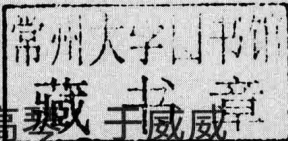


“十三五”普通高等教育应用型规划教材

微积分（上册）

习题全解与试题选编

主 编 聂 力 刘 强
副主编 梅超群 陶桂平 聂高琴 于威威
范林元 张 琳 孙激流



中国人民大学出版社
· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

微积分 (上册) 习题全解与试题选编/聂力, 刘强主编. —北京: 中国人民大学出版社, 2019. 7
“十三五”普通高等教育应用型规划教材
ISBN 978-7-300-27057-9

I. ①微… II. ①聂… ②刘… III. ①微积分-高等学校-题解 IV. ①O172-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 127685 号

“十三五”普通高等教育应用型规划教材

微积分 (上册) 习题全解与试题选编

主 编 聂 力 刘 强

副主编 梅超群 陶桂平 聂高琴 于威威 范林元 张 琳 孙激流

Weijifen (Shangce) Xiti Quanjie yu Shiti Xuanbian

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

电 话 010-62511242 (总编室)

010-82501766 (邮购部)

010-62515195 (发行公司)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

经 销 新华书店

印 刷 北京密兴印刷有限公司

规 格 185 mm×260 mm 16 开本

印 张 15.25

字 数 352 000

邮政编码 100080

010-62511770 (质管部)

010-62514148 (门市部)

010-62515275 (盗版举报)

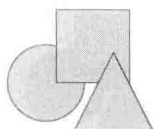
版 次 2019 年 7 月第 1 版

印 次 2019 年 7 月第 1 次印刷

定 价 35.00 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

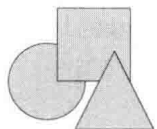


内容摘要

本书是“十三五”普通高等教育应用型规划教材《微积分》(上册)(中国人民大学出版社)的配套辅导用书。

全书分为三大部分,其中第一部分为对应教材的课后习题全解以及总复习题全解,有些题目给出多种详细解法,便于读者自学参考。为了便于教师布置课后作业,课程教材的课后习题是按节配置的,且每一章的后面均附有总复习题,配套辅导用书的章节目录体系与课程教材完全一致。第二部分为期末考试试题,第三部分是期末考试试题全解。

本书既可以作为普通高等学校经管类本科生学习《微积分》(上册)课程的配套辅导用书,也可以作为教师的教学参考用书和全国硕士研究生统一入学考试的复习用书。



前 言

2009年以来,在北京市和学校相关部门的大力支持下,我校公共基础课的教学改革一直在如火如荼地进行,数学公共基础课教学团队从全国地方财经类专业的数学需求出发,结合教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会的总体要求,对课程管理与队伍建设、教学理念、教学大纲与课程内容、考核方式、教学模式与教学手段、教学研究、学科竞赛等方面进行了全方位的改革,涉及面广,内容深刻,力度很大,效果很好.在此基础上,我们对原有讲义进行了系统的整理、修订,编写了“十三五”普通高等教育应用型规划教材,由首都经济贸易大学的刘强教授担任丛书的主编.该系列教材具体包括:

(1) 教材系列,包括《微积分》(上、下册)、《线性代数》和《概率论与数理统计》四本教材;

(2) 配套习题全解与试题选编系列.

本书为《微积分(上册)习题全解与试题选编》分册,是《微积分》(上册)的配套辅导用书.

全书分为三大部分,其中第一部分为对应教材的课后习题全解以及总复习题全解,有些题目给出多种详细解法,便于读者自学参考.为了便于教师布置课后作业,课程教材的课后习题是按节配置的,且每一章的后面均附有总复习题,配套辅导用书的章节目录体系与课程教材完全一致.第二部分为期末考试试题,第三部分是期末考试试题全解.将考试试题与试题全解分开排版,便于读者自我检验课程知识掌握情况.

在编写系列教材的过程中,我们得到了北京航空航天大学韩立岩教授、清华大学的邓邦明教授、北京工商大学的曹显兵教授、北京工业大学的薛留根教授、广东财经大学的胡桂武教授、北方工业大学的刘喜波教授、中央财经大学的贾尚晖教授、重庆工商大学的陈义安教授、北京信息科技大学的侯吉成教授、北京联合大学的邢春峰教授、昆明理工大学的吴刘仓教授、江苏师范大学的赵鹏教授、北京化工大学的李志强副教授以及首都经济贸易大学的马立平教授、张宝学教授、任韬教授等同事们的大力支持,中国人民大学出版



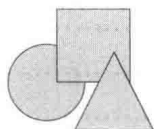
社的策划编辑李丽娜女士和责任编辑王美玲女士为丛书的出版付出了很多努力,在此一并表示感谢.

