究上都可起到事半功倍的效果。因此数值模拟在研究水流运动规律过程中起着越来越重要的作用。

数值模拟的过程中对控制方程的数值离散化是很重要的一步，需要深入进行研究。传统基于网格的有限元方法等已经广泛地应用，但基于网格来离散 N-S 方程的方法在处理大变形、运动物质交界面和自由表面等问题时很难求解。在模拟这类问题时，通过无网格法建立近似函数，基于函数逼近近似，将是一种可行的替代方法。

相比有限元等网格法，无网格法具有的优点有：(1)没有网格的依赖性，减少了网格畸变等引起的计算问题；(2)能够反应待求解问题的函数系列；(3)自适应很强；(4)前处理只需要节点位置信息，而不用网格信息，很适应分析复杂的三维结构；(5)计算结果光滑连续；(6)具有很高的计算精度和计算效率。

SPH方法作为一种拉格朗日形式的无网格粒子法，最近发展非常迅速。目前国内外学者纷纷致力于相关研究，并应用该方法进行溃坝、水下爆破、自由表面流及波浪与建筑物相互作用等问题的模拟，研究表明SPH的优点[1]有：(1)处理大变形问题相对容易，也适用于不连续问题；(2)对粒子属性的更新比基于网格的方法要容易，后者通常要解大型矩阵；(3)容易对粒子运动进行跟踪，得到整个流场的物理属性，并捕捉介质接触面变形，处理动边界问题相对容易，流场中任意流体随时间的运动情况也能自然获得；(4)自由表面易于捕捉，甚至不需要对自由表面问题作处理；(5)容易处理可压缩问题及高速流动问题，在流速较大及水体压缩性不能忽略的情况下优势非常明显。在海洋、河流中高速水流对船舶等水上漂浮物的运动影响很大，使得它们的运动轨迹会发生很大变化，因此需要研究其运动规律，以降低水流冲击的破坏程度。水流对浮体冲击时流体的变形过程是非常复杂的，利用SPH方法处理大变形问题的优势，将有利于解决这类问题。

## 1.2 无网格法的发展概况

近几十年来，有限元法已经成为计算力学中解决工程问题

的主要数值计算方法，但是有限元近似基于网格，很难处理与原始网格不一致的不连续性和大变形问题，复杂的三维结构网格的生成也很有难度。由于有限元的这些缺陷，无网格法得到了学者的关注，目前正快速发展。

### 1.2.1 无网格方法概述

无网格法其基本思想是采用一种与权函数相关的近似，用一系列的结点排列，然后再用权函数来表征结点信息，这就可以无需构建网格，完全的或部分的消除网格，提高计算精度，便于模拟各种复杂形状的流场。

无网格法目前基本上有三种类型[2]：基于弱形式的无网格法、基于强形式的无网格法和粒子法。下面将这几种类型分别进行介绍。

(1) 弱形式的无网格法

弱形式的无网格法有无单元伽辽金法[3](EFG)、局部 Petrov-Galerkin 无网格法(MLPG)和点插值法(PIM)等，上述方法只需要对在自然边界上的结点进行数值积分，而不需要对所有内部结点进行数值积分，具有计算量小、稳定性和精度较好等优点，但需要利用背景网格进行积分，不宜施加本质边界条件的处理。

(2) 强形式的无网格法

强形式的无网格法为配点法[3]，其在建立离散化系统方程的时候不需要借助任何网格计算积分。其具有易于实现、计算效率高，位移边界条件容易实现，完全消除网格等优点。然而这类方法，特别是在用不规则的点来求解具有自然边界条件、以偏微分方程为控制方程的问题的时候，计算精度较低而且常常很

不稳定。

(3) 粒子法

粒子法[2]有光滑粒子动力学法(SPH),无网格粒子法(MPMs)等,其在描述计算区域的状态和记录计算区域的运动时,是通过使用一系列有限数量的离散粒子,使它们直接与离散化实体相联系,或者是生成连续计算域中的一个部分。其具有容易处理大变形问题、易于操作、便于离散复杂几何问题和追踪粒子等优点。

上面是无网格法按照依赖网格情况的分类,其也有其他的分类方法,如依函数近似理论分为积分表示法、差分表示法和级数表示法三种等。

## 1.2.2 无网格方法研究现状

无网格法的研究起源于 20 世纪 70 年代,Perrone, Kao[4]研究了非规则网格有限差分法。1977 年,Lucy 和 Monaghan[5]首次提出了光滑质点流体动力法(Smoothed Particle Hydrodynamics,简称 SPH),并在天体物理学领域成功应用;Johnson[6]和他的研究团队提出了归一化光滑函数算法,大大提高了 SPH 方法的精度;Swegle[7]等提出了 SPH 方法不稳定性的原因及稳定化处理。

