



全国高等职业教育应用型人才培
养规划教材

本书特色

- 保持以项目为载体、任务驱动教学的特色和体系
- 增大内容信息量，更加贴近工程实际
- 注重传感器综合应用、综合实训和综合系统设计
- 配套更丰富的教学资源，为教学和自学提供便利

传感器与自动检测

◎ 常慧玲 主 编 牟爱霞 薛凯娟 副主编 (第3版)

◎ 赵金平 主 审

 中国工信出版集团

 电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

全国高等职业教育应用型人才培
养规划教材

传感器与自动检测

(第3版)

常慧玲 主 编
牟爱霞 副主编
薛凯娟
赵金平 主 审

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书主要介绍了工业、科研、生活等领域常用传感器的工作原理、基本结构、选型、安装使用、综合应用等方面的知识,对测量技术的基础知识、检测系统的信号处理和抗干扰技术等也做了介绍,同时增加了微型传感器、智能传感器和物联网等新知识。

本书以实用性、操作性、创新性为特色,以项目为载体,采用“任务驱动”的教学方式,突出了各种常用传感器的单项和综合应用;同时设置了传感器综合实训和自动检测系统设计项目,以加强对传感器实际应用能力的培养和提高。

本书可作为高职高专院校、成人学校及本科院校开办的二级职业技术学院电气自动化、仪器仪表、应用电子技术、机电一体化、数控技术和计算机控制技术等相关专业的教材,也可供在企业生产一线从事技术、管理、运行等工作的相关技术人员参考使用。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

传感器与自动检测/常慧玲主编. —3版.—北京:电子工业出版社,2017.1

ISBN 978-7-121-30169-8

I. ①传… II. ①常… III. ①传感器—自动检测—高等学校—教材 IV. ①TP212

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第252898号

策划编辑:王昭松

责任编辑:王昭松

印 刷:

装 订:

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:16.75 字数:428.8千字

版 次:2009年4月第1版

2017年1月第3版

印 次:2017年1月第1次印刷

印 数:3000册 定价:39.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888,88258888。

质量投诉请发邮件至 zlt@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式:(010)88254015; wangzs@phei.com.cn; QQ:83169290。

前 言

《传感器与自动检测》教材第 1 版于 2009 年 4 月出版，2011 年获中国电子教育学会全国电子信息类优秀教材评选三等奖，而后于 2012 年 7 月进行了再版修订。多年来，广大读者对本书给予了充分的肯定，也提出了许多宝贵意见。

随着我国高等职业教育的快速发展，以校企合作、工学结合为主导的教学改革不断引向深入，对传感器技术的教学也提出了新的要求。本次教材修订的原则，一方面是保持本书原有的“以项目为载体、任务驱动教学”的特色和体系，另一方面是更多地贴近工程实际，增大教材信息量。另外，注重传感器的综合应用、综合实训和综合系统设计仍是本书的一大特色，突出了高职高专教材的实用性和可操作性。本次修订主要对部分项目的内容进行了调整，例如原来的项目 10 传感器综合设计部分不够系统，调整后的内容较详细地介绍了自动检测系统的构成、功能、设计原则和设计举例；增加了课外作业参考答案，以方便学生课后学习；同时对教材进行了全面认真的校对，力求打造一流的精品教材。

本书主要作为高职高专院校电气自动化技术、机电一体化技术、工业自动化技术、机械制造与自动化、电厂热工自动化技术、工业自动化仪表、数控技术等相关专业的教学用书，各专业教学可根据专业特点选择不同的项目，建议总学时为 60~80 学时；也可供生产一线的技术、管理、运行等相关技术人员参考使用。

本书项目 1、项目 2、项目 3、项目 4、项目 8 和项目 10 由山西工程职业技术学院常慧玲编写，项目 6 由山西工程职业技术学院薛凯娟编写，项目 9 由山西工程职业技术学院赵江稳编写，项目 5 和项目 7 由山东工业职业技术学院牟爱霞编写，常慧玲教授起草了修订框架并对本次修订的全部内容进行了统稿、修改和定稿。中国航空工业集团公司研究员级高级工程师赵金平对本书进行了认真审阅。

