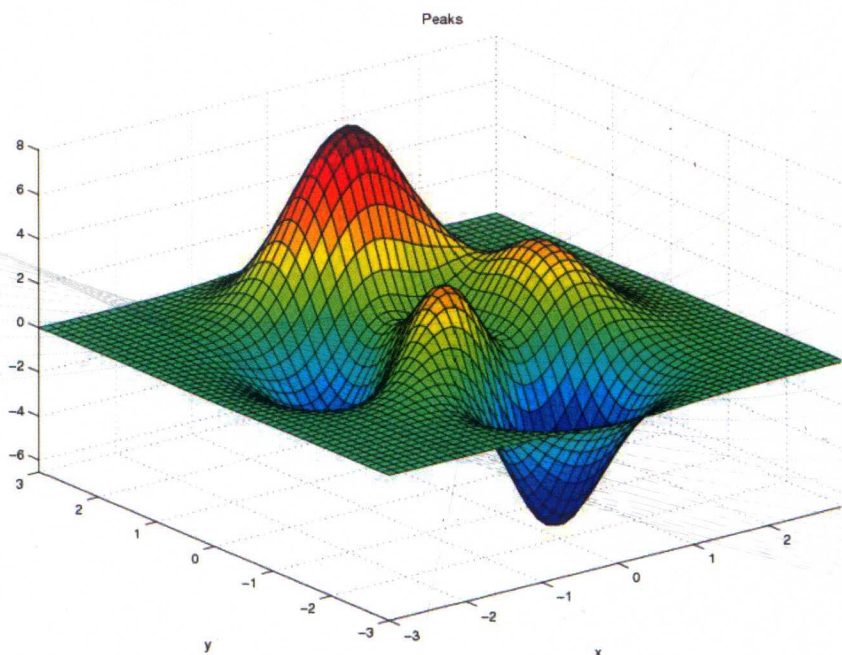


数学建模系列丛书



王积建 著

# 全国大学生

# 数学建模竞赛试题研究

## (第3册)



国防工业出版社  
National Defense Industry Press

# 全国大学生数学建模 竞赛试题研究

第3册

王积建 著

国防工业出版社

·北京·

## 内 容 简 介

2014—2018年,全国大学生数学建模竞赛专科组试题一共有10个,每年有C、D两题.本书针对每个赛题,按照竞赛要求完成了研究,以竞赛论文的形式体现,包含题目、摘要、关键词、问题重述、问题分析、模型假设、符号说明、模型的建立与求解、灵敏度分析、稳健性分析、进一步研究、模型的评价和推广、参考文献等内容.

本书可作为全国大学生数学建模竞赛培训教材,也可作为广大科研人员、企业管理人员、学者的参考用书.

### 图书在版编目(CIP)数据

全国大学生数学建模竞赛试题研究.第3册/王积建著.—北京:国防工业出版社,2019.9  
ISBN 978-7-118-11916-9

I. ①全… II. ①王… III. ①数学模型-竞赛题-研究 IV. ①O141.4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第170162号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

三河市天利华印刷装订有限公司印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 16 字数 358 千字

2019年9月第1版第1次印刷 印数 1—3000册 定价 45.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

# 前 言

全国大学生数学建模竞赛是由教育部高教司主办的、目前已成为全国高校规模最大的基础性学科竞赛,也是世界上规模最大的数学建模竞赛,其宗旨是培养大学生的创新意识和团队精神。它创办于1992年,每年一届,截至2018年,已经举办了27届。以2018年来说,全国33个省/市/自治区(包括香港、澳门和台湾)及美国和新加坡的1449所院校/校区、42128个队(其中本科组38573队,占总数的92%,专科组3555队,占总数的8%)、超过12万名大学生报名参加了竞赛。

