

三级跳

微型题库
丛书

高一
数学

根据最新教材编写

发散思维训练

综合能力立意

最新同步习题

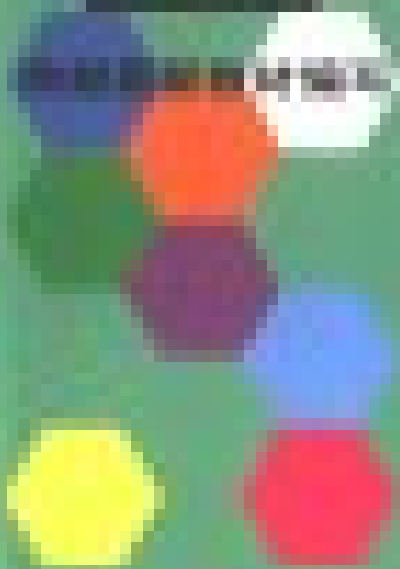
三级层次跃进

北京考试题库研究中心
北京教育出版社

理想



理想 2019
第 1 期
第 1 页



理想 2019
第 1 期
第 1 页

三级跳微型题库丛书

高一 数学



北京考试题库研究中心
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

三级跳丛书·高一数学/北京考试题库研究中心编著.北京:
北京教育出版社,1999.12
ISBN 7-5303-1992-2

I. 三… II. 北… III. 数学课-高中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 52652 号

三级跳丛书

高一数学

GAOYI SHUXUE

北京考试题库研究中心

北京教育出版社

*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路6号)

邮政编码:100011

北京出版社出版集团总发行

新华书店经销

北京市朝阳展望印刷厂印刷

*

850×1168毫米 32开本 10.125印张 200 000字
2000年2月第1版 2001年4月第2版第4次印刷

印数 21 001 - 41 000

ISBN 7-5303-1992-2
G·1966 定价:12.00元

《三级跳丛书》

主 编 单 位：北京考试题库研究中心
北京教育出版社

语文学科主编：高石曾

数学学科主编：傅敬良

英语学科主编：李俊和（高中部分）

李 黎（初中部分）

物理学科主编：樊 福

化学学科主编：王美文

本 册 编 者：吕晓琳

邹 斌

白 雪

傅 娟

吴铁庆

傅敬良

前 言

为了减轻学生课业负担，加强素质教育，注重能力培养，体现新世纪教育要求，适应应试教育向素质教育转轨的新形势，我们特邀北京考试题库研究中心的专家精心为大家编写了《三级跳丛书》。

这套丛书按年级编写，每年级一科一本，共包括语文、数学、英语、物理、化学五科。它特点鲜明、容量精当、适应教改要求，是最新推出的换代产品。

符合学生实际 本书的编写以教育部的最新教学大纲为依据，与课本配套；以章（单元）为序，理科同步到节，文科同步到课。在内容设置上包含例题精解和能力训练三级跳两大部分，讲练结合、层层提高。所有例题均经专家们反复筛选后确定，标准化程度高，科学性强；每道例题均安排了思路分析与讲解、说明，逐一为广大学生指明了各类题目的解题要领，重在把学习方法教给你。

训练方法先进 本书在“能力训练三级跳”中采用阶梯跃进的方法，分为能力训练一级跳、能力训练二级跳、能力训练三级跳三个层次，由浅入深、由易到难，不但可以满足不同学生的实际需要，而且可以避免滑落题海，无功而返。三级跳这一阶梯跃进训练法，既是为了适应教学

要求设定的不同标准，又是为了方便学生根据自己的能力加强主动学习的积极性。

突出能力立意 针对教育改革特别是考试改革的要求，本书在编写中特别注重突出能力立意的特点，通过“能力训练三级跳”的形式，以综合性、应用性的能力训练为主，从多角度、多侧面、多情境、多层次等不同方面展开训练，不但可以综合考查自己的知识能力应用水平，而且可以有效地帮助你灵活掌握学习方法和规律。

参考答案详细 本书的又一个特点是参考答案详细。过去学生经常发愁的是，做了题却不知究竟对不对，即便答案相符，也对解题思路一知半解，很难获得真正的收获。本书则有别于以往的教学辅导书，在参考答案上力求详尽提示，讲明步骤，准确无误，不仅要让你学会，还要帮助你会学。

为使本书能更好地为读者服务，在每本书的后面，我们均安排了意见反馈表，并特别设置了如下奖励措施：凡是发现书内差错 5 个以上的，我们将奖励下一年度同科目书一册（高三学生奖励当年《十月》杂志一册），并在此书再版时，您将作为本书特聘监督员登录在册，希望读者积极参与（注：相同差错的取前 20 名）。由于时间紧，水平有限，书中难免会有不足之处，恳请读者批评指正。