本书配有 PPT 课件供读者使用，可通过华信教育资源网（www.hxedu.com.cn）免费下载或与编者联系（邮箱为 changhl.horse@126.com）。

本书参考应用了许多专家和学者的著作、部分仪器仪表厂商的传感器技术资料和图片，在此致以衷心感谢。另外，对于书中存在的不妥之处，恳请兄弟院校同行和广大读者提出批评和修改意见，编者将再次表示感谢。

编 者
2016 年 8 月

目 录

项目 1 传感器误差与特性分析	1
任务 1 检测结果的数据整理	1
1.1.1 测量与测量方法	1
1.1.2 测量误差及其表示方法	3
1.1.3 测量误差的分类及来源	5
任务 2 传感器特性分析与传感器选用	11
1.2.1 传感器的组成及其分类	11
1.2.2 传感器的静态特性与指标	14
1.2.3 传感器的动态特性与指标	17
1.2.4 传感器的标定与选用	19
课外作业 1	23
项目 2 温度测量	25
任务 1 热电偶传感器测量温度	25
2.1.1 热电偶的工作原理	25
2.1.2 热电偶的基本定律	29
2.1.3 热电偶的材料、结构及种类	30
2.1.4 热电偶的冷端补偿	33
任务 2 热电阻传感器测量温度	38
2.2.1 金属热电阻	38
2.2.2 半导体热敏电阻	41
任务 3 红外传感器测量温度	44
2.3.1 红外辐射	44
2.3.2 红外探测器	45
课外作业 2	51
项目 3 压力测量	52
任务 1 电阻应变式传感器测量压力	52
3.1.1 电阻应变片的种类与结构	53
3.1.2 电阻的应变效应	54
3.1.3 测量电路	57
3.1.4 应变片的温度误差及其补偿	60
3.1.5 电阻应变式传感器的应用	61
任务 2 电感式传感器测量压力	66
3.2.1 自感式传感器	66

3.2.2 互感式传感器	69
3.2.3 电感式传感器的应用	74
任务3 压电传感器测量压力	77
3.3.1 压电效应	78
3.3.2 压电材料	78
3.3.3 压电式传感器测量电路	81
课外作业3	88
项目4 流量测量	89
任务1 差压式流量计测流量	89
4.1.1 流量及其测量方法	89
4.1.2 差压式流量计	91
4.1.3 差压计	97
任务2 容积式流量计测流量	102
4.2.1 椭圆齿轮流量计	102
4.2.2 腰轮流量计	103
4.2.3 刮板式流量计	103
任务3 速度式流量计测流量	104
4.3.1 电磁流量计	104
4.3.2 涡轮流量计	106
4.3.3 超声波流量计	107
4.3.4 流体振动式流量计	109
课外作业4	118
项目5 速度与位移测量	119
任务1 光电传感器测量转速	119
5.1.1 光电效应	119
5.1.2 光电器件	120
5.1.3 光电式传感器	128
任务2 霍尔式传感器测量位移	131
5.2.1 霍尔元件工作原理	131
5.2.2 霍尔元件的主要特性参数	132
5.2.3 霍尔元件的测量电路及补偿	133
5.2.4 霍尔传感器的应用	135
任务3 电涡流传感器测量位移	136
5.3.1 电涡流传感器的工作原理	136
5.3.2 电涡流传感器的种类	137
5.3.3 测量电路	138
5.3.4 典型应用	140