中国科学院院士李大潜教授在数学建模竞赛20周年庆典上指出:“今天,应用数学正处于迅速地从传统的应用数学进入现代应用数学的发展阶段,数学的应用范围空前扩展,从传统的力学、物理等领域拓展到化学、生物、经济、金融、信息、材料、环境、能源等各个学科及种种高科技甚至社会领域。由于很多新领域的规律还在探索之中,有关的数学建模并非轻而易举,而是具有实质性的困难,至今仍是我们面临的严峻挑战,因此,数学建模不仅进一步凸现了它的重要性,而且已成为现代应用数学的一个重要组成部分,并为应用数学乃至整个数学科学的发展提供了进一步的机遇和广阔的前景。”全国大学生数学建模竞赛组委会主任陈叔平教授在2017年颁奖会上指出:“数学是人类文明的结晶,是接受现代教育必备的素养,是解决科技、经济、社会发展许多问题不可或缺的利器,而数学建模则是这些价值的重要体现。为此我们坚信不疑,从不动摇,并一直把覆盖面广、适应面广、受益面广作为这项活动的宗旨和目标。今天,我们面临的机遇来自经济、社会、科技的快速发展,以及强国梦、中国制造、可持续发展、大数据、人工智能等科学前沿问题,这同样是我们面对的挑战。”

好的赛题是竞赛成功的关键。每个赛题都要在全国范围内征集,再经过组委会的精心遴选和充分论证才能形成。由于竞赛仅3天时间,因此即使是获得高教社杯的优秀论文,也存在很多不足和缺憾,有的甚至有明显的错误,使得赛题研究成果不能直接应用于实际。另外,从竞赛组织方来说,这种状况使得数学建模竞赛有虎头蛇尾之嫌,留下一些遗憾。为了解决这个问题,从2012年开始,竞赛组委会倡导广大竞赛指导教师开展“赛后继续研究”,于是这就成为作者撰写本书的初衷。

从教育部网站可查得,截至2017年年底,专科院校总数达到1388所,在校学生数1104.95万人,占大学生总数的40%,而本科院校是1243所,在校学生数1648.63万人,占大学生总数的60%。由于参赛学生是层层培训筛选而来,因此可以估计,参加数学建模普及教育的专科生也占8%。换句话说,占大学生总数40%的专科生,接受数学建模课程教育的学生仅有8%,比例严重失调!

可见,在数学建模课程受益面上,专科院校和本科院校的差距很大。造成这种状况的原因之一是,在数学建模教学或培训中,专科院校普遍缺乏针对竞赛试题解答的范本,即

正确无误的、完整无缺的、符合竞赛规范的研究论文,使得专科生普遍欠缺驾驭真实问题的能力,即研究解答竞赛试题的能力,于是当参赛学生面对真实赛题的时候屡屡失败而放弃比赛,严重挫伤了学生的自信心和积极性.因此,作者将专科组赛题作为研究对象.

从1999年开始,全国大学生数学建模竞赛将本科组和专科组分开进行,专科组赛题每年有2个.1999—2013年的30个赛题的研究成果已分上、下册出版.本书作为系列研究的第3册,是针对2014—2018年的10个赛题的研究成果.本书具有以下特点:

(1) 系统而全面.包含了2014—2018年的所有专科组赛题.

(2) 竞赛论文写作的范本.每篇论文都按照竞赛论文的写作要求,包含题目、摘要、关键词、问题重述、问题分析、模型假设、符号说明、模型的建立与求解、灵敏度分析、稳健性分析、进一步研究、模型的评价和推广、参考文献等内容.

(3) 研究过程和结果无差错.每一个赛题的研究水平高于全国获奖的优秀论文.事实上,全国获奖的优秀论文或多或少存在不足或错误之处.

(4) 博采众长.每一个赛题的研究过程参考借鉴了同一个题目的所有公开发表的论文.

(5) 方法简单.适合专科院校教师和学生数学建模培训中使用.

以上特点也是作者在研究过程中努力追求的目标.在赛题研究过程中,得到了组委会主任陈叔平教授和组委会秘书长谢金星教授的鼓励和支持,也得到了组委会专家叶其孝教授、鲁习文教授、吴孟达教授和浙江省大学生数学建模竞赛组委会委员陈笑缘教授的鼓励和支持,特别是吴孟达教授亲自指导作者开展赛题研究,在此一并表示衷心的感谢.

本书出版获以下基金资助:(1)浙江省教育厅高等教育“十三五”第一批教学改革研究项目《高等数学CDIO-MEM教育模式改革的研究与实践》(jg20180747);(2)浙江工贸职业技术学院教学创新项目《竞赛分析机制倒逼课程改革》(浙工贸院[2018]61号).

没有最好,只有更好!在赛题研究过程中,作者深切感到,随着研究和思考的不断深入,需要进一步研究探索的问题越来越多,希望本研究能够起到抛砖引玉的作用,也希望越来越多的同行加入到数学建模竞赛的后续研究队伍中来.由于作者水平和能力有限,书中难免存在不足甚至错误之处,欢迎广大读者不吝指正,作者电子邮箱:wang-jjian@163.com.