编写组教师均长期工作在大学数学教学的第一线,积累了丰富的教学经验,深谙当前本科教学的教育规律,熟悉学生的学习习惯、认知水平和认知能力,在教学改革中取得了一些成绩,出版过包括课程教材、同步训练、深化训练、考研辅导以及大学生数学竞赛等多个层次的教材和辅导用书.由于水平所限,书中难免存在不妥甚至错误之处,恳请读者和同行不吝指正.欢迎来函,邮件地址:cuebliuqiang@163.com.

编者

2019年1月





目 录

第一部分 课后习题全解

第 1 章 函数	2
§ 1.1 实数	2
§ 1.2 函数	3
§ 1.3 函数的基本特性	4
§ 1.4 反函数与复合函数	7
§ 1.5 基本初等函数	8
§ 1.6 极坐标简介	9
总复习题 1	11
第 2 章 极限与连续	15
§ 2.1 数列的极限	15
§ 2.2 函数的极限	17
§ 2.3 无穷小量与无穷大量	19
§ 2.4 极限的性质与运算法则	21
§ 2.5 极限存在准则与两个重要极限	23
§ 2.6 无穷小量的比较	27
§ 2.7 函数的连续性	29
总复习题 2	36
第 3 章 导数与微分	48
§ 3.1 导数的概念	48
§ 3.2 求导法则	50



§ 3.3 隐函数的求导法则	53
§ 3.4 高阶导数	56
§ 3.5 微分	59
§ 3.6 导数在经济学中的应用	64
总复习题 3	65
第 4 章 微分中值定理与导数的应用	74
§ 4.1 微分中值定理	74
§ 4.2 洛必达法则	80
§ 4.3 泰勒公式	84
§ 4.4 函数的单调性	87
§ 4.5 函数的极值与最值	90
§ 4.6 曲线的凹凸性	92
§ 4.7 函数图形的绘制	96
总复习题 4	102
第 5 章 不定积分	122
§ 5.1 不定积分的概念与性质	122
§ 5.2 换元积分法	124
§ 5.3 分部积分法	129
§ 5.4 有理函数的积分	134
总复习题 5	139

第二部分 试题选编

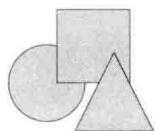
期末考试试题一	154
期末考试试题二	156
期末考试试题三	158
期末考试试题四	160
期末考试试题五	163
期末考试试题六	166
期末考试试题七	168
期末考试试题八	170

第三部分 试题选编全解

期末考试试题一全解	174
期末考试试题二全解	183
期末考试试题三全解	191
期末考试试题四全解	198



期末考试试题五全解	204
期末考试试题六全解	210
期末考试试题七全解	218
期末考试试题八全解	225
参考文献	232



第一部分 课后习题全解



第 1 章 函 数

§ 1.1 实 数

1. 解下列不等式，并用区间表示不等式的解集：

(1) $|2x-1| < 1$;

(2) $|x+1| > 5$;

(3) $|x-1| > |x+1|$;

(4) $|x^2-3x+3| < 1$.

解 (1) $|2x-1| < 1$ 可化为 $-1 < 2x-1 < 1$ ，即 $0 < x < 1$.

(2) $|x+1| > 5$ 可化为 $x+1 > 5$ 或 $x+1 < -5$ ，得 $x > 4$ 或 $x < -6$.

(3) 方法 1 由 $|x-1| > |x+1|$ 知，

$$\begin{cases} x-1 < 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 1-x > x+1 \end{cases}, \text{ 或者 } \begin{cases} x-1 < 0 \\ x+1 < 0 \\ x-1 < x+1 \end{cases},$$

解得 $-1 \leq x < 0$ 或者 $x < -1$ ，即 $x < 0$.

方法 2 $|x-1|$ 与 $|x+1|$ 分别表示数轴上的点与 1 和 -1 的距离，从数轴上易见 $x < 0$ 为不等式的解.

