大学物理学

DAXUE WULIXUE

童开宇　陈世红　张正阶
程俭中　赵晓凤　编著

四川大学出版社

大学物理学

DAXUE WULIXUE

童开宇　陈世红　张正阶
程俭中　赵晓凤　编著

四川大学出版社

责任编辑：毕　潜
责任校对：杨　果
封面设计：墨创文化
责任印制：王　炜

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学 / 童开宇等编著. —成都：四川大学出版社，2018.12

ISBN 978-7-5690-2608-5

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①童…　Ⅲ.①物理学－高等学校－教材　Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 284432 号

书名　**大学物理学**

编　　著	童开宇　陈世红　张正阶　程俭中　赵晓凤
出　　版	四川大学出版社
地　　址	成都市一环路南一段 24 号（610065）
发　　行	四川大学出版社
书　　号	ISBN 978-7-5690-2608-5
印　　刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	185 mm×260 mm
印　　张	25.75
字　　数	659 千字
版　　次	2019 年 1 月第 1 版
印　　次	2019 年 1 月第 1 次印刷
定　　价	78.00 元

◆读者邮购本书，请与本社发行科联系。
电话：(028)85408408/(028)85401670/
(028)85408023　邮政编码：610065
◆本社图书如有印装质量问题，请寄回出版社调换。
◆网址：http://press.scu.edu.cn

前　言

大学物理是高等院校的一门重要的基础课，培养 21 世纪的优秀人才，物理教学具有特殊的地位和作用。随着科学技术发展方向的日趋综合，渗透日益加强，综合倾向将成为 21 世纪科学发展的趋势。加强基础无疑是与这一发展趋势一致的，这也就对基础课的教学提出了更高的要求。

大学物理教材要贴近课堂教学，易教易学，又要在内容的更新和新技术的介绍等方面有较大的突破。本书的编写原则是既要确保必要的传统的基本内容，尤其要加强近代物理内容的教学，又要突出学生的物理思维能力的培养和科学素质的提升。以现代的物理理论和观点审视物理课程的体系和内容，清楚地给出当代人类对物质世界认识层次的结果，明确地介绍研究方法，介绍对理论的开发和应用的方法，培养学生的工程技术意识。遵循教学规律，循序渐进，利于学生理解、接受和培养兴趣。

我们在教材的编写中力图解决课程内容多和授课时数少的矛盾。对基础理论，遵循必需、够用、适度的原则。适当照顾本学科的系统性，着重考虑针对性和应用性，加强对物理过程的分析、处理思路和方法的叙述。对内容取舍、文字叙述、体系布局、教学要求、例题选取和习题难度等都进行了适度处理，内容有较大的覆盖面和适当深度。本教材从物理图像的描述入手，不囿于繁杂的数学推证，重视物理概念和物理规律的阐述，叙述明晰易懂，突出以应用为主的原则，例题、习题配置合理，追求有效的、针对性的教与学，旨求教不困难、学不困惑。

本书的基本内容能够满足理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求。讲授参考总学时为 90～110 学时。为适应不同的教学对象和不同专业类别的教学要求，还编入了一些打“*”号的内容，可根据学时和要求选讲或指导学生自学。

本书由童开宇、陈世红、张正阶统稿，程俭中、赵晓凤对全书进行了校阅。参加本书编写工作的有：陈世红（第 1、2、3、4、5 章），赵晓凤（第 6、7、18 章），童开宇（第 8、9、10 章），程俭中（第 11、12、13 章），张正阶（第 14、15、16、17 章）。本书的编写工作得到了成都理工大学的大力支持，在此表示感谢！在编写中借鉴了国内外的许多教材，尤其是对本书未列出的参考书目的作者表示衷心感谢！