作者

2019年2月

# 目 录

第 1 章 2014C 生猪养殖场的经营管理 .....	1
摘要 .....	1
1.1 问题重述 .....	2
1.2 问题分析 .....	2
1.2.1 研究现状综述 .....	2
1.2.2 问题研究思路 .....	2
1.3 符号说明 .....	3
1.4 模型假设 .....	4
1.5 模型建立与求解 .....	4
1.5.1 建模准备 .....	4
1.5.2 问题(1)的解决 .....	7
1.5.3 问题(2)的解决 .....	8
1.5.4 问题(3)的解决 .....	9
1.6 灵敏度分析 .....	13
1.6.1 每千克养猪成本 $c_2$ 的灵敏度分析 .....	14
1.6.2 出窝猪苗的质量 $w_1$ 的灵敏度分析 .....	14
1.6.3 母公猪比值 $k_2$ 的灵敏度分析 .....	14
1.6.4 每胎产活仔数 $d$ 的灵敏度分析 .....	14
1.7 稳健性分析 .....	15
1.8 深入研究 .....	15
1.9 模型的评价和推广 .....	15
1.9.1 模型优点 .....	15
1.9.2 模型缺点 .....	16
1.9.3 模型推广 .....	16
1.10 参考文献 .....	16
第 2 章 2014D 储药柜的设计 .....	18
摘要 .....	18
2.1 问题重述 .....	19
2.2 问题分析 .....	19
2.2.1 研究现状综述 .....	19
2.2.2 问题研究思路 .....	20
2.3 符号说明 .....	21

2.4	模型假设	21
2.5	模型建立与求解	21
2.5.1	建模准备	21
2.5.2	问题(1)的解决	22
2.5.3	问题(2)的解决	24
2.5.4	问题(3)的解决	27
2.5.5	问题(4)的解决	34
2.6	灵敏度分析	39
2.6.1	储药槽个数关于最大日需求量的灵敏度分析	39
2.6.2	储药柜个数关于最大日需求量的灵敏度分析	39
2.7	稳健性分析	40
2.8	进一步研究	40
2.9	模型的评价和推广	40
2.9.1	模型优点	40
2.9.2	模型缺点	41
2.9.3	模型推广	41
2.10	参考文献	41
<b>第3章</b>	<b>2015C 月上柳梢头</b>	<b>43</b>
	摘要	43
3.1	问题重述	43
3.2	问题分析	44
3.2.1	研究现状综述	44
3.2.2	本文研究思路	44
3.3	符号说明	45
3.4	模型假设	46
3.5	模型建立与求解	46
3.5.1	问题(1)——太阳高度角模型及日出日落时间	46
3.5.2	问题(2)——月亮高度角模型及月出月没时刻	52
3.5.3	问题(3)——“月上柳梢头,人约黄昏后”同时发生的日期与时间	58
3.6	灵敏度分析	63
3.6.1	对黄赤交角的灵敏度分析	63
3.6.2	对黄白交角的灵敏度分析	63
3.7	稳健性分析	63
3.8	进一步研究	64
3.9	模型的评价和推广	66
3.9.1	模型优点	66
3.9.2	模型缺点	66
3.9.3	模型推广	66
3.10	参考文献	66

<b>第4章 2015D 众筹筑屋规划方案设计</b>	68
摘要	68
4.1 问题重述	69
4.2 问题分析	69
4.2.1 研究现状综述	69
4.2.2 本文研究思路	70
4.3 符号说明	71
4.4 模型假设	71
4.5 模型建立与求解	71
4.5.1 问题(1)的解决	71
4.5.2 问题(2)的解决	76
4.5.3 问题(3)的解决	79
4.6 灵敏度分析	82
4.7 稳健性分析	83
4.8 进一步研究	83
4.9 模型的评价和推广	85
4.9.1 模型优点	85
4.9.2 模型缺点	86
4.9.3 模型推广	86
4.10 参考文献	86
<b>第5章 2016C 电池剩余放电时间预测</b>	88
摘要	88
5.1 问题重述	89
5.2 问题分析	89
5.2.1 研究现状综述	89
5.2.2 本文研究思路	89
5.3 符号说明	90
5.4 模型假设	91
5.5 模型建立与求解	91
5.5.1 铅酸电池放电原理简介	91
5.5.2 问题(1)——恒流放电电压曲线的建立	92
5.5.3 问题(2)——任意恒流放电电压曲线的建立	98
5.5.4 问题(3)——衰减状态下放电时间曲线的建立	102
5.6 灵敏度分析	107
5.6.1 关于放电电压的灵敏度分析	107
5.6.2 关于放电时间的灵敏度分析	108
5.7 稳健性分析	109
5.7.1 问题(3)用二次函数拟合的精度分析	109
5.7.2 归一化参数估计与非归一化参数估计的误差比较	111