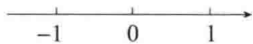


图 1.1

方法 3 $|x-1| > |x+1|$ 等价于 $|x-1|^2 > |x+1|^2$ ，即

$$x^2 - 2x + 1 > x^2 + 2x + 1,$$

解得 $x < 0$.

(4) $|x^2-3x+3|<1$ 可化为 $-1<x^2-3x+3<1$, 即

$$\begin{cases} x^2-3x+2<0 \\ x^2-3x+4>0 \end{cases}$$

由 $x^2-3x+2<0$ 得 $1<x<2$, 由 $x^2-3x+4>0$ 得 $x \in \mathbf{R}$, 故 $1<x<2$ 为所求解集.

2. 证明不等式:

$$(1) ||a|-|b|| \leq |a \pm b|; \quad (2) |a-b| \leq |a-c| + |c-b|.$$

证 (1) 这里只证明 $||a|-|b|| \leq |a+b|$, 不等式 $||a|-|b|| \leq |a-b|$ 可以类似证明.

当 a 与 b 同号时, $||a|-|b|| = |a-b| < |a+b|$; 当 a 与 b 异号或至少有一个为零时, $||a|-|b|| = |a+b|$. 故 $||a|-|b|| \leq |a \pm b|$.

(2) 由绝对值的性质 $|a+b| \leq |a| + |b|$ 可知,

$$|a-b| = |(a-c) + (c-b)| \leq |a-c| + |c-b|.$$

§ 1.2 函 数

1. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{2x+2}{x^2-x+2};$$

$$(2) y = 2^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{1-\ln x};$$

$$(3) y = \frac{1}{\sqrt{4x+2}};$$

$$(4) y = \ln \cos x.$$

解 (1) 定义域为 $x^2-x+2 \neq 0$, 由于 $x^2-x+2 > 0 (\forall x \in \mathbf{R})$, 所以定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

(2) 定义域为 $\begin{cases} x \neq 0 \\ 1-\ln x \neq 0 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} x \neq 0 \\ x > 0 \text{ 且 } x \neq e \end{cases}$, 故定义域为 $(0, e) \cup (e, +\infty)$.

(3) 定义域为 $4x+2 > 0$, 即 $x > -\frac{1}{2}$.

(4) 定义域为 $\cos x > 0$, 即 $x \in (2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2})$, $k \in \mathbf{Z}$.

2. 判定下列函数是否相同, 并说明理由:

$$(1) y = x \operatorname{sgn} x \text{ 与 } y = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases};$$

$$(2) y = \frac{x^2-1}{x-1} \text{ 与 } y = x+1;$$

$$(3) y = \sqrt{x^2} \text{ 与 } y = |x|;$$

$$(4) y = 1 \text{ 与 } y = \sin^2 x + \cos^2 x.$$

解 (1) 定义域均为 \mathbf{R} , 对应法则都是将 x 映射到其绝对值, 所以是相同的函数;

(2) $y = \frac{x^2-1}{x-1}$ 的定义域为 $x \neq 1$, $y = x+1$ 的定义域为 \mathbf{R} , 所以是不同的函数;

(3) 定义域均为 \mathbf{R} , 对应法则都是将 x 映射到其绝对值, 所以是相同的函数;

(4) 定义域均为 \mathbf{R} , 对应法则都是将 x 映射到常数 1, 所以是相同的函数.

3. 设 $f(x)$ 的定义域为 $(0, 2)$, 求 $f(1-e^{\sin x})$ 的定义域.

解 由已知, $0 < 1-e^{\sin x} < 2$, 可化为 $\sin x < 0$, 得 $x \in ((2k+1)\pi, (2k+2)\pi)$, $k \in \mathbf{Z}$.

§ 1.3 函数的基本特性

1. 讨论下列函数的单调性:

$$(1) y = e^{-x^2}; \quad (2) y = \sqrt{9x-x^2};$$

$$(3) y = \frac{x}{1+x}; \quad (4) y = \sqrt{x^2}.$$

解 (1) 定义域为 \mathbf{R} , 且 $y = e^{-x^2} > 0$, 其中 $x \in \mathbf{R}$. 对任意 $x_1 < x_2 \leq 0$, 有

$$\frac{e^{-x_1^2}}{e^{-x_2^2}} = e^{x_2^2 - x_1^2} < e^0 = 1,$$

即 $e^{-x_1^2} < e^{-x_2^2}$; 对任意 $0 \leq x_1 < x_2$, 有

$$\frac{e^{-x_1^2}}{e^{-x_2^2}} = e^{x_2^2 - x_1^2} > e^0 = 1,$$

即 $e^{-x_1^2} > e^{-x_2^2}$. 所以, y 在区间 $(-\infty, 0]$ 上单调递增, 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递减.