由于编者水平有限，书中难免存在缺点和问题，望读者给予批评、指正。

编　者

2019 年 1 月

目 录

第 1 章 质点运动学 …… (1)
1.1 参照系 质点 …… (1)
1.2 位置矢量 位移 …… (2)
1.3 速度 加速度 …… (4)
1.4 直线运动 …… (7)
1.5 运动迭加原理 抛体运动 …… (9)
1.6 圆周运动 …… (10)
习题 …… (15)
第 2 章 牛顿运动定律 …… (18)
2.1 牛顿运动定律 …… (18)
2.2 牛顿运动定律的应用举例 …… (20)
*2.3 惯性系和非惯性系 …… (23)
习题 …… (24)
第 3 章 能量守恒定律和动量守恒定律 …… (26)
3.1 功 功率 …… (26)
3.2 动能 动能定理 …… (28)
3.3 保守力的功 势能 …… (30)
3.4 功能原理 机械能守恒定律 …… (31)
3.5 冲量 动量 动量原理 …… (34)
3.6 动量守恒定律 …… (36)
习题 …… (39)
第 4 章 刚体的转动 …… (43)
4.1 刚体的定轴转动 …… (43)
4.2 力矩 转动定律 转动惯量 …… (44)
4.3 力矩的功 转动动能 …… (49)
4.4 角动量 角动量守恒定律 …… (53)
4.5 经典力学的适用范围 …… (59)
习题 …… (60)
第 5 章 狭义相对论基础 …… (63)
5.1 狭义相对论的基本假设 …… (63)
5.2 洛伦兹变换 …… (66)
5.3 狭义相对论的时空观 …… (69)
5.4 相对论动力学基础 …… (73)

习题 …… (79)
第 6 章 气体动理论 …… (81)
6.1 气体的状态参量 平衡态 理想气体的状态方程 …… (81)
6.2 分子运动论的基本概念 …… (82)
6.3 理想气体的压强公式 …… (83)
6.4 气体分子平均平动动能与温度的关系 …… (85)
6.5 能量按自由度均分原理 理想气体的内能 …… (86)
6.6 气体分子的速率分布 …… (89)
*6.7 真实气体 …… (92)
习题 …… (94)
第 7 章 热力学基础 …… (96)
7.1 内能 功 热量 …… (96)
7.2 热力学第一定律 …… (97)
7.3 热力学第一定律对理想气体等值过程的应用 …… (98)
7.4 气体的热容量 …… (100)
7.5 绝热过程 …… (102)
7.6 循环过程 …… (104)
7.7 卡诺循环 …… (105)
7.8 热力学第二定律 …… (107)
*7.9 热传导 …… (108)
习题 …… (111)
第 8 章 真空中的静电场 …… (114)
8.1 电荷 库仑定律 …… (114)
8.2 静电场 电场强度 …… (116)
8.3 场强迭加原理 电场强度的计算 …… (118)
8.4 电场线 电通量 …… (122)
8.5 高斯定理及其应用 …… (125)
8.6 静电力作功的特性 …… (128)
8.7 电势能 电势 电势差 …… (129)
8.8 电势的计算 …… (130)
8.9 等势面 场强与电势的关系 …… (133)
习题 …… (136)
第 9 章 静电场中的导体和电介质 …… (140)
9.1 静电场中的导体 …… (140)
9.2 电容和电容器 …… (147)
9.3 静电场中的电介质 …… (152)
9.4 电介质中的高斯定理 …… (156)
9.5 带电电容器的能量 电场的能量 …… (160)
*9.6 静电的应用 …… (162)
习题 …… (164)

第 10 章　稳恒电流和电动势 ……（169）
10.1　欧姆定律的微分形式……（169）
10.2　电源　电动势……（172）
10.3　有电动势的电路……（174）
习题……（176）
第 11 章　稳恒磁场 ……（178）
11.1　磁场　磁感强度……（178）
11.2　毕奥-萨伐尔定律　运动电荷的磁场……（181）
11.3　磁通量　磁场的高斯定理……（187）
11.4　安培环路定理……（190）
11.5　运动电荷在磁场中所受的力——洛仑兹力……（195）
11.6　载流导线在磁场中所受的力——安培力……（196）
11.7　载流线圈在均匀磁场中受到的磁力矩……（198）
11.8　带电粒子在电场和磁场中的运动举例……（200）
习题……（205）
第 12 章　磁介质 ……（210）
12.1　磁介质　磁化现象……（210）
12.2　磁场强度　磁介质中的安培环路定理……（212）
12.3　铁磁质……（215）
习题……（218）
第 13 章　电磁感应 ……（220）
13.1　电磁感应定律……（220）
13.2　动生电动势和感生电动势……（223）
13.3　自感与互感……（229）
13.4　磁场能量……（233）
13.5　位移电流　电磁场基本方程的积分形式……（235）
习题……（240）
第 14 章　机械振动 ……（244）
14.1　简谐运动……（244）
14.2　简谐运动的振幅、周期、频率和相位……（246）
14.3　简谐运动的旋转矢量表示法……（252）
14.4　简谐振运动的能量……（256）
14.5　简谐运动的合成……（257）
*14.6　阻尼振动　受迫振动　共振……（263）
习题……（265）
第 15 章　机械波 ……（268）
15.1　机械波的产生和波的基本概念……（268）
15.2　平面简谐波的波函数……（273）
15.3　波的能量　能流密度……（278）
15.4　惠更斯原理　波的衍射……（279）