5.8	进一步研究 .....	111
5.9	模型的评价和推广 .....	114
5.9.1	模型优点 .....	114
5.9.2	模型缺点 .....	114
5.9.3	模型推广 .....	114
5.10	参考文献 .....	114
<b>第6章</b>	<b>2016D 风电场运行状况分析及优化 .....</b>	<b>116</b>
	摘要 .....	116
6.1	问题重述 .....	116
6.2	问题分析 .....	117
6.2.1	研究现状综述 .....	117
6.2.2	本文研究思路 .....	117
6.3	符号说明 .....	118
6.4	模型假设 .....	119
6.5	模型建立与求解 .....	119
6.5.1	建模准备 .....	119
6.5.2	问题(1)——风能资源与利用情况评估 .....	122
6.5.3	问题(2)——判断新型号风机是否比现有风机更适合 .....	126
6.5.4	问题(3)——风机维护方案的优化 .....	128
6.6	灵敏度分析 .....	133
6.7	稳健性分析 .....	134
6.8	进一步研究 .....	134
6.9	模型的评价和推广 .....	134
6.9.1	模型优点 .....	134
6.9.2	模型缺点 .....	135
6.9.3	模型推广 .....	135
6.10	参考文献 .....	135
<b>第7章</b>	<b>2017C 颜色与物质浓度辨识 .....</b>	<b>137</b>
	摘要 .....	137
7.1	问题重述 .....	138
7.2	问题分析 .....	138
7.2.1	研究现状综述 .....	138
7.2.2	本文研究思路 .....	139
7.3	符号说明 .....	140
7.4	模型假设 .....	140
7.5	模型建立与求解 .....	140
7.5.1	偏最小二乘回归简介 .....	140
7.5.2	问题(1)——物质浓度与颜色读数的关系 .....	142
7.5.3	问题(2)——二氧化硫浓度与颜色读数的关系 .....	153

7.5.4 问题(3)——探讨数据量和颜色维度对模型的影响 .....	156
7.6 灵敏度分析 .....	158
7.7 稳健性分析 .....	158
7.8 进一步研究 .....	159
7.9 模型的评价和推广 .....	160
7.9.1 模型优点 .....	160
7.9.2 模型缺点 .....	160
7.9.3 模型推广 .....	160
7.10 参考文献 .....	160
<b>第8章 2017D 巡检线路的排班 .....</b>	<b>162</b>
摘要 .....	162
8.1 问题重述 .....	163
8.2 问题分析 .....	163
8.2.1 研究现状综述 .....	163
8.2.2 本文研究思路 .....	163
8.3 符号说明 .....	165
8.4 模型假设 .....	165
8.5 模型建立与求解 .....	165
8.5.1 建模准备 .....	165
8.5.2 问题(1)——定时上班且不考虑休息吃饭的巡检排班方案 .....	168
8.5.3 问题(2)——定时上班且考虑吃饭的巡检排班方案 .....	172
8.5.4 问题(3)——错时上班且不考虑吃饭的巡检排班方案 .....	174
8.5.5 问题(4)——错时上班且考虑吃饭的巡检排班方案 .....	175
8.5.6 定时上班与错时上班的任务均衡度比较 .....	175
8.6 灵敏度分析 .....	175
8.7 稳健性分析 .....	176
8.8 进一步研究 .....	176
8.8.1 以7天为周期错时上班且不考虑吃饭的排班方案 .....	176
8.8.2 将288轮划分为7天三班时刻表 .....	177
8.8.3 任务均衡度分析 .....	178
8.8.4 以7天为周期错时上班且考虑吃饭的排班方案 .....	179
8.9 模型的评价和推广 .....	179
8.9.1 模型优点 .....	179
8.9.2 模型缺点 .....	179
8.9.3 模型推广 .....	179
8.10 参考文献 .....	179
<b>第9章 2018C 大型百货商场会员画像描绘 .....</b>	<b>180</b>
摘要 .....	180
9.1 问题重述 .....	181