(2) 自变量 x 应满足 $9x-x^2 \geq 0$, 即定义域为 $[0, 9]$. 由于

$$9x-x^2 = -\left(x-\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{4},$$

故 $\left[0, \frac{9}{2}\right]$ 为单调递增区间, $\left[\frac{9}{2}, 9\right]$ 为单调递减区间.

(3) 定义域为 $x \neq -1$, 由于 $y = 1 - \frac{1}{1+x}$, 而 $1+x$ 在 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ 内单调递增, 所以 y 在 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ 内单调递增.

(4) $y = \sqrt{x^2} = |x|$, 故 y 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增.

2. 讨论下列函数的奇偶性:

$$(1) y = x^2 - x + 1; \quad (2) y = \ln(1+x^2) + \frac{\sin x}{x};$$

$$(3) y = \frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} \quad (a > 0, a \neq 1); \quad (4) y = 3x^3 + 2;$$

$$(5) y = \log_a(\sqrt{x^2+1} + x) \quad (a > 0, a \neq 1); \quad (6) y = x \cdot \frac{e^x - 1}{e^x + 1};$$

$$(7) y = \cos x + x \sin x; \quad (8) y = \left(\frac{1}{a^x + 1} - \frac{1}{2}\right) \tan x \quad (a > 0, a \neq 1).$$

解 (1) 定义域为 \mathbf{R} , 由于 $f(-x) = (-x)^2 - (-x) + 1 = x^2 + x + 1$, 所以 $y = f(x)$ 为非奇非偶函数.

(2) 定义域为 $x \neq 0$, 由于

$$f(-x) = \ln[1+(-x)^2] + \frac{\sin(-x)}{-x} = \ln(1+x^2) + \frac{\sin x}{x} = f(x),$$

所以 $y=f(x)$ 为偶函数.

(3) 定义域为 \mathbf{R} , 由于

$$f(-x) = \frac{a^{-x} - a^x}{a^{-x} + a^x} = -\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} = -f(x),$$

所以 $y=f(x)$ 为奇函数.

(4) 定义域为 \mathbf{R} , 由于 $f(-x) = 3(-x)^3 + 2 = -3x^3 + 2$, 所以 $y=f(x)$ 为非奇非偶函数.

(5) 定义域为 \mathbf{R} , 由于

$$\begin{aligned} f(-x) &= \log_a(\sqrt{(-x)^2+1}-x) = \log_a(\sqrt{x^2+1}-x) \\ &= \log_a \frac{1+x^2-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} \\ &= -\log_a(\sqrt{x^2+1}+x) = -f(x), \end{aligned}$$

所以 $y=f(x)$ 为奇函数.

(6) 定义域为 \mathbf{R} , 由于

$$f(-x) = (-x) \cdot \frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1} = -x \cdot \frac{1-e^x}{1+e^x} = x \frac{e^x-1}{e^x+1} = f(x),$$

所以 $y=f(x)$ 为偶函数.

(7) 定义域为 \mathbf{R} , 由于

$$f(-x) = \cos(-x) + (-x)\sin(-x) = \cos x + x\sin x = f(x),$$

所以 $y=f(x)$ 为偶函数.

(8) 定义域为 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$), 由于

$$\begin{aligned} f(-x) &= \left(\frac{1}{a^{-x}+1} - \frac{1}{2} \right) \tan(-x) = -\left(\frac{a^x}{1+a^x} - \frac{1}{2} \right) \tan x \\ &= -\left(\frac{1+a^x-1}{1+a^x} - \frac{1}{2} \right) \tan x = -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1+a^x} \right) \tan x \\ &= \left(\frac{1}{a^x+1} - \frac{1}{2} \right) \tan x = f(x), \end{aligned}$$

所以 $y=f(x)$ 为偶函数.

3. 讨论下列函数的有界性:

(1) $y = x \sin x$;

(2) $y = \frac{\cos(\pi[x])}{x}$;

(3) $y = \frac{\ln x}{1+\ln^2 x}$;

(4) $y = \frac{2x+2}{x^2+2x+1}$.