目 录

第一部分 代数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	(3)
第一单元 集合与一元二次不等式	(3)
例题精解	(3)
能力训练一级跳	(6)
能力训练二级跳	(10)
能力训练三级跳	(17)
第二单元 映射与函数	(18)
例题精解	(18)
能力训练一级跳	(23)
能力训练二级跳	(27)
能力训练三级跳	(33)
第三单元 幂函数、指数函数和对数函数	(34)
例题精解	(34)
能力训练一级跳	(39)
能力训练二级跳	(43)
能力训练三级跳	(50)
第二章 三角函数	(52)
第一单元 任意角的三角函数	(52)
例题精解	(52)

能力训练一级跳	(57)
能力训练二级跳	(60)
能力训练三级跳	(66)
第二单元 三角函数的图象和性质	(66)
例题精解	(66)
能力训练一级跳	(71)
能力训练二级跳	(75)
能力训练三级跳	(82)
第三章 两角和与差的三角函数, 解斜三角形	(83)
第一单元 两角和与差的三角函数	(83)
例题精解	(83)
能力训练一级跳	(89)
能力训练二级跳	(94)
能力训练三级跳	(100)
第二单元 解斜三角形	(101)
例题精解	(101)
能力训练一级跳	(106)
能力训练二级跳	(109)
能力训练三级跳	(113)
第四章 反三角函数和简单三角方程	(115)
例题精解	(115)
能力训练一级跳	(119)
能力训练二级跳	(123)
能力训练三级跳	(128)

第二部分 立体几何

第一章 直线和平面	(133)
-----------------	-------

第一单元 空间直线和平面	(133)
例题精解	(133)
能力训练一级跳	(139)
能力训练二级跳	(145)
能力训练三级跳	(156)
第二单元 空间两个平面	(156)
例题精解	(156)
能力训练一级跳	(162)
能力训练二级跳	(166)
能力训练三级跳	(173)
第二章 多面体和旋转体	(175)
第一单元 多面体	(175)
例题精解	(175)
能力训练一级跳	(181)
能力训练二级跳	(183)
能力训练三级跳	(188)
第二单元 旋转体	(189)
例题精解	(189)
能力训练一级跳	(193)
能力训练二级跳	(196)
能力训练三级跳	(200)
第三单元 多面体和旋转体的体积	(200)
例题精解	(200)
能力训练一级跳	(203)
能力训练二级跳	(205)
能力训练三级跳	(210)
参考答案	(211)

第一部分 代数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

第二章 三角函数

第三章 两角和与差的三角函数,解斜三角形

第四章 反三角函数和简单三角方程

第一章

幂函数、指数函数和对数函数

第一单元 集合与一元二次不等式

例题精解

例 1 设集合 $A = \{x \mid x = m^2 + n^2, m \in Z, n \in Z\}$. 证明: 若 $a, b \in A$, 则 (1) $ab \in A$; (2) $\frac{a}{b} = p^2 + q^2$. 其中 $b \neq 0, p, q \in Q$.

分析 此题考查元素与集合的关系. 需证 $ab, \frac{a}{b}$ 能表示为平方和的形式.

证明 (1) 若 $a, b \in A$, 则有 $m, n, p, q \in Z$, 使

$$a = m^2 + n^2, b = p^2 + q^2.$$

$$\therefore ab = (m^2 + n^2)(p^2 + q^2)$$

$$= m^2 p^2 + n^2 p^2 + m^2 q^2 + n^2 q^2$$

$$= m^2 p^2 + 2mnpq + n^2 q^2 + m^2 q^2 - 2mnpq + n^2 p^2$$

$$= (mp + nq)^2 + (mq - np)^2 \in A.$$

(2) 由(1), $ab \in A$, 可设 $ab = m^2 + n^2, m \in Z, n \in Z$.

$$\text{则 } \frac{a}{b} = \frac{ab}{b^2} = \frac{m^2 + n^2}{b^2} = \left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2.$$

令 $\frac{m}{b} = p$, $\frac{n}{b} = q$, 则 $p, q \in \mathbb{Q}$.

$$\therefore \frac{a}{b} = p^2 + q^2.$$

例 2 设方程 $x^2 - px + q = 0$ 的解集是 A , 方程 $x^2 + qx + p = 0$ 的解集是 B , 且 $A \cap B = \{1\}$, 求实数 p, q 的值和 $A \cup B$.

分析 此题由 $A \cap B$ 这个条件, 可知 1 是两个方程的根. 要求 p, q 的值, 可利用 $x=1$ 这一条件, 将两个方程转化为关于 p, q 的二元一次方程, 求解方程组, 可得 p, q . 由 p, q 值, 进一步确定 $A, B, A \cup B$.

解 $\because A \cap B = \{1\}$,

$\therefore 1$ 既是 $x^2 - px + q = 0$ 的根, 又是 $x^2 + qx + p = 0$ 的根.

$$\therefore \begin{cases} 1 - p + q = 0, & \text{①} \\ 1 + q + p = 0. & \text{②} \end{cases}$$

①+②, 得: $2 + 2q = 0$, $\therefore q = -1$.