9.2	问题分析	181
9.2.1	研究现状综述	181
9.2.2	本文研究思路	182
9.3	符号说明	183
9.4	模型假设	183
9.5	模型建立与求解	183
9.5.1	数据整理	183
9.5.2	问题(1)——会员的消费特征及贡献	184
9.5.3	问题(2)——会员购买力模型	189
9.5.4	问题(3)——会员生命周期和活跃状态划分模型	193
9.5.5	问题(4)——会员激活率和商场促销活动的关系	195
9.5.6	问题(5)——促销活动的策划	202
9.6	灵敏度分析	206
9.7	稳健性分析	206
9.7.1	分类方法	206
9.7.2	分类结果	207
9.8	进一步研究	207
9.9	模型的评价和推广	207
9.9.1	模型优点	207
9.9.2	模型缺点	208
9.9.3	模型推广	208
9.10	参考文献	208
<b>第10章</b>	<b>2018D 汽车总装线的配置问题</b>	<b>210</b>
	摘要	210
10.1	问题重述	211
10.2	问题分析	211
10.2.1	研究现状综述	211
10.2.2	本文研究思路	212
10.3	符号说明	213
10.4	模型假设	213
10.5	模型建立与求解	214
10.5.1	建模准备	214
10.5.2	总装线上车辆颜色属性的设置	216
10.5.3	总装线上车辆非颜色属性的设置	221
10.5.4	基于手工方法的车辆非颜色属性设置	224
10.5.5	总装线上车辆属性设置的步骤	228
10.5.6	其余6天车辆属性的设置	228
10.6	灵敏度分析	229
10.6.1	多数色的灵敏度分析	229

10.6.2 少数色的灵敏度分析·····	229
10.7 稳健性分析·····	230
10.8 进一步研究·····	230
10.8.1 数据统计·····	230
10.8.2 模型建立·····	231
10.8.3 模型求解·····	232
10.9 模型的评价和推广·····	233
10.9.1 模型优点·····	233
10.9.2 模型缺点·····	233
10.9.3 模型推广·····	234
10.10 参考文献·····	234
<b>附录 2014—2018 年专科组赛题</b> ·····	<b>235</b>
2014 年 C 题,生猪养殖场的经营管理·····	235
2014 年 D 题,储药柜的设计·····	236
2015 年 C 题,月上柳梢头·····	238
2015 年 D 题,众筹筑屋规划方案设计·····	238
2016 年 C 题,电池剩余放电时间预测·····	238
2016 年 D 题,风电场运行状况分析及优化·····	239
2017 年 C 题,颜色与物质浓度辨识·····	239
2017 年 D 题,巡检线路的排班·····	240
2018 年 C 题,大型百货商场会员画像描绘·····	240
2018 年 D 题,汽车总装线的配置问题·····	241

# 第 1 章 2014C 生猪养殖场的经营管理

## 摘 要

本文针对大型养猪场的经营策略问题进行了分析和优化。

针对问题(1),在养猪场系统处于平衡状态下,各个群体的数量基本保持不变。根据这个原理,以1个生产周期(39周)进行分析,先不考虑出售猪苗,假设小猪全部转为种猪与肉猪,建立了群体数量方程,再假设生猪养殖成本及生猪价格保持不变,建立了盈亏平衡方程,求解后,得到了解析解。将有关参数代入解公式计算可知,当种猪的生育年限为4年时,每头母猪每年至少产活仔14.7头,才能达到盈亏平衡。

针对问题(2),将出售猪苗考虑在内,以1个生产周期进行分析,建立了群体数量方程,获得了解析解,将有关参数代入解公式计算可知,当种猪的生育年限为4年,且养猪场规模达到饱和时,小猪选为种猪的比例为1.44%,母猪的存栏数为1040头(猪苗率取35%)。

