

科技用書

# 機械公式

## 之原理及活用

復漢出版社印行

日本・岡野修一編著  
陳正宏譯著

*Engineer's  
Practical  
Library*

科技用書

# 機械公式

## 之原理及活用

日本・岡野修一編著  
陳正宏譯著

復漢出版社印行

# 前 言

日本工業發展已突飛猛進，世界各國皆投以驚異的眼光。若以機械工業為工業的基礎此並不過譽，所以繼續培植從事機械工業的技術人員，乃為當務之急。檢討機械技術的急遽進步，因此機械技術的學習，也必須從基礎去切實地研究和了解。

編者時常聚集幾位有志之士，討論有關機械技術的基本問題，並研討應當如何來學習這個科目？大家一致認為，要培養新進技術人員解決問題的能力，最重要的莫過於公式的靈活運用。現在坊間有許多實務書本及工具用書的發行，已都着眼於公式的活用，本書更將其整理成手冊型式，便於讀者案頭利用。

本書的編輯重點，把握下列幾點為原則：

1. 公式的選擇，以日本高級工業學校的機械科學生程度為基準，並考慮到它的匹配專科及大學部的重要性及工場實務的必要性。
2. 公式避免單獨陳列，盡量將有關連的式子一併列出。
3. 注意到公式的變化及活用。
4. 例題的選用，適當配合了「培養活用公式的計算能力」之方針。

本書的執筆者，不僅長年任教於日本高級工業學校，並且擁有豐富的實務經驗，由他們執筆，相信更有助於工業學校、五專的全部科目及大學部相關科目的學習，然而依當初意圖，仍遭遇到許多困難，今後尚祈讀者不吝賜教，使本書更臻完善。

編者 誌

# 機械公式之原理與活用 / 目次

1	2 力的合成	1
2	力矩	2
3	多數力的合成	3
4	平行力的合成	4
5	重心與形心	5
6	同一着力點時力的平衡	6
7	不同着力點時力的平衡	7
8	平面構架的解法	8
9	滑動摩擦	9
10	速度與相對速度	10
11	等加速度運動	11
12	落體運動	12
13	拋物運動	13
14	角速度	14
15	力與運動的關係	15
16	向心力與離心力	16
17	動量與力積	17
18	理想動量不減與非理想動量不減	18
19	功	19
20	功率	20
21	能	21
22	能與功的關係	22
23	功的原理	23
24	斜面	24
25	螺絲	25
26	輪軸	26
27	滑車	27
28	慣性力矩	28

29.	轉矩與旋轉運動	29
30.	旋轉運動的功、功率、能	30
31.	滾動摩擦	31
32.	單振動（和諧振動）	32
33.	單擺	33
34.	綫彈簧擺錘	34
35.	扭轉彈簧	35
36.	垂直應力	36
37.	剪應力	37
38.	應變	38
39.	彈性係數	39
40.	波桑比（Poisson's ratio）	40
41.	應力集中	41
42.	熱應力	42
43.	容許應力與安全係數	43
44.	薄壁圓筒之應力	44
45.	厚壁圓筒之應力	45
46.	彈性能	46
47.	衝擊荷重	47
48.	樑支點的反作用力	48
49.	樑的剪力與彎矩	49
50.	懸樑承受集中荷重	50
51.	懸樑承受均佈荷重	51
52.	兩端支持樑承受集中負荷	52
53.	兩端支持樑承受均佈負荷	53
54.	樑承受數個負荷	54
55.	斷面二次力矩與斷面係數	55
56.	彎應力	56
57.	樑的彎曲	57
58.	等強度樑	58
59.	長柱的彎曲（Euler式）	59
60.	長柱的彎曲（Rankin式）	60
61.	扭轉(-)	61

