

MF/M.A.S./MT
MIB/MI/MV

经济类联考 **综合能力**

数学精点与题源精练

中公教育研究生考试研究院◎编著

☆ 本书特色 ☆

- ◎精点 剖析大纲考点 展现技法亮点
- ◎精练 经典真题多练 重要母题巧练

2018
中公版



世界图书出版公司

offcn 中公考研

经济类联考综合能力

数学精点与题源精练

中公教育研究生考试研究院◎编著

世界图书出版公司
北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

经济类联考综合能力·数学精点与题源精练 / 中公教育研究生考试研究院编著. — 北京:世界图书出版公司北京公司, 2017.3

ISBN 978-7-5192-2531-5

I. ①经… II. ①中… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 049814 号

-
- 书 名 经济类联考综合能力·数学精点与题源精练
JINGJILEI LIANKAO ZONGHE NENGLI · SHUXUE JINGDIAN YU TIYUAN JINGLIAN
- 编 著 中公教育研究生考试研究院
- 责任编辑 张文丽
- 特约编辑 孙志荣
- 装帧设计 中公教育图书设计中心
- 出版发行 世界图书出版公司北京公司
- 地 址 北京市东城区朝内大街 137 号
- 邮 编 100010
- 电 话 010-64038355 (发行) 64037380 (客服) 64033507 (总编室)
- 网 址 <http://www.wpcbj.com.cn>
- 邮 箱 wpcbjst@vip.163.com
- 销 售 各地新华书店
- 印 刷 三河市华骏印务包装有限公司
- 开 本 850mm × 1168mm 1/16
- 印 张 19.5
- 字 数 468 千字
- 版 次 2017 年 4 月第 1 版 2017 年 4 月第 1 次印刷
- 国际书号 ISBN 978-7-5192-2531-5
- 定 价 49.00 元

如有质量或印装问题,请拨打售后服务电话 010-82838515

前言

2011年中国人民大学为了招收金融硕士、应用统计硕士、税务硕士、国际商务硕士、保险硕士及资产评估硕士,采用经济类联考综合能力考试取代考研数学三,此后,经济类联考综合能力考试持续升温,越来越多的高校加入该考试,考生对其关注度也越来越高,因此竞争也越来越激烈。数学作为逻辑性较强的演绎科学,其复习具有一定难度,因此,本书结合考试的具体要求以及考生复习过程中常出现的问题,对考生的复习提出如下建议:

搭建知识体系

相比逻辑和写作,经济类联考的数学试题更加注重考查考生对基础知识的灵活应用,因此,数学部分的考题越来越强调灵活性,这就要求考生不但要牢牢掌握每个基本考点的具体内容,更要从整体上把握它们之间的联系,灵活应用知识。而这些正是大部分考生在复习过程中所欠缺的,忽略知识的灵活应用是很多考生无法科学复习数学的一个原因。

鉴于此,本书在每一章的开始都给出了【本章概述】,方便考生明确每章的复习重点,节省复习时间。同时,在每章的各个模块中呈现了【考点结构图】,让考生能够对本模块的知识一目了然,帮助考生把握考点之间的联系,从而建立完整的知识体系。

精点重要考点

很多数学考试都会强调基础,打好基础也是考生复习时首要的、根本的任务。相比考研数学,经济类联考综合能力数学部分更强调考生的基本能力,考题中基础题所占的比重较大。因此,考生在复习时不要偏离基础这个根本的方向。

针对考试大纲对考试范围和能力规定的规定,本书将各章的重要考点划分为多个模块,以便于考生更加清晰地认识考试的具体要求,在复习时做到有的放矢。

每个模块分为【知识精点】和【题源精练】两部分。【知识精点】又分为【考点精点】和【方法精点】两部分,【考点精点】讲解本模块主要的考点和常用公式定理,既细致深入,又突出重点。具体内容包:阐释基本概念,对个别核心概念还会通过“注”加深考生的理解;对常见性质和主要的公式定理进行系统地总结和归纳,方便考生理解和记忆。

【方法精点】是对本模块常考题型解题方法的概括和总结,【题源精练】则对本章常考题型进行了划分,并通过例题讲解归纳解题方法与技巧。这两部分具有某种程度上的对应性,因此建议考生将其结合起来学习,先通过【方法精点】了解大致的解题思路和方法,再通过【题源精练】逐步实践应用并加以巩固。

精练典型题源

要想学好数学,练习是不可缺少的,而练习的质与量是两个关键的指标:不足量则不足以引起质变,不能熟练掌握解题方法;而低质量的例题和习题不仅浪费时间,更有可能打乱考生的复习思路,将考生的复习引上“歧途”。