针对问题(3),以1周为计时单位,以5个生产周期为样本进行优化。在前4个生产周期内考虑养殖策略的优化,而第5个生产周期只对出栏肉猪和出窝猪苗进行销售而不考虑养殖策略。将养猪场规模、母猪存栏数、母猪配种率、猪苗比例、种猪比例等因素与生猪的预测价格建立起联系,建立了各个群体数量动态演变的递推公式,以利润最大为目标建立优化模型进行模拟,获得了最佳经营策略:在前4个生产周期,养猪场的规模始终保持饱和状态,所有母猪全部配种,种猪数量自然淘汰,只在第19周将所有乳猪全部留作种猪,其余周次不增加新的种猪。在这种经营策略下,养猪场年平均利润为1008.758万元。经过检验,计算结果是正确可信的。

灵敏度分析结果表明,优化模型关于每千克养猪成本、出窝猪苗的质量、母公猪比值、每胎产活仔数的灵敏度均较小。

稳健性分析结果表明,优化模型关于假设“每头小猪每周的投入与时间成正比”是很稳健的。

在模型拓展阶段,将生猪和猪苗的实际价格假设为以预测价格为中心的某置信区间上的均匀分布,这样处理更符合实际,从而将优化模型进行了拓展。

本文的优点是以母猪的生产流程为基础,以养猪场群体数量方程和盈亏平衡方程为依据,以动态模拟养猪场群体数量为手段,获得了一系列的最佳经营策略。另外,根据生猪价格预测曲线中时间节点不等间距的特点,使用分段线性插值方法对两个时间节点之间的空缺数据进行了估计,方法简单。模型的缺点是在问题(3)中,将第1个生产周期按照开始养猪、逐步积累而后达到万头规模的过程进行处理,这样会降低第1个生产周期里

猪苗和肉猪的出售量,但第5周期又做了回补,因此总利润会受到一些影响.

本文模型可以推广到养牛、养羊等产业的经营策略优化中.

本文使用 LINGO 软件计算.

**关键词:**养猪;群体数量方程;盈亏平衡方程;递推公式;动态模拟

## 1.1 问题重述

某养猪场最多能养 10000 头猪,且利用自己的种猪进行繁育. 养猪的一般过程是:母猪配种后怀孕约 114 天产下乳猪,乳猪经过哺乳期后成为小猪. 一部分的小猪将被选为种猪,长大以后承担养猪场的繁殖任务;有时也会将一部分小猪作为猪苗出售以控制养殖规模;而大部分小猪经阉割后养成肉猪出栏. 母猪的生育期一般为 3~5 年,失去生育能力的公猪和母猪将被无害化处理掉. 种猪和肉猪每天都要消耗饲料,但种猪的饲料成本更高. 养殖场根据市场情况通过决定留种数量、配种时间、存栏规模等优化经营策略以提高盈利水平. 请收集相关数据,建立数学模型回答以下问题:

(1) 假设生猪养殖成本及生猪价格保持不变,且不出售猪苗,小猪全部转为种猪与肉猪,要达到或超过盈亏平衡点,每头母猪每年平均产仔量要达到多少?

(2) 生育期母猪每头年产 2 胎左右,每胎成活 9 头左右. 求使得该养殖场养殖规模达到饱和时,小猪选为种猪的比例和母猪的存栏数,并结合所收集到的数据给出具体的结果.

(3) 已知从母猪配种到所产的猪仔长成肉猪出栏需要约 9 个月时间. 假设该养猪场估计 9 个月后 3 年内生猪价格变化的预测曲线,请根据此价格预测确定该养猪场的最佳经营策略,计算这 3 年内的平均年利润,并给出在此策略下的母猪及肉猪存栏数曲线.

## 1.2 问题分析

### 1.2.1 研究现状综述

当年的优秀论文有两篇. 杨金洪等<sup>[1]</sup>对问题(1)和问题(2)的求解方法比较简洁,运用经济学的盈亏平衡分析方法建立了合理的数学模型,不足之处是对问题(3)没有给出解答. 丁晓彤等<sup>[2]</sup>完整地解答了 3 个问题,在问题(3)中,通过建立 0—1 规划模型求解最佳经营策略,有创意,但在某些细节上还有值得商榷之处. 吴孟达等<sup>[3]</sup>介绍了基本建模思路,并就参赛论文的总体情况作了评述.

绝大多数论文是将一年作为生猪生产周期进行分析和优化<sup>[1-9]</sup>. 事实上,生猪的生产周期大约是 39 周,而一年有 52 周,相差 13 周,占全年的 25%,也就是说,将 25%的生产时间忽略掉而进行分析和优化,得出的结果必然存在不可忽略的误差,所提出的经营管理优化方案是不够准确的.