15.5 波的迭加原理　波的干涉　驻波……………………………………(281)
*15.6 声波　超声波……………………………………………………(286)
15.7 多普勒效应……………………………………………………(289)
习题……………………………………………………………………(291)
第16章　波动光学 ……………………………………………………(295)
16.1 相干光的获得…………………………………………………(295)
16.2 光程　薄膜干涉………………………………………………(301)
16.3 迈克尔逊干涉仪………………………………………………(309)
16.4 光的衍射………………………………………………………(311)
16.5 圆孔衍射　光学仪器的分辨本领……………………………(315)
16.6 衍射光栅………………………………………………………(317)
16.7 光的偏振………………………………………………………(319)
*16.8 双折射…………………………………………………………(325)
习题……………………………………………………………………(329)
第17章　量子物理基础 ………………………………………………(334)
17.1 光电效应………………………………………………………(334)
17.2 康普顿效应……………………………………………………(338)
17.3 玻尔的氢原子理论……………………………………………(341)
17.4 实物粒子的波粒二象性　德布罗意波………………………(344)
17.5 波函数与薛定谔方程 量子力学简介 ………………………(346)
习题……………………………………………………………………(352)
第18章　物理与新技术 ………………………………………………(354)
18.1 激光原理………………………………………………………(354)
18.2 激光的特性及其应用…………………………………………(358)
18.3 等离子体………………………………………………………(361)
18.4 等离子体的特性及应用………………………………………(364)
18.5 传感器的原理及其应用………………………………………(367)
18.6 黑体辐射及其应用……………………………………………(376)
*18.7 放射性及其应用………………………………………………(380)
*18.8 纳米材料简介…………………………………………………(383)
习题答案……………………………………………………………(388)
附录一　矢量…………………………………………………………(398)
一、标量和矢量……………………………………………………(398)
二、矢量的加法和减法……………………………………………(399)
三、矢量合成的解析法……………………………………………(400)
四、矢量的标积和矢积……………………………………………(402)
附录二　一些常用物理常量…………………………………………(404)

第 1 章　质点运动学

自然界是由物质组成的，一切物质都在不停地运动着。物质的运动形式是多种多样的，对各种不同物质运动形式的研究，形成了自然科学的各门学科。物理学是研究物质运动中最普遍、最基本运动形式的一门学科，包括机械运动、热运动、电磁运动、原子和原子核的运动等等。

机械运动是最简单、最基本的运动形式，它是指物体之间或者是一个物体的某些部分相对于其他部分位置的变化。地球绕太阳运动，火车在铁路上行驶，机器转动等都是机械运动。力学的研究对象就是机械运动的规律。

在力学中，研究物体位置随时间变化的关系，但不涉及引起变化原因的这部分内容，称为运动学。本章研究质点运动学。

1.1　参照系　质点

1.1.1　参照系　坐标系

任何物体都在永恒不停地运动，绝对静止不动的物体是没有的。如放在桌上的书相对于桌面是静止的，但它却随地球一起绕太阳转动，这就是运动的绝对性。既然一切物体都在运动，为了描述一个物体的机械运动，必须另选一个认为不动的物体作为参考，然后研究这一物体对于被选作参考的物体的运动，这个被选作参考的物体称为参照系。参照系的选择可以是任意的，主要看问题的性质和研究问题的方便。例如研究地面上物体的运动，最方便的是选取地面或静止在地面上的物体作为参照系。一个星际火箭在发射时，主要研究它相对于地面的运动，所以最好选取地面作为参照系，但当火箭进入绕太阳运行的轨道时，为研究方便起见，这时最好选取太阳作为参照系。

同一物体的运动，由于我们所选参照系不同，对物体运动的描述就会不同。例如在匀速前进的车厢中的自由落体，相对于车厢，是作直线运动；相对于地面，却是作抛物线运动。物体的运动对不同的参照系有不同的描述这个事实称为运动描述的相对性。