课外作业 5	143
项目 6 液位与厚度测量	145
任务 1 光纤传感器测量液位	145
6.1.1 光纤的结构及种类	145
6.1.2 光纤的传输原理	147
6.1.3 光纤传感器的结构、特点及种类	148
任务 2 电容传感器测量液位和厚度	154
6.2.1 变间隙式电容传感器	155
6.2.2 变面积式电容传感器	162
6.2.3 变介电常数式电容传感器	164
课外作业 6	172
项目 7 传感器的信号处理与抗干扰	173
任务 1 传感器的信号处理	173
7.1.1 传感器用基本电路单元	173
7.1.2 信号变换	175
任务 2 传感器的抗干扰技术	179
7.2.1 干扰源及防护	179
7.2.2 干扰的途径	180
7.2.3 几种常见的抗干扰技术	182
课外作业 7	193
项目 8 传感器的综合应用	194
任务 1 传感器在冶金生产中的典型应用	194
任务 2 传感器在化工生产中的典型应用	198
任务 3 传感器在数控机床中的典型应用	200
任务 4 传感器在现代汽车中的典型应用	204
任务 5 传感器在环境保护监测中的典型应用	207
任务 6 传感器在智能楼宇中的典型应用	208
任务 7 传感器在日常生活中的应用	210
课外作业 8	215
项目 9 传感器综合实训	216
任务 1 实训准备	216
9.1.1 THSRZ—1 型传感器系统综合实训装置介绍	216
9.1.2 实训报告书写要点	217
任务 2 实训操作	218
实训 1 金属箔式应变片——测量电桥性能实训	218
实训 2 扩散硅压阻式压力传感器的压力测量实训	222

实验 3 差动变压器的应用——振动测量实验	224
实训 4 电容式传感器的位移特性实训	225
实训 5 霍尔传感器的位移特性实训	227
实训 6 压电式传感器振动实训	228
实训 7 电涡流传感器的位移特性实训	228
实训 8 光电转速传感器的转速测量实训	230
实训 9 K 型热电偶测温实训	231
实训 10 热电偶冷端温度补偿实训	232
课外作业 9	234
项目 10 自动检测系统设计	235
任务 1 自动检测系统设计	235
10.1.1 系统的基本构成与功能	235
10.1.2 微处理机系统及其性能的确定	238
10.1.3 微机化系统设计的一般原则	239
任务 2 电子皮带秤设计	240
任务 3 电子汽车传感器设计	244
课外作业 10	249
附录 A 常用传感器的实物图	250
附录 B 课外作业部分参考答案	258
参考文献	259

传感器误差与特性分析



知识目标

- 掌握测量误差的分类及一般计算方法
- 掌握传感器的定义及组成
- 理解传感器的基本特性及相应指标
- 了解传感器技术的发展趋势



技能目标

- 能对测量数据进行分析整理
- 能根据实际使用条件选择适用的传感器

任务 1 检测结果的数据整理

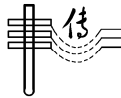
知识链接

ZHISHIJIANKA

在信息社会的一切活动领域中，检测是科学地认识各种现象的基础性方法和手段。现代化的检测手段在很大程度上决定了生产、科学技术的发展水平，而科学技术的发展又为检测技术提供了新的理论基础和制造工艺，同时对检测技术也提出了更高的要求。检测技术是所有科学技术的基础，是自动化技术的支柱之一。

1.1.1 测量与测量方法

测量（Measurement）是人们借助专门的技术和设备，通过实验的方法，把被测量与作为单位的标准量进行比较，以确定被测量是标准量的多少倍数的过程。所得的倍数就是测量值，



其大小可以用数字、曲线或图形表示，测量结果包括数值大小和测量单位两部分。

检测（Detection）是意义更为广泛的测量。测量、测试和检测具有相近的含义，在不强调它们之间细微差别的一般工程技术应用领域中，它们可以相互替代。随着自动化、现代化的发展，工业生产对检测技术提出了越来越多的新要求。例如在自动化领域中，检测的任务不仅是对成品或半成品的检验和测量，而且为了检查、监督和控制某个生产过程或运动对象并使之处于给定的最佳状态，需要随时检查和测量各种参量的大小和变化等情况。在图 1.1 所示的电炉控制系统中，为了使电炉内的温度按照预先设定的规律变化，计算机通过电炉内的温度传感器采集信息，根据设定的温度时间曲线变化要求进行运算，运算结果送给加热器控制装置，以控制电加热器产生最佳热量，实现预定的控制策略。同时，计算机可对电炉内的温度进行实时显示和绘图等。