62	扭轉(一).....	62
63	組合應力(一).....	63
64	組合應力(二).....	64
65	組合應力(三).....	65
66	螺絲齒部的長和面壓力.....	66
67	螺栓 ( bolt ) 的徑.....	67
68	壓力容器與管.....	68
69	彎曲受力的軸徑.....	69
70	扭轉受力的軸徑.....	70
71	彎曲和扭轉同時受力的軸徑.....	71
72	傳動軸徑與跨距.....	72
73	摩擦離合器.....	73
74	軸端樞 ( Journal ) 的設計.....	74
75	軸間樞的設計.....	75
76	摩擦熱與軸受最大限.....	76
77	推力樞的軸受壓力和摩擦抵抗力矩.....	77
78	白孔樞的設計.....	78
79	凸緣樞的設計.....	79
80	連桿回轉機構.....	80
81	往復滑塊曲柄.....	81
82	皮帶輪的速比、帶長、接觸角.....	82
83	皮帶輪各部尺寸計算.....	83
84	皮帶輪的皮帶張力.....	84
85	皮帶輪的皮帶張力 ( 低速運轉時 ).....	85
86	皮帶的傳達動力與強度.....	86
87	平型皮帶傳動裝置設計.....	87
88	V 型皮帶的傳達動力.....	88
89	鏈輪各部尺寸.....	89
90	鏈條的鏈環數與傳達動力.....	90
91	滾子鏈傳動裝置的設計.....	91
92	摩擦傳動裝置.....	92
93	齒輪模數與徑節.....	93
94	齒輪法綫節.....	94

95.	標準正齒輪的尺寸	95
96.	下切限界齒數	96
97.	轉位係數和轉位置	97
98.	轉位齒輪的尺寸規格(一)	98
99.	轉位齒輪的尺寸規格(二)	99
100.	跨齒厚	100
101.	齒輪路易氏公式	101
102.	齒面強度和回轉力	102
103.	螺旋齒輪的尺寸規格	103
104.	螺旋齒輪的相當齒數和強度	104
105.	傘(斜)齒輪的圓錐角	105
106.	正傘(斜)齒輪的尺寸規格	106
107.	螺旋齒輪的速比	107
108.	蝸齒輪的尺寸規格(一)	108
109.	蝸齒輪的尺寸規格(二)	109
110.	齒輪系的速比	110
111.	游星齒輪裝置	111
112.	差動齒輪裝置	112
113.	棘輪	113
114.	單屨制動器	114
115.	帶型制動器(一)	115
116.	帶型制動器(二)	116
117.	螺旋彈簧	117
118.	三角板彈簧	118
119.	重疊板彈簧	119
120.	鑄砂的通氣度	120
121.	鑄水於鑄型內的壓力	121
122.	衝壓板金成形的最大限	122
123.	內徑測定利用鋼球計器法	123
124.	拔銷栓與拔銷孔的測定	124
125.	三綫制螺紋檢驗法	125
126.	壓力強度	126
127.	液柱壓力計	127

128.	水壓機的原理 ( 巴斯噶原理 )	128
129.	作用於壁面的液壓	129
130.	連續法則	130
131.	柏努利 ( Bernoulli ) 定理	131
132.	托西利 ( Torricelli's ) 定理	132
133.	雷諾 ( Reynold's ) 數	133
134.	流動摩擦損失	134
135.	管內的各種損失	135
136.	流量測定 (一)	136
137.	流量測定 (二)	137
138.	噴流對物體的作用力 (一)	138
139.	噴流對物體的作用力 (二)	139
140.	水輪的特性	140
141.	皮爾頓 ( Pelton ) 水輪	141
142.	法蘭西水輪	142
143.	抽水機的出力與效率	143
144.	離心式抽水機	144
145.	熱力學第一法則	145
146.	P-V 曲綫圖與焓	146
147.	理想氣體的狀態式	147
148.	理想氣體的狀態變化 (一)	148
149.	理想氣體的狀態變化 (二)	149
150.	氣體的多變過程變化	150
151.	理想氣體的混合	151
152.	熱力學第二法則	152
153.	蒸氣的狀態量	153
154.	朗肯循環 ( Rankine Cycle )	154
155.	蒸氣流動的基礎式	155
156.	熱交換器	156
157.	燃燒	157
158.	燃燒裝置	158
159.	鍋爐的性能	159
160.	蒸氣旋輪機 ( Turbine ) 的作用	160

161. 蒸氣旋輪機的性能.....	161
162. 內燃機的基準循環.....	162
163. 內燃機的输出與效率.....	163
附 錄 .....	164
I. 有關本書的各種諸表 .....	164
II. 公式及數表 .....	174
III. 高考試題.....	190

## 1. 2 力的合成

[ 1 ] 2 力相交  $\alpha$  角時 ( 參考圖 1 )

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} \text{ [ kg ]} \quad (1)$$

$$\tan \phi = \frac{F_2 \sin \alpha}{F_1 + F_2 \cos \alpha} \quad (2)$$

$\phi$  : 合力  $R$  與  $F_1$  力所成的夾角

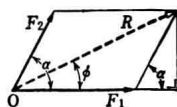


圖 1

[ 2 ] 2 力相交成直角時 ( 參考圖 2 )