解 (1) 定义域为 \mathbf{R} , 取 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, 则 $y = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, y 趋于无穷大, 所以 y 在 \mathbf{R} 内为无界函数.

(2) 由 $y = \frac{\cos(\pi[x])}{x}$, 得 $|y| = \frac{1}{|x|}$, 对任意的正数 M , 当 $0 < |x| < \frac{1}{M}$ 时, $|y| = \frac{1}{|x|} > M$, 所以 $y = \frac{\cos(\pi[x])}{x}$ 是无界函数.

(3) 定义域为 $(0, +\infty)$, 对于 $\forall x > 0$, 有

$$\left| \frac{\ln x}{1 + \ln^2 x} \right| \leq \frac{1 + \ln^2 x}{1 + \ln^2 x} = \frac{1}{2},$$

所以 y 在 $(0, +\infty)$ 内有界.

(4) 定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$, 对于 $\forall x \neq -1$, 有 $y = \frac{2(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{x+1}$, 当 $x \rightarrow -1$ 时, y 趋于无穷大, 所以 y 在 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ 内为无界函数.

4. 判定下列函数是否为周期函数, 如果是周期函数, 求其周期:

(1) $y = \tan(2x+1)$;

(2) $y = \cos x - x$;

(3) $y = \sin^2 x$;

(4) $y = \sin(\sin x)$.

解 (1) 定义域为 \mathbf{R} , $\forall x \in \mathbf{R}$, 有

$$\tan\left[2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1\right] = \tan(2x + \pi + 1) = \tan(2x + 1),$$

所以 y 为以 $\frac{\pi}{2}$ 为周期的周期函数.

(2) 定义域为 \mathbf{R} . 假设 $T \neq 0$ 是函数 y 的周期, 即对 $\forall x \in \mathbf{R}$, 有

$$\cos(x+T) - (x+T) = \cos x - x,$$

即

$$\cos(x+T) - \cos x = T.$$

方法 1 由 $\cos(x+T) - \cos x = T$, 令 $x=0$, 得 $\cos T - 1 = T$, 即 $\cos T = T + 1$; 令 $x=\pi$, 得 $-\cos T + 1 = T$, 即 $\cos T = 1 - T$. 于是, $1 + T = 1 - T$, 得 $T=0$, 矛盾, 所以 y 为非周期函数.

方法 2 由于

$$\cos(x+T) - \cos x = -2\sin\left(x + \frac{T}{2}\right)\sin\frac{T}{2} = T,$$

即

$$\left| \sin\left(x + \frac{T}{2}\right) \frac{\sin\frac{T}{2}}{\frac{T}{2}} \right| = 1,$$

而 $\left| \frac{\sin\frac{T}{2}}{\frac{T}{2}} \right| < 1$ (见教材 2.5 节的不等式 (2.5.1)), 故有 $\left| \sin\left(x + \frac{T}{2}\right) \right| > 1$, 矛盾, 所以 y

为非周期函数.

(3) 定义域为 \mathbf{R} . 由 $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$, 有

$$\frac{1 - \cos 2(x + \pi)}{2} = \frac{1 - \cos(2x + 2\pi)}{2} = \frac{1 - \cos 2x}{2},$$

所以 y 为以 π 为周期的周期函数.

(4) 定义域为 \mathbf{R} . 由于 $\sin[\sin(x + 2\pi)] = \sin(\sin x)$, 所以 y 为以 2π 为周期的周期函数.

§ 1.4 反函数与复合函数

1. 求下列函数的反函数及反函数的定义域:

(1) $y = 1 - \sqrt{1 - x^2} \quad (x \geq 0)$; (2) $y = 2 + \ln(3 + x)$;

(3) $y = e^{x^2} + 1 \quad (x \geq 0)$; (4) $y = \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1 + \sqrt{1+x}}$.