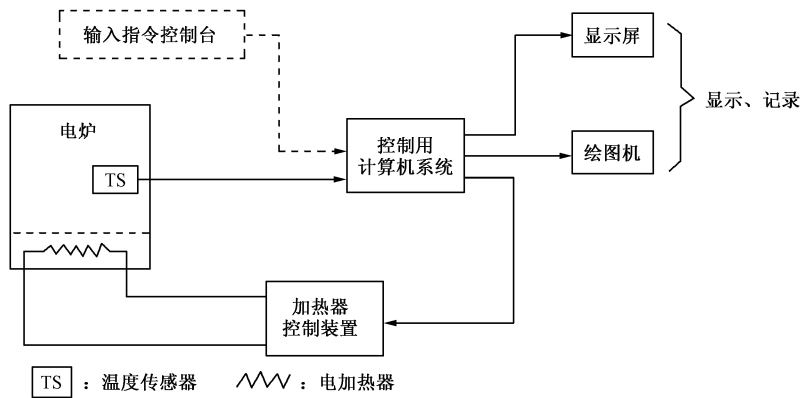


图 1.1 电炉控制系统

为了获得精确可靠的数据，选择合理的测量方法非常重要。测量方法多种多样，从不同的角度有不同的分类方法。

1. 电测法和非电测法

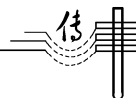
电测法在现代测量中被广泛采用。电测法是指在检测回路中含有测量信息的电信号转换环节，可以将被测的非电量转换为电信号输出。电测法可以获得很高的灵敏度和精确度，输出信号可实现远距离传输，便于实现测量过程的自动化、数字化和智能化。例如，电容式传感器中的交流电桥，可将被测参数所引起的电容变化量转换为电压信号输出。除电测法以外的测量方法都属于非电测法，如丈量土地、体温计测体温、弹簧管压力表测压力等。

2. 直接测量和间接测量

直接测量是用预先标定好的测量仪表直接读取被测量的测量结果，如万用表测量电压、电流、电阻等，简单且快速。间接测量则需要先测出中间量，利用被测量与中间量的函数关系再计算出被测量的数值，过程较为复杂。导线电阻率的测量就属于间接测量，事先需要测量导线的电阻、直径和长度，然后计算出导线电阻率。

3. 静态测量和动态测量

根据被测量是否随时间变化，将测量方法分为静态测量和动态测量。静态测量是测量不



随时间变化或变化很缓慢的物理量；动态测量则是测量随时间变化的物理量。例如，用光导纤维陀螺仪测量火箭的飞行速度和方向就属于动态测量，而超市中物品的称重则属于静态测量。应注意的是，静态与动态是相对的，可以把静态测量看成动态测量的一种特殊形式。

4. 接触式测量和非接触式测量

根据测量时测量仪器是否与被测对象相互接触而划分为接触式测量和非接触式测量。例如，用热电偶测量温度属于接触式测量，测量时不会破坏被测对象的温度场，测量精确度高；利用辐射式温度传感器测量则属于非接触式测量，这种方法不会影响被测对象的运行工况，检测速度快。

5. 模拟式测量和数字式测量

根据测量结果的显示方式不同，测量方法可分为模拟式测量和数字式测量。模拟式测量是指测量结果可根据仪表指针在标尺上的定位进行连续读取的方法；数字式测量是指测量结果以数字的形式直接给出的方法。精密测量时多采用数字式测量。

此外，测量结果还可以用计算机屏幕画面的方式显示。例如，连续变化的曲线、数据表格、工艺流程图及各种动态数据等，可通过屏幕画面提供的信息，实现对整个生产过程的监视与控制。

1.1.2 测量误差及其表示方法

在一定条件下，被测物理量客观存在的实际值称为真值 (True value)，它是一个理想的概念。

在实际测量时，由于实验方法和实验设备的不完善、周围环境的影响及人们辨识能力所限等因素，使测量值与其真值之间不可避免地存在差异。测量值与真值之间的差值称为测量误差 (Measurement error)。测量误差可用绝对误差、相对误差和引用误差表示。