由于运动的描述是相对的，所以在描述物体的机械运动时必须指明或暗中明确所用的参照系。为了定量地描述物体相对参照系的运动情况，还需要在参照系上固定一个坐标系。常用的是直角坐标系，它是在参照系上选定一点作为坐标系的原点，通过原点作三条附有标度的、相互垂直的有向直线作为三个坐标轴（X 轴、Y 轴、Z 轴）。根据需要，也可以选用其他的坐标系来研究物体的运动。

1.1.2 质点

任何物体都有一定的大小和形状，一般地讲，物体运动时，其内部各点位置的变化是不一样的，而且物体的大小和形状也可以发生变化，要逐点描写清楚并不是一件容易的事情。在某些情况下，如果物体的大小和形状对于我们所研究的问题不起作用，或所起作用甚小而可忽略时，为使问题简化，可将研究物体看做一个只具有质量而没有大小和形状的几何点，即质点。

质点是一理想模型。用理想模型代替实际研究对象，突出主要因素，忽略次要因素，以简化问题的研究，是物理学中处理问题的重要方法，也是一切科学研究中的重要方法。

质点模型的应用是有条件的。由于所研究问题的性质不同，同一物体在某些情况下可以视为质点，而在另一情况下则不能视为质点。例如对于地球，当研究地球绕太阳公转时，由于地球的平均半径（6400km）比地球、太阳之间的距离（约为 1.5×10^{8}km）小得多，地球自转所引起的地球上各点运动的差异可以忽略，地球上各点相对于太阳的运动可视为相同，这时就可以忽略地球的大小和形状而把它看做一个质点。但是当研究地球自转及其有关现象时，地球的自转便成为主要因素，此时便不能忽略地球的大小和形状而将它看做质点。

1.2 位置矢量　位移

1.2.1 位置矢量

要描写质点的运动，首先要标定质点的位置。选定参照系后，质点在运动过程中任一时刻的位置，在直角坐标系中，可由三个坐标 x、y、z 来确定，也可用从原点 O 到 P 点的有向线段 $\boldsymbol{r}$ 来表示，如图 1－1 所示。矢量 $\boldsymbol{r}$ 称为位置矢量，亦称矢径，相应地，P 点的坐标 x、y、z 也就是矢量 $\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴的三个分量。矢径 $\boldsymbol{r}$ 可表示为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

式中，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 X、Y、Z 轴正向的单位矢量。

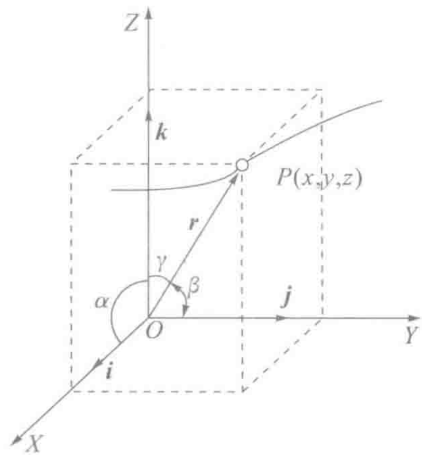

图 1－1　位置矢量

这样，P 点所在的位置由矢量 $\boldsymbol{r}$ 唯一地确定，即 P 点到原点的距离为

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^{2}+y^{2}+z^{2}}$$

P 点的方位，由矢径 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦确定：

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}\qquad\cos\beta=\frac{y}{r}\qquad\cos\gamma=\frac{z}{r}$$

质点在运动过程中，它在空间的位置是随时间而变化的，亦即其位置坐标 x、y、z 或矢径 $\boldsymbol{r}$ 都是时间 t 的函数，即

$$x=x(t)\qquad y=y(t)\qquad z=z(t)\tag{1－1}$$

或

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-2}$$

上述方程表明了质点在空间所占位置随时间变化的关系，称为运动方程。运动学的重要任务之一就是找出各种具体运动所遵循的运动方程。

运动质点在空间所描绘的曲线称为轨道，我们可将运动方程式（1－1）或式（1－2）看做是以时间 t 为参量的轨道方程。也可从运动方程式中消去时间参量 t，而得出质点运动的轨道方程。

如果质点限制在某一固定的平面内运动，这时可取该固定平面为 $z=0$，因而质点的运动方程简化为

$$x=x(t) \qquad y=y(t)$$

此时质点运动的轨道为一平面曲线。

如果质点在一直线上运动，这时可取 $y=z=0$，质点运动所在的直线为 X 轴，则运动方程为

$$x=x(t)$$

［**例** 1］　已知某质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=a\cos\omega t\boldsymbol{i}+b\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