解 (1) 由题意, 函数 $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$ 的值域为 $[0, 1]$. 函数可变形为 $x^2 = 2y - y^2$, 由于 $x \geq 0$, 故 $x = \sqrt{2y - y^2}$, 从而 $y = 1 - \sqrt{1 - x^2} \quad (x \geq 0)$ 的反函数为

$$y = \sqrt{2x - x^2}, \quad x \in [0, 1].$$

(2) 函数可变形为 $x = e^{y-2} - 3$, 故 $y = 2 + \ln(3 + x)$ 的反函数为

$$y = e^{x-2} - 3, \quad x \in \mathbf{R}.$$

(3) 函数可变形为 $x^2 = \ln(y - 1)$, 即 $x = \sqrt{\ln(y - 1)}$, 故 $y = e^{x^2} + 1$ 的反函数为

$$y = \sqrt{\ln(x - 1)}, \quad x \geq 2.$$

(4) 令 $t = \sqrt{1+x}$, 则 $y = \frac{1-t}{1+t}$, 可化为 $t = \frac{1-y}{1+y}$, 即 $\sqrt{1+x} = \frac{1-y}{1+y}$, 变形为 $x = \frac{-4y}{(1+y)^2}$, 所以反函数为 $y = \frac{-4x}{(1+x)^2}$; 又由于

$$y = \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1 + \sqrt{1+x}} = -1 + \frac{2}{1 + \sqrt{1+x}} \in (-1, 1],$$

所以反函数 $y = \frac{-4x}{(1+x)^2}$ 的定义域为 $(-1, 1]$.

综上所述, $y = \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1 + \sqrt{1+x}}$ 的反函数为 $y = \frac{-4x}{(1+x)^2}$, $x \in (-1, 1]$.

2. 下列各组函数中哪些可以复合? 可以复合的求出复合函数的定义域.

(1) $u=e^x, f(u)=\sqrt{u^2-1}$; (2) $u=1+x, f(u)=\arcsin\left(\frac{1}{2}u\right)$;

(3) $u=\cos x-1, f(u)=\sqrt{u-\frac{1}{2}}$; (4) $u=[x], f(u)=\frac{1}{u+1}$.

解 (1) 复合函数为 $f(x)=\sqrt{(e^x)^2-1}=\sqrt{e^{2x}-1}, x \in [0, +\infty)$.(2) 复合函数为 $f(x)=\arcsin \frac{1+x}{2}$, 定义域为 $-1 \leq \frac{x+1}{2} \leq 1$, 即 $-3 \leq x \leq 1$.(3) 由于 $\cos x-1-\frac{1}{2} < 0$, 所以两个函数不能复合.(4) 复合函数为 $f(x)=\frac{1}{[x]+1}$, 定义域为 $(-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$.

3. 设某商品的需求函数为 $5p+2Q_d=200$, 供给函数为 $p=\frac{4}{5}Q_s+10$, 其中 p 表示价格, Q_d, Q_s 分别为需求量和供给量. 求均衡价格和均衡需求量(均衡价格: 当需求量与供给量相等时的商品价格; 均衡需求量: 当商品需求量与供给量相等时的需求量).

解 由 $5p+2Q_d=200$, 得 $Q_d=100-\frac{5}{2}p$; 由 $p=\frac{4}{5}Q_s+10$, 得 $Q_s=\frac{5}{4}p-\frac{25}{2}$.供需平衡时, $Q_d=Q_s$, 有 $100-\frac{5}{2}p=\frac{5}{4}p-\frac{25}{2}$, 解得 $p=30$.此时, $Q_d=Q_s=25$, 故均衡价格为 30 时, 均衡需求量为 25.4. 已知华氏温度 (F) 和摄氏温度 (C) 之间的转换公式为 $F=1.8C+32$, 求:(1) 212°F 的等价摄氏温度和 0°C 的等价华氏温度;

(2) 是否存在一个温度值, 使华氏温度计和摄氏温度计的读数是一样的? 如果存在, 该温度值是多少?

解 (1) 令 $F=212$, 得 $1.8C+32=212$, 解得 $C=100$. 令 $C=0$, 得 $F=32$. 故 212°F 的等价摄氏温度为 100°C , 0°C 的等价华氏温度为 32°F .(2) 令 $F=C$, 即 $1.8C+32=C$, 解得 $C=-40$. 故当温度为 -40°C 时, 也为 -40°F .

§ 1.5 基本初等函数

1. 作出下列函数的图像:

(1) $y=|\sin x|$; (2) $y=\sin|x|$; (3) $y=2\sin\frac{x}{2}$.

解 (1) 如图 1.2 所示.

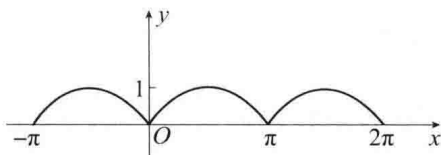


图 1.2