1. 绝对误差

绝对误差 (Absolute error) Δx 是指测量值 x 与真值 L_0 之间的差值，即

$$\Delta x = x - L_0 \quad (1.1)$$

由于真值 L_0 的不可知性，在实际应用时，常用实际真值 L 代替，即用被测量多次测量的平均值或上一级标准仪器的测量值作为实际真值 L ，即

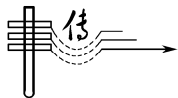
$$\Delta x = x - L \quad (1.2)$$

绝对误差是一个有符号、大小、量纲的物理量，它只表示测量值与真值之间的偏离程度和方向，而不能说明测量质量的好坏。

在实际测量中经常用到修正值。修正值 c 是指与绝对误差数值相等但符号相反的数值，即 $c = -\Delta x = L - x$ 。修正值给出的方式可以是具体数值、一条曲线、公式或数表。显然，将测量值与修正值相加就可以得到实际真值。

2. 相对误差

相对误差 (Relative error) 常用百分比来表示，一般多取正值。相对误差可分为实际相



对误差、示值（标称）相对误差和最大引用（相对）误差等。

（1）实际相对误差 γ

实际相对误差是用测量值的绝对误差 Δx 与其实际真值 L 的百分比来表示的相对误差，即

$$\gamma = \frac{\Delta x}{L} \times 100\% \quad (1.3)$$

（2）示值（标称）相对误差 γ_x

示值（标称）相对误差是用测量值的绝对误差 Δx 与测量值 x 的百分比来表示的相对误差，即

$$\gamma_x = \frac{\Delta x}{x} \times 100\% \quad (1.4)$$

在检测技术中，由于相对误差能够反映测量技术水平的高低，因此更具有实用性。例如，测量两地距离为 1 000 km 的路程时，若测量结果为 1 001 km，则测量结果的绝对误差是 1 km，示值相对误差约为 1‰；如果把 100 m 长的一匹布量成 101 m，尽管绝对误差只有 1 m，与前者 1 km 相比较小很多，但 1% 的示值相对误差却比前者 1‰ 大 10 倍，充分说明后者的测量水平较低。

（3）引用（相对）误差

引用（相对）误差（Fiducial error）是指测量值的绝对误差 Δx 与仪器量程 A_m 的百分比。引用误差的最大值叫作最大引用（相对）误差 γ_m ，即

$$\gamma_m = \frac{|\Delta x|_m}{A_m} \times 100\% \quad (1.5)$$

式中， A_m 是指测量仪表的最大值与最小值之间的差值。

由于式（1.5）中的分子、分母都由仪表本身所决定，所以人们经常使用最大引用误差评价仪表的性能。最大引用误差又称满度（引用）相对误差或仪表的基本误差（Intrinsic error），是仪表的主要质量指标。一般将基本误差去掉百分号（%）后的数值定义为仪表的精度等级（Accuracy class）。精度规定取一系列标准值，通常用阿拉伯数字标在仪表的刻度盘上，等级数字外有一圆圈。我国目前规定的精度等级有 0.005、0.01、0.02、0.04、0.05、0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、4.0、5.0 等级别。精度等级数值越小，测量精确度越高，仪表价格越贵。

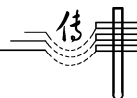
由于仪表都有一定的精度等级，因此，其刻度盘的分格值不应小于仪表的允许误差（绝对误差）值，小于允许误差的分度是没有意义的。

在正常工作条件下使用时，工业上常用的各精度等级仪表的基本误差不超过表 1.1 所规定的值。

表 1.1 仪表的精度等级和基本误差

精度等级	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.5	4.0	5.0
基本误差	±0.1%	±0.2%	±0.5%	±1.0%	±1.5%	±2.5%	±4.0%	±5.0%

【例 1】 某温度计的量程范围为 0~500℃，校验时该表的最大绝对误差为 6℃，试确定其精度等级。



解：根据题意知 $|\Delta x|_m=6^{\circ}\text{C}$ ， $A_m=500^{\circ}\text{C}$ ，代入式（1.5）中

$$\gamma_m = \frac{|\Delta x|_m}{A_m} \times 100\% = \frac{6}{500} \times 100\% = 1.2\%$$