式中，a、b、ω 均为常数。求质点距坐标原点的距离 r 及轨道方程。

解　由题设条件，写出平面直角坐标分量方程式为

$$x=a\cos\omega t \qquad y=b\sin\omega t$$

所求距离为

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{a^2\cos^2\omega t+b^2\sin^2\omega t}$$

从 x、y 两式中消去 t 后，得轨道方程

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

表示质点在 XY 平面内作椭圆运动。如果 $a=b$，则得 $x^2+y^2=a^2$，为圆方程式，表示质点作圆周运动。

1.2.2　位移矢量

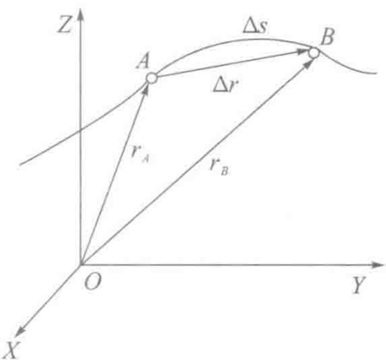

图 1－2

设曲线$\overset{\frown}{AB}$是质点轨道的一部分（图 1－2）。在时刻 t，质点在 A 处，在另一时刻 $t+\Delta t$ 质点在 B 处。A、B 两点的位置分别用矢径 $\boldsymbol{r}_A$ 和 $\boldsymbol{r}_B$ 来表示。在时间 Δt 内，质点位置的变化可用 A 到 B 的有向线段 $\Delta\boldsymbol{r}$ 来表示，称为质点的位移矢量，简称位移。位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 既表明了 A、B 两点间的距离，也表明 B 点相对于 A 点的方位。

由

$$\boldsymbol{r}_A=x_A\boldsymbol{i}+y_A\boldsymbol{j}+z_A\boldsymbol{k}, \qquad \boldsymbol{r}_B=x_B\boldsymbol{i}+y_B\boldsymbol{j}+z_B\boldsymbol{k}$$

按矢量合成法则，有

$$\boldsymbol{r}_B=\boldsymbol{r}_A+\Delta\boldsymbol{r}$$

故

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A$$

于是，位移矢量 $\Delta \boldsymbol{r}$ 亦可写成

$$\Delta \boldsymbol{r} = (x_B - x_A)\boldsymbol{i} + (y_B - y_A)\boldsymbol{j} + (z_B - z_A)\boldsymbol{k} \tag{1-3}$$

必须注意，位移表示质点位置的变化，并非质点在运动过程中实际通过的路程。在图 1－2 中，路程为曲线$\overset{\frown}{AB}$，记作 Δs，是标量，而位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 是矢量，位移的大小 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 为割线 AB 的长度。$|\Delta \boldsymbol{r}|$ 与 Δs 一般是不相等的，只有当 $\Delta t \to 0$ 时，Δs 与 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 才可视为相等。即使在直线运动中，路程与位移也是两个截然不同的概念。例如，一质点沿一直线运动从 A 点到 B 点，又从 B 点返回 A 点，显然位移为零，而路程则为 A、B 间距离的两倍。

在国际单位制（SI）中，位移和路程的单位都是米（m）。

［例 2］　一质点作平面曲线运动，其运动方程为

$$x = R\cos\frac{2\pi}{T}t, y = R\sin\frac{2\pi}{T}t$$

求在 $0 \sim \frac{T}{4}$ 时间内质点的位移与路程。

解　质点运动的轨道为一圆，轨道方程为 $x^2 + y^2 = R^2$，圆心在坐标原点，如图1－3。

由运动方程知，$t = 0$ 时，质点所在位置为 $x = R$，$y = 0$，即在 B_1 点，其位置矢量为 $\boldsymbol{r}_{B_1} = R\boldsymbol{i}$。$t = \frac{T}{4}$时，质点所在位置为 $x = 0$，$y = R$，即在 B_2 点，其位置矢量为 $\boldsymbol{r}_{B_2} = R\boldsymbol{j}$，所以在 $0 \sim \frac{T}{4}$的时间间隔内，质点的位移为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{B_2} - \boldsymbol{r}_{B_1} = R\boldsymbol{j} - R\boldsymbol{i}$$