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \text{ [ kg ]} \quad (3)$$

$$\tan \phi = \frac{F_2}{F_1} \quad (4)$$

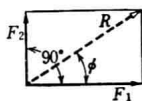


圖 2

例題 分別有 2 力，30 kg 與 40 kg 作用於一點，其夾角  $60^\circ$ ，求合力？

解答 式(1)，(2)以  $F_1 = 30 \text{ kg}$ ， $F_2 = 40 \text{ kg}$ ， $\alpha = 60^\circ$  代入

$$R = \sqrt{30^2 + 40^2 + 2 \times 30 \times 40 \times \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{3700} = 60.8 \text{ kg}$$

$$\tan \phi = \frac{40 \times \sin 60^\circ}{30 + 40 \times \cos 60^\circ} = \frac{40 \times 0.866}{30 + 40 \times 0.5} = 0.693$$

$\therefore \phi = 34^\circ 45'$  ( 與  $F_1$  所成的夾角 )

例題 水平面上放置一物體重 100 kg，而水平方向有一 50 kg 作用力時，求作用於水平面上的合力？

解答 水平面上所受的力，如圖 3，為 100 kg 與 50 kg 的合力  $R$ ，式(3)，(4)以  $F_1 = 100 \text{ kg}$ ， $F_2 = 50 \text{ kg}$  代入

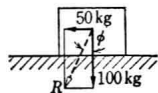


圖 3

$$R = \sqrt{100^2 + 50^2} = 112 \text{ kg}$$

$$\tan \phi = \frac{50}{100} = 0.5$$

$\therefore \phi = 26^\circ 34'$

例題 如圖 4，有兩根繩子繫於船頭，夾角成  $120^\circ$ ，分別以 15 kg 的力拉引，求船行方向及其拉引合力？

解答 船行方向的拉引力為 2 力的合力，式(1)以  $F_1 = F_2 = 15 \text{ kg}$ ， $\cos \alpha = \cos 120^\circ = \cos (180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -0.5$  代入

$$R = \sqrt{15^2 + 15^2 - 2 \times 15 \times 15 \times 0.5}$$

$$= 15 \text{ kg}$$

2 力相等時，其合力方向在其角  $120^\circ$  的 2 等分線上。

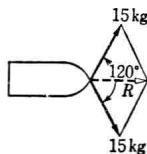


圖 4

**MEMO:** 2 力如不是作用於一點，而是作用於兩不同點時，則 2 力移至各各作用綫的交點，式(1)，(2)同時能適用

## 2. 力 矩

[ 1 ] 力的力矩 (參考圖 1 (a))

$$\begin{aligned} M &= Fl = Fl' \cos \theta \\ &= F \cos \theta l' \quad [\text{kg cm}] \quad (1) \end{aligned}$$

[ 2 ] 偶力的力矩 (參考圖 1 (b))

$$M = Fd \quad [\text{kg cm}] \quad (2)$$

[ 3 ] 力矩的合成

$$M = \Sigma M_i = \Sigma F_i l_i \quad (\Sigma F_i d_i) \quad (3)$$

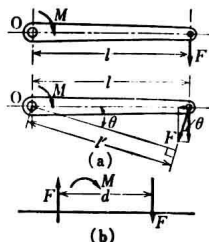


圖 1

例題 如圖 2，求軸的旋轉力矩？

解答 式(1)以  $F = 15 \text{ kg}$ ， $l = 20 \times \cos 30^\circ + 10 = 27.32 \text{ cm}$  代入

$$M = 15 \times 27.32 = 409.8 \text{ kg cm (左旋)}$$

例題 如圖 3，求軸的旋轉力矩？

解答：右旋的力矩取 (+) 值，由式(1)，(3)

$$\begin{aligned} M &= 10 \times 50 \times \cos 60^\circ - 30 \times 30 - 20 \\ &\quad \times 20 + 10 \times 40 = -650 \text{ kg cm} \\ &\quad (\text{左旋}) \end{aligned}$$

例題 如圖 4，有 4 力作用於正方形上，求作用於軸 O 的作用力？

解答 此 4 力為由 100 kg，50 kg 的 2 偶力構成，由式(2)，(3)

$$\begin{aligned} M &= 100 \times 10 - 50 \times 20 \times \cos 45^\circ \\ &= 293 \text{ kg cm (右旋)} \end{aligned}$$