由于1.2%介于1.0%~1.5%，根据表1.1可知，该温度计的精度等级应定为1.5级。

【例2】 工艺要求检测温度指标 $(300 \pm 6)^{\circ}\text{C}$ ，现拟用一台 $0 \sim 500^{\circ}\text{C}$ 温度表测量，试选择该表的精度等级。

解：根据式（1.5）得

$$\gamma_m = \frac{|\Delta x|_m}{A_m} \times 100\% = \frac{6}{500} \times 100\% = 1.2\%$$

若选择1.5级的温度表，对应的 $|\Delta x|_m=7.5^{\circ}\text{C}$ ，显然不能满足工艺要求，因此这里选择1.0级的温度表。

通过上述两例可以看出，校验仪表时确定精度等级与根据工艺要求选择仪表精度等级是有区别的，在实际中应注意。

1.1.3 测量误差的分类及来源

在测量过程中，由于被测量千差万别，影响测量工作的因素非常多，使得测量误差的表现形式也多种多样，因此测量误差有不同的分类方法。按误差表现的规律划分为系统误差、随机误差、粗大误差和缓变误差。

1. 系统误差

对同一被测量进行多次重复测量时，若误差固定不变或者按照一定规律变化，这种误差称为系统误差（Systematic error）。系统误差主要是由于所使用仪器仪表存在误差、测量方法不完善、各种环境因素波动以及测量者个体差异等原因造成的。

（1）系统误差的分类

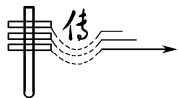
按照系统误差所表现出来的规律，通常将其划分为四类。

① 固定不变的系统误差。固定不变的系统误差是指在重复测量中，数值大小和符号均不变的系统误差。这种误差多数是由于测量设备的缺陷或者采用了不适当的测量方法造成的。例如，天平砝码的质量误差、观测者习惯性的错误观测角度等。固定不变的系统误差又叫恒值系统误差。

② 线性变化的系统误差。线性变化的系统误差是指随着测量次数或时间的增加，数值按照一定比例而不断增加（或减小）的系统误差。例如，用齿轮流量计测量含有微小固体颗粒的液体时，由于磨损会使泄漏量越来越大，这样就产生了线性变化的系统误差。

③ 周期性变化的系统误差。周期性变化的系统误差是指数值和符号循环交替、重复变化的系统误差。例如，用热电偶在露天环境下测温时，其冷端温度随着昼夜温度的变化做周期性变化。若不进行冷端温度补偿，测量结果必然包含周期性变化的系统误差。

④ 复杂规律变化的系统误差。复杂规律变化的系统误差是指既不随时间做线性变化，也不做周期性变化，而是按照复杂规律变化的系统误差。



线性、周期性或复杂规律变化的系统误差统称为变值系统误差。

系统误差反映了测量值偏离真值的程度，也可用“正确度”一词表征。

系统误差一般可通过实验或分析的方法，查明其变化的规律及产生的原因，因此，它是可以预测的，也是可以消除的。

（2）系统误差的发现

系统误差是由于被测量受到若干因素的显著影响而造成的，测量结果的影响也远比随机误差严重，所以必须想办法发现和消除系统误差的影响，把它降低到允许限度之内。

① 实验对比法。用多台同类或相近的仪表对同一被测量进行测量，通过分析测量结果的差异来判断系统误差是否存在。例如，用天平和台秤称量同一物体，即可发现台秤存在的系统误差。

② 残余误差观察法。残余误差为测量值与测量值平均值之差，即 $p_i = x_i - \bar{x}$ 。将一个测量列的残余误差在 p_i-n 坐标中依次连接后，通过观察误差曲线即可以判断有无系统误差的存在。如图 1.2 所示，图（a）不存在系统误差，图（b）存在线性变化的系统误差，图（c）存在周期性变化的系统误差，图（d）同时存在线性变化和周期性变化的系统误差。