1992 年,Nayroles[8]等将移动最小二乘近似法(Moving Least Square,简称 MLS)引入到 Galerkin 法中,并提出了散射元法(Diffuse Element Method,简称 DEM)。Belytschko[10]等计算了 EFG 的误差,并对其数值积分方法及近似函数的计算进行了研究。Belytschko[9]又对 DEM 进行了两点改进,在计算形函数导数的时候保留了被 Nayroles 忽略掉的所有项,并通过拉

格朗日乘子法引入本质边界条件，提出了无单元 Galerkin 法（The Element-free Glerkin Method，简称 EFG）。Krysl[11]等用 EFG 进行了板壳分析；Liu[12]等通过 EFG 和边界元法的耦合，进行了固体应力分析；Belytschko[13]等用 EFG 和有限元法耦合，互取优点；Cordes[14]等用 EFG 进行了相变问题的研究；Beissel[15]等为了避免使用背景网格，提出了结点积分方法；Smolinski[16]等将显示时间积分的方法用于 EFG 中，并求解了扩散问题；周维垣[17]等将 EFG 用于分析拱坝开裂；陈建[19]等利用 EFG 计算了含边沿裂纹功能的梯度材料板的应力强度；庞作会[18]等将 EFG 用于分析地基板应力。研究表明，EFG 无论是在收敛速度还是方法精度上，都要高于有限元法，并且没有体积锁死现象，但是由于其计算量较大，而且还需要背景网格对其进行积分，所以在应用上也存在一定的局限性。

Onate[20]等最先利用移动最小二乘法来进行近似函数的构造，运用配点法进行离散处理，提出有限点法（The Finite Point Method，简称 FPM），该方法不仅不需要背景网格，而且计算效率高，大大改善了前面 EFG 方法上的不足，目前主要用于流体计算等方面的领域。国内学者宋康祖等就有用 FPM 法[21]进行弹塑性方面的分析，并取得了不错的成果。

Liu[22]等根据函数积分变换思想，在 Galerkin 法的基础上提出了再生核质点法（Reproducing Kernel Particle Method，简称 RKPM），并且结合了小波分析，构造了多尺度再生核质点法（Multi-scale Reproducing Kernel Particle Method，简称 MRKPM），MRKPM 运用小波函数多尺度的思想，通过构造一系列可以伸缩、平移的窗函数，实现自适性分析。Chen 等用应变光滑稳定方法，消除了 Galerkin 弱形式结点积分的不稳定。

Ohs[23]等提出的无网格配点法(Meshless Point Collocation Method,简称 PCM),是以结合再生核近似和配点法为基础的,成功应用于压电元件的分析。

Duarte 和 Oden[24]提出的 Hp 云团法(Clouds)是先通过采用移动最小二乘法建立了单位分解函数,构造权函数和试函数,然后通过 Galerkin 法建立的离散格式;Garcia[25]等将 Hp 云团法用于求解厚板弯曲问题;刘欣[26]等用 Hp 云团法分析平面裂纹的自适性;Oden[27]等提出的基于有限元的新型 Hp 有限元法是利用有限元形函数作为单位分解函数的原理;而 Liszka[28]等提出的 Hp 无网格云团法(Hp Meshless clouds Method)则是通过改用配点格式,避免了像 Galerkin 格式中用于积分计算的背景网格等,从而得以成功开发应用。

Babuska[29]等结合单位分解法和有限元法,提出单位分解有限元法(Partition of Unity Finite Element Method,简称 PUFFEM)和广义有限元方法(Generalized Finite Element Method,简称 GFEM)。该方法是加入一系列能反映待求边值问题特性在标准的有限元空间中,且将其与单位分解函数相乘,然后再结合原有的有限元形函数,构成新的增广协调有限元空间。刘欣[30]等就利用单位分解法来求解奇异问题。

Athuri[31]等提出了局部边界积分方程法(Loacl Boundary Integral Equation Method,简称 LBIE)和无网格局部 Petrov-Galerkin 法(Meshless Local Petrov-Galerkin Method,简称 MLPG)。这两种方法都是利用移动最小二乘法来建立光滑函数的近似,并不需要背景网格积分,而用局部 Petrov-Galerkin 法则建立了无网格格式;Liu[32]等将 MLPG 和有限元及边界元进行耦合,充分发挥了各自的优势;张见明[33]等将移动最小二

乘近似和杂交边界元的修正变分原理结合，提出了杂交边界点法。张雄[34]等提出了移动最小二乘配点法(Least-Squares Collocation Meshless Method)，这是一种有限点法。