例題 如圖 5，距離軸  $l$  的位置有一力  $F$  作用，求軸上受何作用力？

解答 於一點有大小相同，方向相反的 2 力作用時，在力學上和 2 力不作用時效果相同。

如圖 5，考慮軸上的 2 力  $F'$ ， $F'' (= F)$ ，則軸受  $F$  與  $F''$  偶力的力矩  $M = Fl$ ，且受，與  $F$  同方向的力  $F' (= F)$  作用。

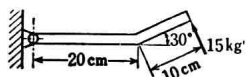


圖 2

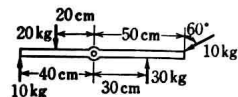


圖 3

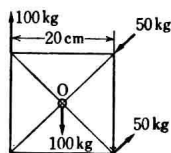


圖 4

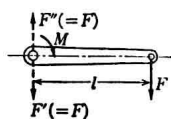


圖 5

MEMO ①  $\Sigma$ ：總和符號，式(3)如詳細的記號則為  $\Sigma M_i = M_1 + M_2 + M_3 + \dots$ ， $\Sigma F_i l_i = F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots$

② 力偶純粹為旋轉的原動力，當一偶力作用於一物體時，即使此物體上附有一軸，並不改變物體的旋轉能力，以上所說的偶力的力矩，即為力的力矩，祇是沒有中心點。

### 3. 多數力的合成

[ 1 ] 力作用於一點時 (參考圖 1)

此點的旋轉合成力矩  $M=0$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_i \cos \alpha_i)^2 + (\sum F_i \sin \alpha_i)^2} \text{ [ kg ]} \quad (1)$$

$$\tan \phi = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\sum F_i \sin \alpha_i}{\sum F_i \cos \alpha_i} \quad (2)$$

[ 2 ] 力作用於不同點時 (參考圖 2)

作用於 O 點的合力, 由式(1), (2)求之

$$M = \sum M_i \quad (3)$$

參考 (2 力矩, 圖 5 例題)

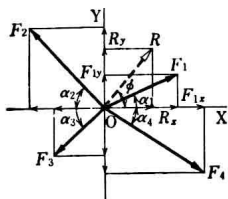


圖 1

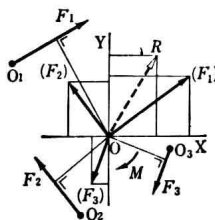


圖 2

例題 4 力作用於一點求其合力?

$F_1 = 7 \text{ kg}$ ,  $F_2 = 6 \text{ kg}$ ,  $F_3 = 5 \text{ kg}$ ,  $F_4 = 4 \text{ kg}$ ,  $\angle F_1 F_2$  ( $F_1$  與  $F_2$  的夾角)  $= 90^\circ$ ,  $\angle F_2 F_3 = 60^\circ$ ,  $\angle F_3 F_4 = 60^\circ$

解答 如圖 3, 取 XY 軸, 以  $F_1$  與 X 軸重疊, 而其餘各力如圖所示。

$$\begin{cases} F_{3x} = -F_3 \cos 30^\circ = -5 \times 0.866 \\ \quad = -4.33 \text{ kg} \\ F_{3y} = F_3 \sin 30^\circ = 5 \times 0.5 \\ \quad = 2.5 \text{ kg} \\ F_{4x} = -F_4 \cos 30^\circ = -4 \times 0.866 \\ \quad = -3.46 \text{ kg} \\ F_{4y} = -F_4 \sin 30^\circ = -4 \times 0.5 \\ \quad = -2 \text{ kg} \end{cases}$$

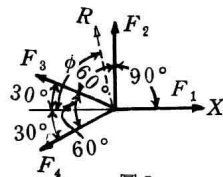


圖 3

由式(1)

$$\begin{cases} R_x = 7 + 0 - 4.33 - 3.46 = -0.79 \text{ kg} \\ R_y = 0 + 6 + 2.5 - 2 = 6.5 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\therefore R = \sqrt{0.79^2 + 6.5^2} = \sqrt{42.87} = 6.55 \text{ kg}$$

$$\tan \phi = -\frac{6.5}{0.79} = -8.23$$

$\therefore \phi \doteq 83^\circ$  ( $\tan \phi$  為負值, 所以在 -X 軸與 Y 軸之間方向)