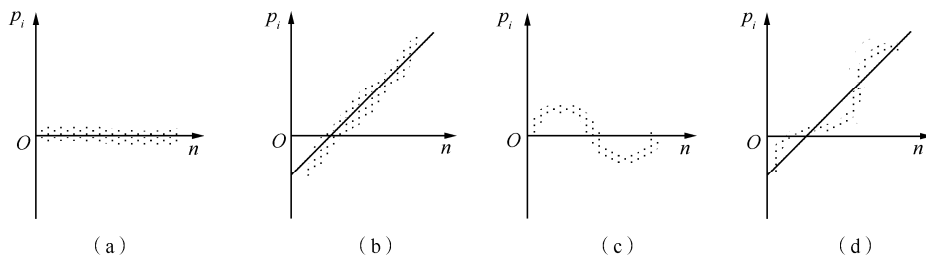


图 1.2 p_i-n 示意图

③ 准则判别法。有许多准则可以方便地判断出系统误差的存在，如马利科夫准则可以判断测量列中是否存在线性变化的系统误差；阿贝-赫梅特准则可以判断测量列中是否存在周期性变化的系统误差等。

（3）系统误差的减小和消除方法

为了进行正确的测量并取得可靠的数据，在测量前或测量过程中，应尽量消除产生系统误差的来源，同时检查测量系统和测量方法本身是否正确。

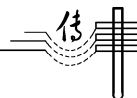
① 替代法。在测量条件不变的基础上，用标准量替代被测量，实现相同的测量效果，从而用标准量确定被测量。此法能有效地消除检测装置的系统误差。

② 零位式测量法。测量时将被测量 x 与已知的标准量 A 进行比较，调节标准量使两者的效应相抵消，系统达到平衡时，被测量等于标准量。

③ 补偿法。在传感器的结构设计中，常选用在同一干扰变量作用下所产生的误差数值相等而符号相反的零部件或元器件作为补偿元件。例如热电偶冷端温度补偿器的铜电阻。

④ 修正法。仪表的修正值已知时，将测量结果的指示值加上修正值，就可以得到被测量的实际值。此法可削弱测量中的系统误差。

⑤ 对称观测法（交叉读数法）。许多复杂变化的系统误差，在短时间内可近似看作线性系统误差。在测量过程中，合理设计测量步骤以获取对称的数据，配以相应的数据处理程序，



从而得到与该影响无关的测量结果。这是消除线性系统误差的有效方法。

⑥ 半周期偶数观测法。周期性系统误差的特点是每隔半个周期所产生的误差大小相等、符号相反。假设系统误差表现为正弦规律，在 τ_1 时刻误差表示为 $\varepsilon_1 = \varepsilon_m \sin \omega \tau_1$ ，相隔半个周期的 τ_2 时刻，即 $\omega \tau_2 = \omega \tau_1 + \pi$ ，误差 $\varepsilon_2 = \varepsilon_m \sin \omega \tau_2 = \varepsilon_m \sin(\omega \tau_1 + \pi) = -\varepsilon_m \sin \omega \tau_1$ ，取 τ_1 、 τ_2 两个时刻测量值的平均值，则测量结果中就不含有周期性系统误差了。

2. 随机误差

对同一被测量进行多次重复测量时，若误差的大小随机变化、不可预知，这种误差称为随机误差 (Random error)。随机误差是由很多复杂因素的微小变化引起的，尽管这些不可控微小因素中的一项对测量值的影响甚微，但这些因素的综合作用造成了各次测量值的差异。

(1) 随机误差的统计特性

随机误差就单次测量而言是无规律的，其大小、方向均不可预知，既不能用实验的方法消除，也不能修正，但当测量次数无限增加时，该测量列中的各个测量误差出现的概率密度分布服从正态分布 (如图 1.3 所示)，即