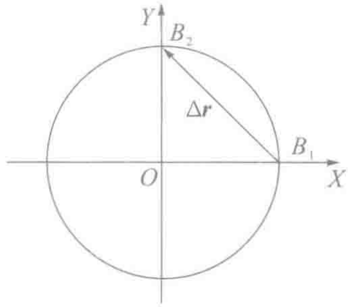

图 1－3

$\Delta \boldsymbol{r}$ 的大小为 $|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$。$\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向由 B_1 指向 B_2。质点所经历的路程为$s = \overset{\frown}{B_1 B_2} = \frac{\pi R}{2}$。

1.3　速度　加速度

1.3.1　速度

研究质点的运动，不仅要知道质点的位移，还要知道在多长的时间内有这一位移，即要知道质点运动的快慢程度。图 1－4 中，若质点在 t 时刻，处于 A 点，在 $t + \Delta t$ 时刻，处于 B 点，即在 Δt 时间内质点的位移是 $\Delta \boldsymbol{r}$。于是，把质点的位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与所经历的时间之比，叫做平均速度，用$\bar{\boldsymbol{v}}$ 表示，即

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-4}$$

平均速度是矢量，其大小为$\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$，方向为 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向。平均速度一般与所取的时间间隔

有关，所以说到平均速度时必须指明是哪一段时间内的平均速度。

显然，用平均速度描写质点运动是比较粗糙的，它所反映的是质点在这一段时间内平均每单位时间发生的位移。

如果要知道质点在某一时刻 t（或某一位置）的运动情况，应使 Δt 尽量减小而趋于零，用平均速度在 Δt 趋于零时的极限值——瞬时速度来描述，则瞬时速度（以下简称速度）表示为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-5}$$

亦即速度等于矢径对时间的一阶导数。

速度是矢量，其方向为当 $\Delta t \to 0$ 时位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向。由图 1－4 可知，位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向是割线 AB 的方向，当 $\Delta t \to 0$ 时，B 点趋于 A 点，亦即 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向趋近于 A 点的切线方向，所以速度的方向是质点所在点的轨道切线方向。

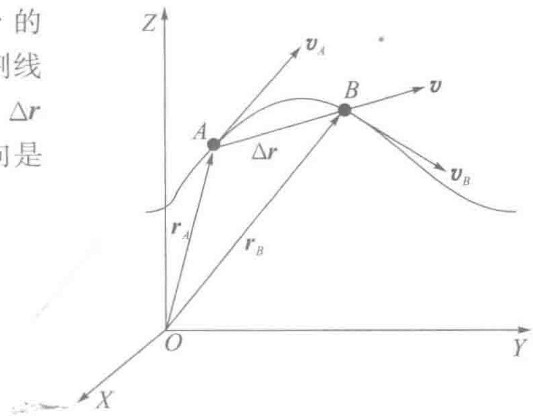

图 1－4

在直角坐标系中，速度矢量可表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v} &= \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}) \\ &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \\ &= v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-6}$$

式中，$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，$v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ 分别是速度 $\boldsymbol{v}$ 在直角坐标系中的三个分量，速度的大小可写为

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

在描写质点运动时，也常采用速率这个物理量。我们把路程 Δs 与时间 Δt 的比值 $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 称为质点在 Δt 内的平均速率。可见，平均速率是一个标量，数值上等于单位时间内所通过的路程，而不考虑运动的方向。由于一般 $\Delta s \neq |\Delta \boldsymbol{r}|$，所以，$\frac{\Delta s}{\Delta t} \neq \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$，即平均速率一般不等于平均速度的大小。例如，在某一段时间内，质点环行了一闭合路径，显然质点的位移 $\Delta \boldsymbol{r} = 0$，平均速度也为零，但质点的平均速率却不等于零。当 Δt 趋于零时，平均速率的极限就是质点的瞬时速率，简称速率，用字母 v 表示：

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-7}$$

由图 1－4 可知，当 $\Delta t \to 0$ 时，$\Delta s = |\Delta \boldsymbol{r}|$，故有

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = |\boldsymbol{v}|$$

因此瞬时速度的大小等于质点在该时刻的瞬时速率。在国际单位制中，速度或速率的单位是米/秒（$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$）。

1.3.2 加速度

质点在运动过程中，其速度通常也是随时间变化的，为了描述这种变化，现引入加速度这个物理量。在图 1－5 中，$\boldsymbol{v}_A$表示质点在时刻 t、位置 A 处的速度，$\boldsymbol{v}_B$表示在时刻 $t+\Delta t$、位置 B 处的速度。从速度矢量图可知，在 Δt 时间内质点速度的变化为