MEMO: 與 X, Y 軸重合的力不再分解。

## 4. 平行力的合成

(1) 同向 2 平行力的合成 (參考圖 1)

$$R = F_1 + F_2 \quad (1)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 + F_2} \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 + F_2} \quad (2)$$

$l_1$  : 合力  $R$  與力  $F_1$  作用綫間的距離 [ cm ]

$l_2$  : 合力  $R$  與力  $F_2$  作用綫間的距離 [ cm ]

$l$  : 力  $F_1$  與  $F_2$  作用綫間的距離 [ cm ]

(2) 反向 2 平行力的合成 (參考圖 2)

$$R = F_1 - F_2 \quad (3)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 - F_2} \quad , \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 - F_2} \quad (4)$$

合力  $R$  在於  $M_{ax} \{ F_1, F_2 \}$  之一側

(3) 平行力的合成 (參考圖 3)

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \Sigma F_i \quad (5)$$

$$l = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots}{R} \quad (6)$$

$$= \frac{\Sigma F_i l_i}{\Sigma F_i}$$

$F_i$  : 各平行力 [ kg ]

$l_i$  : 從任意點  $O$  至力  $F_i$  的距離 [ cm ]

$l$  : 合力  $R$  至點  $O$  的距離 [ cm ]

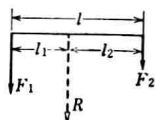


圖 1

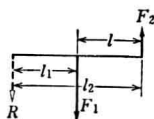


圖 2

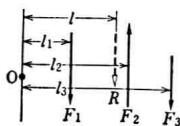


圖 3

例題 2 平行力 40 kg, 10 kg, 2 力距離 5 cm, 求此 2 平行力①同向, ②反向時, 合力各為多少?

解答: 2 力同向時於式(1), (2), 反向時於式(3), (4)分別以  $F_1 = 40 \text{ kg}$ ,  $F_2 = 10 \text{ kg}$  代入

$$R = 40 + 10 = 50 \text{ kg}$$

$$l_1 = 5 \times \frac{10}{40 + 10} = 1 \text{ cm}$$

$$R = 40 - 10 = 30 \text{ kg}$$

$$l_2 = 5 \times \frac{10}{40 - 10} = 1.67 \text{ cm}$$

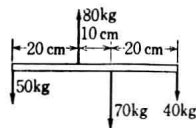


圖 4

例題 如圖 4 求此 4 平行力的合力?

解答 設力向下為 (+), 力矩右旋為 (+), 式(5), (6)以  $F_1 = 50 \text{ kg}$ ,  $F_2 = -80 \text{ kg}$ ,  $F_3 = 70 \text{ kg}$ ,  $F_4 = 40 \text{ kg}$ ,  $l_1 = 0$ ,  $l_2 = 20 \text{ cm}$ ,  $l_3 = 30 \text{ cm}$ ,  $l_4 = 50 \text{ cm}$  代入

$$R = 50 - 80 + 70 + 40 = 80 \text{ kg (向下)}$$

$$l = \frac{-80 \times 20 + 70 \times 30 + 40 \times 50}{80} = \frac{2500}{80} = 31.3 \text{ cm}$$

合力的力矩  $M = 2500 \text{ kg cm}$  右旋, 合力  $R$  作用點距  $F_1$  右側 31.3 cm

## 5. 重心與形心

〔1〕 重心的位置 (參考圖1)

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{W} \quad \bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{W} \quad (1)$$

$\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ : 重心的座標 [cm],  $x_i$ ,  $y_i$ : 各部分的座標 [cm],  $w_i$ : 各部分的重量 [kg],  $W$ : 物體的重量 [kg]

〔2〕 形心的位置

$$\bar{x} = \frac{\sum a_i x_i}{A} \quad \bar{y} = \frac{\sum a_i y_i}{A} \quad (2)$$

$\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ : 形心的座標 [cm],  $x_i$ ,  $y_i$ : 各部分的座標 [cm],  $a_i$ : 各部分的面積 [cm<sup>2</sup>],  $A$ : 全面積 [cm<sup>2</sup>],  $a_i x_i$ ,  $a_i y_i$ : 各部分的面積力矩 [cm<sup>3</sup>]

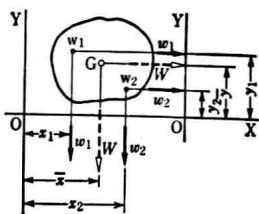


圖1

例題 如圖2(a), 為一均質材料, 且厚度相同, 求重心的位置?