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.6)$$

式中， $\Delta x = x - L$ 为测量值的绝对误差， σ 为分布函数的标准误差。

测量结果符合正态分布曲线的例子非常多，例如，某校男生身高的分布、交流电源电压的波动等。

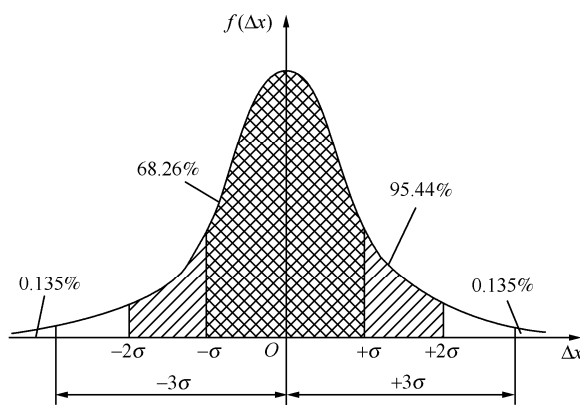


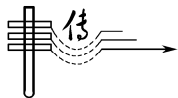
图 1.3 随机误差的正态分布曲线

对正态分布规律分析可知，随机误差具有四种特性。

① 集中性。大量重复测量时得到的数据，均集中在其平均值 \bar{x} 附近，较小的误差出现的概率大。随机误差的分布具有“两头小、中间大”的单峰性。

② 有界性。很大的误差出现的概率近于零；即使在有限次的测量中，误差的绝对值不超过一定的范围。

③ 对称性。当测量次数足够多时，符号相反、绝对值相等的误差出现的概率大致相同；正、负误差的分布具有对称性。



④ 抵偿性。当测量次数趋于无穷多时, 测量的随机误差的代数和趋于零。无穷多次所测得数据的算术平均值是真值的最佳估计值。

(2) 随机误差的估计

随机误差反映了测量结果的“精密度”, 即各个测量值之间相互接近的程度。对式(1.6)分析后可以发现, 当 σ 变化时, 正态分布曲线的形状会随之改变。若 σ 变小, 则曲线尖锐, 说明小误差出现的概率增大, 大误差出现的概率减小, 测量值都集中在真值附近, 这时测量值的离散程度小; 反之, 若 σ 增大, 则曲线平坦, 说明大误差和小误差出现的概率差异减小, 测量值不是集中在真值附近, 而是离散程度变大。这个现象说明, σ 值直接反映了测量结果的密集程度, 因此常用 σ 值来表征测量的精密度。

当对某个量 x 进行无限次测量时, 各次测量误差平方和的平均值的平方根称为均方根误差 (Root mean square error, RMSE), 也叫标准误差, 即

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - L_0)^2}{n}} \quad (1.7)$$

由于真值 L_0 未知, 且实际测量中的测量次数为有限值, 所以通常用测量值的算术平均值 \bar{x} 替代真值 L_0 , \bar{x} 按下式计算

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.8)$$

这时均方根误差可按下式计算

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i^2}{n-1}} \quad (1.9)$$

式中, p_i 称为残余误差 (残差), 它可表示为

$$p_i = x_i - \bar{x} \quad (1.10)$$

式(1.9)称为贝塞尔公式, 是求 σ 值的近似公式。

在实际测量中, 人们常关注测量值 x_i 在真值附近某一范围的概率大小, 此范围一般取标准误差 σ 的若干倍 $k\sigma$ 的对称区间, 即 $[-k\sigma, k\sigma]$, 该区间称为置信区间或置信限, k 称为置信系数, 习惯上 k 取整数。误差落在置信区间 $[-k\sigma, k\sigma]$ 的概率称为置信概率 P 。 $k=1$ 时, $P\{|\Delta x| \leq \sigma\} = 68.26\%$; $k=2$ 时, $P\{|\Delta x| \leq 2\sigma\} = 95.44\%$; $k=3$ 时, $P\{|\Delta x| \leq 3\sigma\} = 99.73\%$ 。由于误差出现在区间 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 的概率已经达到 99.73%, 可以认为某次测量的误差基本上都落在这个区间, 所以可用 3σ 作为极限误差。

由于测量次数有限, 因此 \bar{x} 与 L_0 仍有一定误差, \bar{x} 只是 L_0 的估计值。某个测量列的 \bar{x} 与另一个测量列的 \bar{x} 之间也有区别, 即 \bar{x} 同样存在分散性问题。算术平均值的标准误差 $\bar{\sigma}$ 与测量值的标准误差 σ 的关系为

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1.11)$$

对于一个等精度的、独立的、有限的测量列来说, 在没有系统误差和粗大误差的情况下, 它的测量结果通常表示为