可以看出，无网格方法已成为目前工程计算方面研究的热点之一，由于无网格方法具有有限元法等方法没有的优点，特别是在处理自由面及大变形等复杂流体方面的问题时有很好的优势，因此无网格方法将成为继有限元法之后科学和工程计算的又一个重要的方法。

## 1.3 SPH 方法的研究现状

光滑粒子流体动力学方法(Smoothed Particle Hydrodynamics，简称 SPH)是最早出现的无网格粒子方法之一，是一种模拟流体流动的无网格自适应拉格朗日粒子法。在 1977 年，由 Lucy[1]首次提出来的，用来解决三维天体物理学中的问题。

SPH 方法已经被应用在很多领域，天体物理学中可以进行行星碰撞、星系的形成和瓦解、黑洞和中子星的合并、白矮星的爆炸甚至宇宙的进化等问题的模拟；在流体力学相关领域中可以进行弹性流、多相流动、磁流体动力学、多孔介质流、准不可压流重力流、热传导、能力传递和冲击模拟等的问题。Benz[35]等将 SPH 法应用于模拟脆性物体断裂。Bonet[36]等用 SPH 法模拟金属成型。Swegle[37]等研究了用 SPH 方法计算水下爆炸的问题。

SPH 方法在各领域的应用过程中也促进了自身的改进与发展：Monaghan[5]等提出了更好效果的对称化公式；Johnson[38]等

提出对称轴标准化公式，通过该公式能得到速度场上法线速度应变值为常值，因而法线速度应变值可以准确再生；W. K. Liu[39]等提出了更高精度粒子近似的再生核质点法；Chen[40]等提出了修正光滑函数粒子法(CSPM)，其可以提高计算问题域内部和边界的精度。Dilts[41]等提出了移动最小二乘流体动力学法(MLSPH)。

目前，由于SPH方法适用于处理自由面流体问题，许多研究人员开始尝试将该方法应用于模拟波浪的传播、变形及其与结构物的相互作用。Bonet[43]进行了溃坝问题的模拟，通过该问题产生了孤立波，并对模型的动量守恒进行了探讨。Monaghan[44]通过与SPH相类似的方法生成孤立波，且通过相关实验来研究波在缓坡上的破碎。Shao[45, 46]将SPH法与大涡模相结合拟研究溃坝问题，并深入研究了孤立波的爬坡与破碎。Colagrossit[47]详细研究了溃坝水流与直立墙作用形成的复杂界面问题。Violeau[48]结合各种紊流模型，定性研究了溃坝产生的水流与直立面的相互作用。Gesteira[49]利用SPH法研究了波浪对船体的作用与其越过离岸平台等问题。Rodriguezl[50]尝试了用平面二维模型模拟简单的自由表面流动的问题。Feldman[51]研究了在SPH方法流体流动模拟中的边界力的设置和动态修正。Lee[52]基于完全不可压缩理论的SPH方法数学模型开发了新一代的不可压缩模型，且与常用的弱可压缩模型的SPH方法进行了比较，再分析了各自的优缺点。Khayyer[53]对SPH方法进行改进，且利用其模拟和分析了波浪的爬坡和破碎，结果显示SPH方法能够很好地对波浪的爬坡和破碎作用进行模拟。

近年来，随着数值模拟技术的进一步发展，SPH方法也在不断的完善和进步，特别是在工程应用上越来越广泛，由此表明

了该方法有着很大的发展空间。

## 1.4 本书主要研究内容

本书用粒子近似得出了 N-S 方程的 SPH 形式，建立了水动力数学模型，并结合一些实际水流问题进行了研究，主要工作包括：

(1) 深入研究了 SPH 方法的基本思想和基本原理，根据拉格朗日形式的 Navier-Stokes 方程，运动光滑函数逼近得到了 N-S 方程的 SPH 形式，对相关数值技术问题进行处理，如人工黏性、人工压缩率、边界处理、粒子搜索方法、时间积分等，建立了 SPH 方法的水动力数学模型。

(2) 运用基于 SPH 方法的数学模型对溃坝水流、滑坡涌浪等问题进行模拟，并结合数据进行相关验证，证明其可行性和可靠性。

(3) 编制计算结果的后处理程序，运用 Matlab 等绘图软件实现数值模拟结果的可视化，分析了模拟结果。

(4) 模拟浮体与水流的相互作用，研究在高速水流的冲击下浮体的运动过程和在不同强度水流下的冲击效果以及破损浮体的翻转过程。

全书共分为五章：第一章介绍了无网格法的发展和 SPH 方法的国内外研究现状，提出了本文的主要研究内容；第二章通过对 SPH 方法的基本方程和数值模拟技术的了解，及模型中几个关键问题的研究，建立了 SPH 方法的水动力数值模拟，并且提出了新的边界条件处理技术；第三章通过对溃坝问题及滑坡涌