解答 圖2(a)的材料, 分割為 I, II, III 三部分考慮, 如圖2(b), 因材料為均質且厚度相同, 且圖形左右對稱, 故重心, 形心重合於中心線上, 如圖2(b), 式(2)以  $a_1 = 10 \times 20 = 200$  cm<sup>2</sup>,  $a^2 = 20 \times 10 = 200$  cm<sup>2</sup>,  $a^3 = 10 \times 30 = 300$  cm<sup>2</sup>,  $A = 200 + 200 + 300 = 700$  cm<sup>2</sup>,  $y_1 = 10 + 20 + 5 = 35$  cm,  $y_2 = 10 + 10 = 20$  cm,  $y_3 = 5$  cm 代入

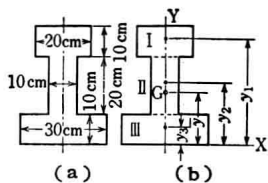


圖2

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{200 \times 35 + 200 \times 20 + 300 \times 5}{700} \\ &= \frac{12500}{700} = 17.9 \text{ cm} \end{aligned}$$

例題 如圖3, 正方形薄板上有一圓孔, 求其形心的位置?

解答 如圖3取XY軸, 形心在X軸上, 圓孔部分的面積力矩取負值(-)計算。式(2)以  $a_1 x_1 = 100 \times 100 \times 50 = 500000$  cm<sup>3</sup>,  $a_2 x_2 = -\pi \times 20^2 \times (50 - 20) = -37700$  cm<sup>3</sup>,  $A = 100 \times 100 - \pi \times 20^2 = 8744$  cm<sup>2</sup> 代入

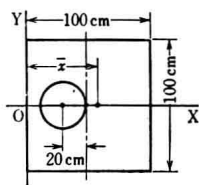


圖3

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{500000 - 37700}{8744} \\ &= \frac{462300}{8744} \\ &= 52.8 \text{ cm} \end{aligned}$$

MEMO: ①式(1), (2)的  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  讀法為  $x$  Bar,  $y$  Bar。

②物體簡單形狀各部分的和、差要考慮時, 首先各部分的重心(形心)分別求出, 再考慮各部分的重量(面積)(+, -)值, 其合力的位置即為全體的重心(形心)位置。

## 5. 同一着力點時力的平衡

[ 1 ] 平衡條件

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = \Sigma F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = \Sigma F_{iy} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$F_{ix}, F_{iy}$  : 着力點為原點時, 各力於 XY 軸上的分力 [ kg ]

$R_x, R_y$  : 各力於 X, Y 軸上分力總和

[ 2 ] 3 力的平衡 (拉米定理) (參考圖 1)

$$\frac{F_1}{\sin \alpha_1} = \frac{F_2}{\sin \alpha_2} = \frac{F_3}{\sin \alpha_3} \quad (2)$$

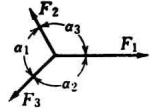


圖 1

**例題** 如圖 2, 有 2 根繩子連接於一重 50 kg 物體的一點上, 各繩以  $60^\circ, 45^\circ$  的水平夾角拉引, 求各繩所受的張力為何?

**解答** 設各繩的張力  $T_1, T_2$ , 物重  $W$ , 3 力,  $T_1, T_2, W$  的平衡, 利用式(1)

$$R_x = T_{1x} + T_{2x} + W_x = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$R_y = T_{1y} + T_{2y} + W_y = 0 \dots\dots\dots(2)$$

而  $T_{1x} = T_1 \cos 45^\circ = 0.707 T_1, T_{1y} = T_1 \sin 45^\circ = 0.707 T_1$   
 $T_{2x} = -T_2 \cos 60^\circ = -0.5 T_2, T_{2y} = T_2 \sin 60^\circ = 0.866 T_2$   
 $T_2, W_x = 0, W_y = -50 \text{ kg}$

$$\therefore 0.707 T_1 - 0.5 T_2 = 0 \dots\dots\dots(3) \quad 0.707 T_1 + 0.866 T_2 - 50 = 0 \dots\dots\dots(4)$$

$$(4) - (3) \quad 1.366 T_2 = 50 \quad \therefore T_2 = 36.6 \text{ kg} \quad \text{代入}(3) \quad T_1 = 25.9 \text{ kg}$$