### 1.2.2 问题研究思路

由于母猪存栏数、母猪配种率、猪苗比例、种猪比例、肉猪出售时机等因素均与利润相

关联,而利润又与生猪价格曲线紧密关联,所以研究养猪场经营策略时必须要将这些因素与生猪价格联系起来一起进行分析。

针对问题(1),在养猪场系统处于平衡状态下,各个群体的数量基本保持不变。根据这个原理,先不考虑出售猪苗,以1个生产周期(39周)为例进行分析,建立各个群体数量所满足的方程和盈亏平衡方程,就可以得到每头母猪每年至少产活仔多少头。

针对问题(2),将出售猪苗考虑在内,以1个生产周期为例进行分析,建立各个群体数量所满足的方程,可推导出小猪选为种猪的比例和母猪的存栏数。

针对问题(3),以1周为计时单位,9个月(约39周)加三年的总周数为195周,折合为5个生产周期,故以5个生产周期为样本进行优化。在前4个生产周期内考虑养殖策略的优化,而第5个生产周期只进行销售而不考虑养殖策略。将母猪存栏数、母猪配种率、猪苗比例、种猪比例等因素与生猪价格建立起联系,通过建立优化模型获得最佳经营策略。

最后对有关参数进行灵敏度分析,对有关假设进行稳健性分析,对模型进行适度的拓展。

本文研究路径如图1-1所示。

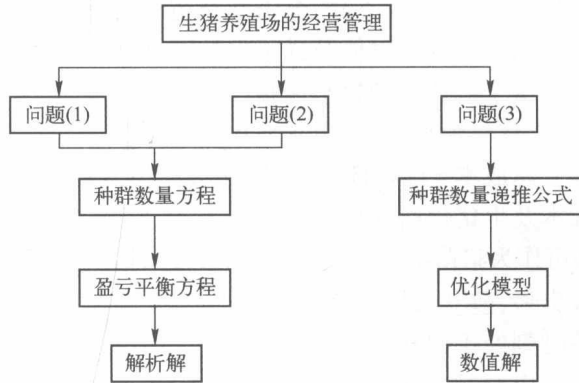


图 1-1 研究路径

### 1.3 符号说明

$a$ : 每头母猪每生产周期产胎数(胎)	$n$ : 养猪场规模(头)
$k_1$ : 公猪占养猪规模的比例	$k_2$ : 母猪公猪比值
$d$ : 每头母猪每胎产活仔数(头)	$e$ : 种猪率
$m$ : 种猪生育年限(年)	$g$ : 猪苗率
$n_1$ : 养猪场公猪数量(头)	$b$ : 母猪配种率
$n_2$ : 养猪场母猪数量(头)	$n_3$ : 养猪场新猪数量(头)
$p$ : 出栏肉猪价格(元/kg)	$w$ : 肉猪出栏时的平均质量(kg/头)
$c_1$ : 母猪投入(元/胎)	$w_1$ : 猪苗出栏时的平均质量(kg/头)
$c_2$ : 肉猪投入(元/kg)	$c_3$ : 达到育龄的种猪投入(元/头)
$c_4$ : 成年种猪投入(元/(头·周))	$c_5$ : 出窝猪苗投入(元/(头·周))
注: 其余符号在文中给出。	

## 1.4 模型假设

为了简化问题,作如下假设:

(1) 养猪场的生产周期为 39 周,自然交配下母猪分娩率 85%,怀孕期 114 天,哺乳期 28 天,空怀期 10 天<sup>[10]</sup>.

(2) 将养猪场看作一个系统,该系统由公猪、母猪、新猪构成,其中新猪经历乳猪和小猪两个生长阶段.

(3) 每头小猪每周的投入与时间成正比.这是考虑到小猪处于快速发育阶段,且时间较短,只有 4 周.

(4) 第 1 个生产周期的肉猪价格是线性增长的.这是在仅已知第 1 周和第 39 周的肉猪价格的情况下对其他 37 周价格进行的近似估计.

(5) 猪苗价格与肉猪价格成线性关系.虽然猪苗、肉猪的价格与饲料等诸多因素有关,但这些因素对猪苗和肉猪的影响方向是一致的,例如,饲料价格上涨,会引起猪苗和肉猪的价格同步上涨;再如,市场需求量下降,会引起猪苗和肉猪的价格同步下跌;等等.