把 $q = -1$ 代入①, 得: $1 - p - 1 = 0$, $\therefore p = 0$.

\therefore 方程为: $x^2 - 1 = 0$, $x^2 - x = 0$.

分别解这两个方程, 得:

$$x^2 - 1 = 0, x_1 = 1, x_2 = -1.$$

$$x^2 - x = 0, x_3 = 1, x_4 = 0.$$

$$\therefore A = \{-1, 1\}, B = \{0, 1\}.$$

$$\therefore A \cup B = \{-1, 0, 1\}.$$

答: p 为 0, q 为 -1, $A \cup B = \{-1, 0, 1\}$.

小结 本题是集合运算类型题, 综合了方程的一些概念. 解决此类型综合题关键在于对概念的理解.

例 3 设全集 $I = \{\text{小于 } 10 \text{ 的自然数}\}$, 集合 A, B 满足 $A \cap B = \{2\}$, $\bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 9\}$. 求集合 A 和 B .

分析 因为 $A \cap B = \{2\}$, 即是 $2 \in A$, 且 $2 \in B$. 又由已知 $\bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$, 必有 $4, 6, 8 \in B$, 但 $4, 6, 8 \notin A$; $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 9\}$, $1, 9 \notin A$, 且 $1, 9 \notin B$. 对于剩下的三个元素 $3, 5, 7$ 究竟属于集合 A 还是属于集合 B , 需要推理验证. 若 $3 \notin A$, 则 $3 \in B$, 那么 $3 \in \bar{A} \cap B$, 这与已知矛盾. 同理可证 $5, 7 \notin B$. 由以上推理, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$.

解 $\because A \cap B = \{2\}, \bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$,

$\therefore B = \{2, 4, 6, 8\}$.

又 $\because \bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}, \bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 9\}$,

$\therefore \bar{A} = \{1, 4, 6, 8, 9\}. \therefore A = \{2, 3, 5, 7\}$.

答: $A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$.

小结 这是一道综合性习题, 需对集合符号及交集、并集、补集运算的意义准确掌握. 这类问题的一般思路是先把集合 A 、 B 中肯定会有或肯定不会有元素确定下来, 再把余下元素用已知条件和交、并、补的概念、性质, 逐步加以验证, 以最后确定出集合 A 、 B 的元素. 当然, 用韦恩图可以帮助我们更快、更准确地解决此类问题. 图 1-1 阴影部分表示 $A \cap B$, 图 1-2 中网线部分表示 $\bar{A} \cap B$, 由这两个图可知, 集合 B 的元素是由 $A \cap B$ 与 $\bar{A} \cap B$ 两个集合元素组成, 即 $B = \{2, 4, 6, 8\}$. 同理, \bar{A} 的元素是由 $\bar{A} \cap B$ 与 $\bar{A} \cap \bar{B}$ 元素组成, 即 $\bar{A} = \{1, 4, 6, 8, 9\}$, 所以 $A = \{2, 3, 5, 7\}$.

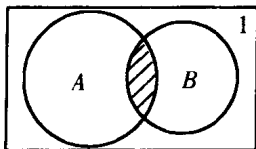


图 1-1

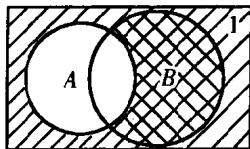


图 1-2

例 4 m 取何整数值时, 抛物线 $y = x^2 + 2mx + 3m^2$ 和直线 y

$=2x+12$ 有两个交点，且一个交点在 y 轴左侧，另一交点在 y 轴右侧？

分析 由于本题含有两个未知量，解题关键在于将二元转化为一元来求解。交点在 y 轴的左右两侧，即横坐标一正一负，利用两根之积为负，即可判断出 m 的取值。

解 将 $y=2x+12$ 代入 $y=x^2+2mx+3m^2$ 中，得

$$x^2+2(m-1)x+3m^2-12=0.$$

\therefore 一个交点在 y 轴左侧，另一个在 y 轴右侧，

$$\therefore 3m^2-12<0. \quad \textcircled{1}$$

又 \therefore 直线与抛物线有两个交点，

$$\therefore \Delta=[2(m-1)]^2-4(3m^2-12)>0. \quad \textcircled{2}$$

由①得 $-2<m<2$ ，

由②得 $4m^2-8m+4-12m^2+48>0$ ，

$$-8m^2-8m+52>0,$$

$$2m^2+2m-13<0,$$

$$\therefore \frac{-1-3\sqrt{3}}{2}<m<\frac{-1+3\sqrt{3}}{2}.$$

\therefore 满足条件的整数解为： $m=-1, 0, 1$ 。

小结 此类问题应注重利用图象的直观性，数形结合解决代数问题有时可起到意想不到的作用。

能力训练一级跳

一、选择题

1. 如果 $I = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, a, e\}$, 其中 I 是全集，那么 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 等于 ()

A. \emptyset

B. $\{d\}$

C. $\{a, c\}$

D. $\{b, e\}$