**例題** 前示例題以拉米定理求解?

**解答** 式(2)以  $F_1 = W = 50 \text{ kg}, F_2 = T_1, F_3 = T_2, \sin \alpha_1 = \sin \{ 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) \} = \sin 75^\circ = 0.966, \sin \alpha_2 = \sin (60^\circ + 90^\circ) = \cos 60^\circ = 0.5, \sin \alpha_3 = \sin (45^\circ + 90^\circ) = \cos 45^\circ = 0.707$  代入

$$\frac{50}{0.966} = \frac{T_1}{0.5} = \frac{T_2}{0.707}$$

求得  $T_1 = 25.9 \text{ kg}, T_2 = 36.6 \text{ kg}$

**例題** 如圖 3, 力的平衡, 求張力  $T$  及其水平夾角  $\theta$ ?

**解答** 由式(1)

$$R_x = 4 \cos 30^\circ - T \cos \theta = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$R_y = 4 \sin 30^\circ + T \sin \theta - 20 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

由(1), (2)  $T \cos \theta = 3.46, T \sin \theta = 18$ , 則

$$T = \sqrt{(T \cos \theta)^2 + (T \sin \theta)^2}$$

$$= \sqrt{3.46^2 + 18^2} = 18.3 \text{ kg}$$

$$\tan \theta = \frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{18}{3.46} = 5.2$$

$$\therefore \theta = 79^\circ 10'$$

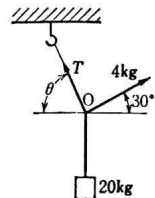


圖 3

**MEMO:** 同一平面上的 3 力為 3 力平行重合相交於一點而平衡。

## 7. 不同着力點時力的平衡

(1) 平衡條件

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = \sum F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = \sum F_{iy} = 0 \\ M &= M_1 + M_2 + M_3 + \dots = \sum M_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$F_{ix}, F_{iy}$ : 各力於XY軸上的分力 [kg],  $R_x, R_y$ : 各分力的XY分力總和,  $M_i$ : 各力於任意點旋轉的力矩 [kg m],  $M$ : 於任意點旋轉力矩總和。

**例題** 一桿以插銷，繩，水平繫於壁上，桿端懸以 40 kg 的荷重，求繩所受之張力？(如圖 1)

**解答** 此一力系共有三力：①桿端荷重 40 kg，②插銷處的反作用力，③繩的張力，此三力平衡，而這例題祇求張力  $T$ ，所以利用 2 力對插銷所產生的力矩平衡，即可求解。

式(1)以  $M_1 = 40 \times 3 = 120 \text{ kg m}$ ,  $M_2 = -T \times \sin 45^\circ \times 2 = -1.4T \text{ kg m}$  代入

$$M = 120 - 1.4T = 0$$

求得  $T = 85.7 \text{ kg}$

**例題** 如圖 2，一水平橫樑長 2m，受 200 kg，150 kg 荷重作用，欲使左端支點反作用力為 50 kg，而另一支點將設於何處？並求此點的反作用力？

**解答** 設此反作用力為  $R$ ，且距左端  $l$ ，考慮力的平衡，和對 O 點的旋轉力矩平衡，由式(1)

$$R_y = 50 - 200 - 150 + R = 0 \dots\dots\dots ①$$

$$M = -Rl + 150 \times 1.5 + 200 \times 1 = 0 \dots\dots\dots ②$$

由①  $R = 300 \text{ kg}$  由②  $l = 1.42 \text{ m}$

**例題** 如圖 3 求插銷的反作用力  $P$  和繩的張力  $T$ ？

**解答** 如圖， $P, W, T$  3 力的平衡

$$\text{由式(1)} \quad R_x = P_x - T \cos 30^\circ = 0 \dots\dots\dots ①$$

$$R_y = P_y - 20 + T \sin 30^\circ = 0 \dots\dots\dots ②$$

$$M = -T \sin 30^\circ \times 2.5 + 20 \times 1.5 = 0 \dots\dots\dots ③$$

$$\text{由③} \quad 2.5 T \sin 30^\circ = 30 \quad \therefore T = 24 \text{ kg}$$

$$\text{由①} \quad P_x = T \cos 30^\circ = 24 \times 0.866 = 20.8 \text{ kg}$$

$$\text{由②} \quad P_y = 20 - T \sin 30^\circ = 20 - 24 \times 0.5 = 8 \text{ kg}$$

$$\therefore P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{20.8^2 + 8^2} = \sqrt{496} = 22.3 \text{ kg}$$

$$\tan \theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{8}{20.8} = 0.384 \quad \therefore \theta \doteq 21^\circ$$