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$$

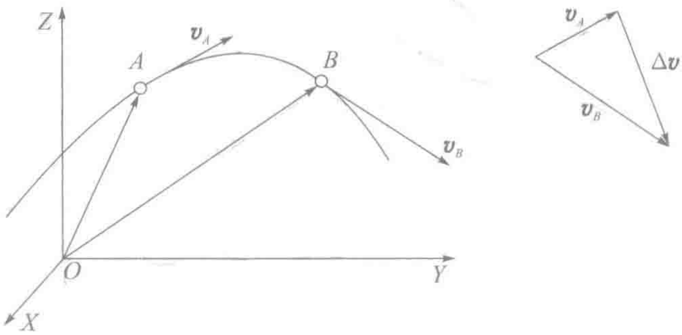

图 1－5　加速度

与速度矢量讨论的情况相类似，可称

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

为平均加速度，而称 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 在 $\Delta t \to 0$ 时的极限为瞬时加速度，简称加速度，表示为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right) = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1－8}$$

故加速度等于速度对时间的一阶导数，或位置矢量对时间的二阶导数。在直角坐标系中，

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}$$

其中，$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$，$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$，$a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}$是加速度的三个分量表示式。而加速度的大小为

$$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$\boldsymbol{a}$ 的方向是 $\Delta t \to 0$ 时，$\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向，因为 $\Delta \boldsymbol{v}$ 总是指向曲线凹的一侧，所以加速度也总是指向曲线凹的一侧。必须注意：$\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向和它的极限方向一般不同于$\boldsymbol{v}$ 的方向，因而加速度的方向与同一时刻速度的方向一般不相一致。即使在直线运动的情况也是如此，读者可自行分析。

在国际单位制中，加速度的单位是米/秒^2（$\mathrm{m \cdot s^{-2}}$）。

［**例** 3］　已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r} = a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}$，其中 a、b、ω 均为常数。求任意时刻的速度和加速度。

解　已知运动方程，可用微分法计算，应用定义式：

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = -a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i} + b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

它沿两个坐标轴的分量分别为

$$v_x = -a\omega\sin\omega t \qquad v_y = b\omega\cos\omega t$$

速率为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \omega\sqrt{a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t}$$

以 α 表示速度方向与 x 轴的夹角，则

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = -\frac{b\cos\omega t}{a\sin\omega t}$$

由加速度定义式

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = -a\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i} - b\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

加速度沿两个坐标轴的分量是

$$a_x = -a\omega^2\cos\omega t \qquad a_y = -b\omega^2\sin\omega t$$

加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \omega^2\sqrt{a^2\cos^2\omega t + b^2\sin^2\omega t}$$

又由上面的位矢表示式可得

$$\boldsymbol{a} = -\omega^2(a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}) = -\omega^2\boldsymbol{r}$$

参见 1.2 例 1 可知，质点作椭圆运动，其加速度方向处处与质点位置矢量方向相反。

1.4　直线运动

质点运动轨道为直线的运动，称为直线运动。在直线运动中，位移、速度、加速度各矢量全部都在同一直线上，所以可把有关各量当作标量来处理。设质点的直线运动是沿 X 轴进行的，坐标轴的原点为 0（图 1－6），显然质点在任意时刻的位置只需一个坐标 x 就可确定。若 x 为正值表示质点在原点右边，负值表示质点在原点的左边。运动方程可写作

图 1－6　直线运动

$$x = x(t)$$

相应地，质点的速度和加速度分别为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

若 v 和 a 为正值，则表示其速度和加速度的方向是沿 X 轴的正方向，反之，若 v 和 a 为负值，则表示其速度和加速度的方向是沿 X 轴的负方向。

应当注意，加速度 a 的正负只表示加速度的方向，并不表示运动是加快还是减慢。运动是加快还是减慢，要由加速度与速度是同向还是反向来判定。如果加速度方向与速度方向相同，则运动加快；反之则减慢。

［例 4］　一质点作直线运动，其运动方程为 $x = 7 + 4t - t^2$，其中 x 的单位是米（m），t 的单位是秒（s）。求质点在任意时刻的速度和加速度。

解 应用速度和加速度的定义式，从运动方程可求得

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(7+4t-t^2)=4-2t$$

可以看出，在 $t=2\mathrm{s}$ 以前，速度是正的，质点沿 X 轴正方向运动；$t=2\mathrm{s}$ 以后，速度是负的，质点沿 X 轴负方向运动。