(6) 当系统处于平衡态时,各个群体的数量保持不变.

(7) 不出售猪苗,小猪全部转为种猪与肉猪.

(8) 公猪与母猪的生育年限相等,且更新率也相等.

(9) 在生产周期内,总成本=母猪怀孕期投入+公猪投入+肉猪投入+种猪投入.

(10) 生猪养殖成本及生猪价格保持不变.

(11) 一部分小猪可作为猪苗出售,一部分小猪长成肉猪出栏,一部分小猪留作种猪.

(12) 由于猪苗被出售,故其占用的空间不计.

(13) 养猪场初始时刻处于饱和状态.

(14) 猪苗和肉猪在出栏时必须一次性卖完.

(15) 总成本=怀孕母猪成本+未怀孕母猪成本+公猪成本+肉猪成本+种猪成本+猪苗成本.

(16) 所有出栏肉猪质量相等,所有出栏猪苗质量相等,淘汰种猪补贴忽略不计.

## 1.5 模型建立与求解

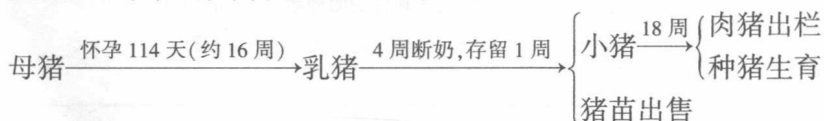
### 1.5.1 建模准备

#### 1. 养猪场工艺参数

养猪场的生产工艺参数如表 1-1 所示<sup>[10-11]</sup>.

#### 2. 猪的生产流程

根据假设(1)和(2),猪的生产流程如下:



从以上生产流程可知,从母猪配种到所产的猪仔长成肉猪出栏(或种猪生育)需要275天,约9个月或39周,因此,本文将生产周期确定为39周。

表 1-1 养猪场的生产工艺参数

指 标	取 值	指 标	取 值
猪场规模/头	10000	乳猪成活数/(头/胎)	9
公猪占比	0.004215	小猪生长期/周	18
母猪妊娠期/天	114	怀孕母猪成本/(元/胎)	2700
母猪哺乳期/天	28	肉猪成本/(元/kg)	10
母猪空怀期/天	10	种猪成本/(元/头)	960
母猪分娩率/%	85	肉猪价格/(元/kg)	14
公母猪比例	1:25	母猪生育年限/年	3~5
出栏肉猪体重/kg	100	出栏猪苗体重/kg	15
乳猪生长期/周	5		

注:年存栏猪 5220 头的养猪场,公猪 22 头,公猪占比 =  $22 \div 5220 = 0.004215$

### 3. 每头母猪每生产周期产胎数

根据假设(1),每头母猪每生产周期产胎数为

$$a = [39 \times 7 \div (114 + 28 + 10)] \times 0.85 \approx 1.5$$

另外,根据问题(2)给定的条件,每头母猪每生产周期产胎数为

$$a = 2 \div 52 \times 39 = 1.5$$

可见两种算法的结果是一致的,说明假设(1)的参数符合题意。

### 4. 估计 $c_4$ 和 $c_5$

为了估计  $c_4$ ,将每头达到育龄的种猪的投入  $c_3$  理解为在 18 周内的累计投入,根据假设(3),每头小猪每周的投入  $y$  与时间  $x$  成正比,即

$$y = kx, x \in [1, 18]$$

根据  $c_3 = \int_1^{18} kx dx$ , 得  $k = \frac{2c_3}{323}$ , 于是每头小猪每周的投入  $y$  与时间  $x$  的关系式为

$$y = \frac{2c_3}{323}x, x \in [1, 18] \quad (1-1)$$

根据式(1-1),得成年种猪每头每周的投入为

$$c_4 = \frac{2 \times 18 c_3}{323} (\text{元/头} \cdot \text{周})$$

由式(1-1),得出窝猪苗每头每周的投入为

$$c_5 = \frac{2c_3}{323} (\text{元/头} \cdot \text{周})$$

### 5. 肉猪价格预测

假设第2年为2015年,第1个时间点 D2.6.12 为第2个生产周期的第1周,则 D2.6.12 为总第40周,第1个生产周期的第1周为2014年9月12日,是总第1周,总第39周为2015年6月6日。