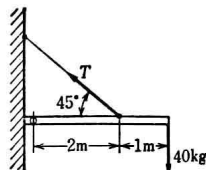


圖 1

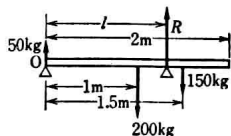


圖 2

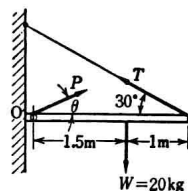


圖 3

## 8. 平面構架的解法

〔1〕 接頭法 (求全部各構件受力情形)

利用各接頭上, 所有的作用力均為平衡的條件, 可求出。 參考 (6. 同一着力點力的平衡)

$$R_x = \sum F_{ix} = 0 \quad R_y = \sum F_{iy} = 0 \quad (1)$$

〔2〕 剖面法 (求部分構件受力情形)

假設構架被剖斷, 而由這部分構件受力與外力的平衡, 可求出。

參考 (7. 不同着力點力的平衡)

$$R_x = \sum F_{ix} = 0 \quad R_y = \sum F_{iy} = 0 \quad M = \sum M_j = 0 \quad (2)$$

**例題** 如圖 1, 求各構件的受力情形?

**解答** 各構件上受力的表示, 如  $F_{AC}$  表示 AC 構件之受力, 就 A 點的力矩平衡。

$$-R_B \times 4 + 2000 \times 3 + 2000 \times 2 + 1000 \times 1 = 0$$

$$4R_B = 11000 \quad \therefore R_B = 2750 \text{ kg}$$

$$R_A = 2000 + 2000 + 1000 - R_B = 2250 \text{ kg}$$

節點 A,  $F_{AD} \sin 60^\circ = R_A \quad \therefore F_{AD} = 2600 \text{ kg}$  (壓縮)

$$F_{AC} = F_{AD} \cos 60^\circ = 1300 \text{ kg} \text{ (拉張)}$$

節點 B,  $F_{BE} \sin 60^\circ = R_B \quad \therefore F_{BE} = 3180 \text{ kg}$  (壓縮)

$$F_{BC} = F_{BE} \cos 60^\circ = 1590 \text{ kg} \text{ (拉張)}$$

節點 D,  $F_{DC}$ ,  $F_{DE}$  的方向, 並不能由圖觀察而得, 必須要進一步的計算。

$$F_{DE} + F_{DC} \cos 60^\circ + 2600 \cos 60^\circ = 0 \quad \dots\dots ①$$

$$1000 + F_{DC} \sin 60^\circ - 2600 \sin 60^\circ = 0 \quad \dots\dots ②$$

由②  $F_{DC} = 1440 \text{ kg}$  (拉張)

由①  $F_{DE} = -2020 \text{ kg}$  (壓縮)

節點 E  $2000 + F_{EC} \sin 60^\circ - 3180 \sin 60^\circ = 0$

$$F_{EC} = 870 \text{ kg} \text{ (拉張)}$$

**例題** 前述例題, 求構件 DE, DC, AC 的受力情形?

**解答** 利用剖面法, 如圖 2, 以虛線切斷, 考慮 5 力的平衡, C 點的旋轉力矩

$$1000 \times 1 - 2250 \times 2 - F_{DE} \times 2 \sin 60^\circ = 0$$

$$\therefore F_{DE} = -2023 \text{ kg} \text{ (壓縮)}$$

D 點的旋轉力矩  $F_{AC} \times 2 \sin 60^\circ - 2250 \times 1 = 0 \quad \therefore F_{AC} = 1300 \text{ kg}$  (拉張)

) 又考慮垂直方向的平衡

$$F_{DC} \sin 60^\circ + 1000 - 2250 = 0 \quad \therefore F_{DC} = 1445 \text{ kg} \text{ (拉張)}$$

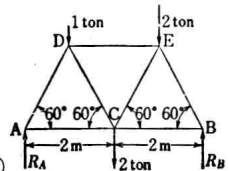


圖 1

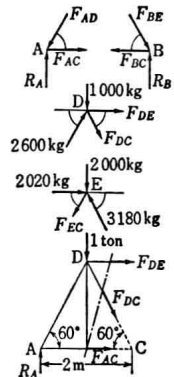


圖 2