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(4-2t)=-2\quad \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

负号表示加速度的方向与 X 轴正方向相反。

［**例** 5］ 已知质点作匀加速直线运动，加速度为 a，求质点的运动方程。设初始时刻（$t=0$）质点位于 $x=x_0$处，速度为 $v=v_0$。

解 由加速度 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，即 $\mathrm{d}v=a\,\mathrm{d}t$。

积分得

$$v=at+C_1$$

应用质点在 $t=0$ 时刻 $v=v_0$ 的初始条件得 $C_1=v_0$，代入上式得

$$v=v_0+at \tag{1}$$

又由速度 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，即

$$\mathrm{d}x=v\mathrm{d}t=(v_0+at)\,\mathrm{d}t$$

积分得

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2+C_2$$

利用 $t=0$ 时刻 $x=x_0$ 的初始条件得 $C_2=x_0$，代入上式得

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \tag{2}$$

此外，如果把加速度改写成

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

即

$$v\mathrm{d}v=a\,\mathrm{d}x$$

两边取积分

$$\int_{v_0}^{v}v\mathrm{d}v=\int_{x_0}^{x}a\,\mathrm{d}x$$

得

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0) \tag{3}$$

公式（1）、(2)、(3）就是中学物理中常见的匀变速直线运动公式。

通过前述的例题我们可以看到，求解运动学问题大体上可分为两类：一类是已知质点运动方程，可以用微分方法求出速度、加速度（见例 4）；另一类是已知质点运动的加速度或速度，并已知 $t=0$ 时刻质点的位置和速度，可以用积分方法求出质点的运动方程（见例 5）。

1.5　运动迭加原理　抛体运动

1.5.1　运动迭加原理

如图1－7所示，用小锤打击弹性金属片，使球A向水平方向飞出，做平抛运动，同时球B被放开，做自由落体运动。实验表明，两球总是同时落地。这说明在同一时间内，A、B两球在竖直方向上运动的距离总是相同的。A球除了竖直方向的运动外，同时还在作水平方向的运动，但水平方向的运动对竖直方向的运动没有影响，反之亦然。由此可知，抛体的运动正是竖直方向和水平方向两种运动迭加的结果。

从类似的大量事实我们可以得出如下结论：任何一个运动都可以看成几个互相独立进行的运动迭加而成。这个结论称为运动的迭加原理。

1.5.2　抛体运动

如图1－8所示，一物体自某点O以初速率v_0，在与水平方向成θ_0角的方向被抛出。取O为原点，水平方向为X轴，竖直方向为Y轴，那么物体的初速在水平和竖直方向的分量为

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \qquad v_{0y} = v_0 \sin\theta_0$$

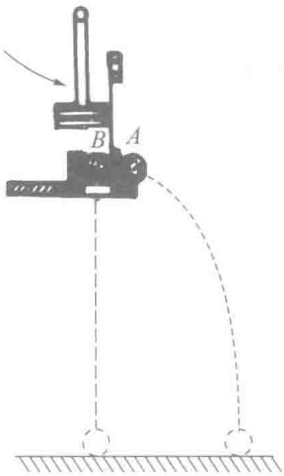

图1－7　运动迭加原理

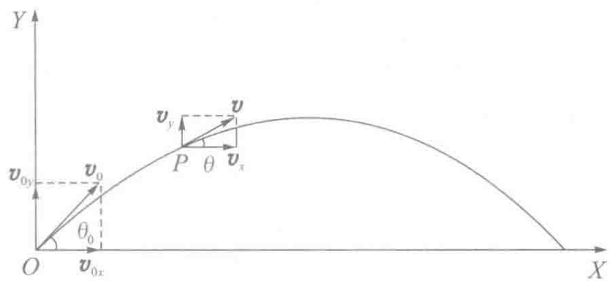

图1－8　抛体运动

假定在运动过程中，空气阻力可被忽略，那么物体在x方向的运动是匀速直线运动，速率为$v_0\cos\theta_0$，而在y方向的运动是上抛运动，初速为$v_0\sin\theta_0$。这样，曲线运动便被分解为两个直线运动了。设抛出时刻为0，根据匀速运动和匀加速直线运动方程，t时刻物体的速度矢量在x、y方向上分量为

$$v_x = v_0 \cos\theta_0 \qquad v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$$

t时刻物体的坐标为

$$x = v_0 \cos\theta_0 \cdot t \qquad y = v_0 \sin\theta_0 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$