因此,本书在编写时,首先保证了例题和习题的质量,严格依据考试大纲和考情精选适合经济类联考的题目,包含经济类联考的真题及考研数学个别真题,力求让考生举一反三。另外,本书在每章结尾设置了部分经典习题,对于中难度练习题,本书给出了详细解析;而对于简单题目,考生可根据答案提示自己解答。建议考生在使用本书时,不但要独立完成每章最后的练习题,对书中的例题也要先做一遍再与解答过程对照。

视听真题讲解

教材学习固然重要,但是图书毕竟存在一定的局限性,比如学习过程相对枯燥、遇到难以理解的知识点和题目无处求教等。为了克服这个缺点,本书对2015年到2017年的真题均附有二维码,考生扫码即可观看相应真题的视频讲解,在老师的帮助下学习真题,视频讲解过程生动直接,帮助考生告别无声读书时代。为了确保视频内容的正确性,本书的所有视频均由教学经验丰富的中公师资讲解,让广大考生在学习过程中能够随时得到师资“面对面”指导。

总之,《经济类联考综合能力·数学精点与题源精练》从搭建体系、精点考点、精练题源、视听真题四方面入手,帮助考生夯实经济类联考综合能力数学基础知识,从而提高数学部分的解题能力。

中公教育研究生考试研究院

2017年4月

目 录

经济类联考综合能力数学考情分析及复习建议	1
----------------------------	---

第一篇

微积分

第一章 函数、极限与连续性	6
模块一：函数	6
第一节 知识精点	6
第二节 题源精练	12
模块二：极限	17
第一节 知识精点	17
第二节 题源精练	24
模块三：连续性	32
第一节 知识精点	32
第二节 题源精练	35
经典习题	38
第二章 一元函数微分学	43
模块一：导数与微分	43
第一节 知识精点	43
第二节 题源精练	46
模块二：求导法则	53
第一节 知识精点	53
第二节 题源精练	56
模块三：导数的应用	62
第一节 知识精点	62
第二节 题源精练	66
经典习题	74
第三章 一元函数积分学	79
模块一：不定积分	79
第一节 知识精点	79
第二节 题源精练	84

模块二:定积分	95
第一节 知识精点	95
第二节 题源精练	99
模块三:定积分的应用	106
第一节 知识精点	106
第二节 题源精练	108
经典习题	112
第四章 多元函数微分学	120
第一节 知识精点	120
第二节 题源精练	124
经典习题	130

第二篇

概率论

第一章 随机事件及其概率	134
模块一:随机事件	134
第一节 知识精点	134
第二节 题源精练	137
模块二:概率与条件概率	139
第一节 知识精点	139
第二节 题源精练	141
模块三:常用公式	147
第一节 知识精点	147
第二节 题源精练	148
经典习题	152
第二章 随机变量	157
模块一:随机变量及其分布	158
第一节 知识精点	158
第二节 题源精练	162
模块二:常见的随机变量	171
第一节 知识精点	171
第二节 题源精练	173
模块三:数字特征	178
第一节 知识精点	178

第二节 题源精练	180
经典习题	186

第三篇

线性代数

第一章 行列式	194
模块一:行列式的定义	194
第一节 知识精点	194
第二节 题源精练	196
模块二:行列式的计算	198
第一节 知识精点	198
第二节 题源精练	200
模块三:综合运用	211
第一节 知识精点	211
第二节 题源精练	212
经典习题	215
第二章 矩阵	221
模块一:矩阵的定义及运算	221
第一节 知识精点	221
第二节 题源精练	224
模块二:逆矩阵	228
第一节 知识精点	228
第二节 题源精练	231
模块三:初等变换与初等矩阵	238
第一节 知识精点	238
第二节 题源精练	239
经典习题	241
第三章 向量	245
模块一:线性相关与线性表出	246
第一节 知识精点	246
第二节 题源精练	249
模块二:秩	259
第一节 知识精点	259
第二节 题源精练	263

经典习题	268
第四章 线性方程组	272
模块一:解的判定	272
第一节 知识精点	272
第二节 题源精练	276
模块二:解的结构	282
第一节 知识精点	282
第二节 题源精练	285
经典习题	294
2017 年经济类专业学位联考综合能力数学试题	298
参考答案及解析	300

经济类联考综合能力数学考情分析及复习建议

一、经济类联考综合能力数学考情分析

(一) 试卷结构

选择题 10 题,包括 6 道微积分,2 道线性代数,2 道概率论,每题 2 分,共 20 分;解答题 10 题,包括 6 道微积分,2 道线性代数,2 道概率论,每题 5 分,共 50 分。

(二) 考试大纲

1. 微积分部分

一元函数的微分、积分;多元函数的一阶偏导数;函数的单调性和极值。

2. 概率论部分

分布和分布函数;常见分布;期望值和方差。

3. 线性代数部分

线性方程组;向量的线性相关和线性无关;矩阵的基本运算。

(三) 试题特点

与 2016 年真题相比,2017 年经济类联考综合能力数学部分的试题总体上延续了往年的要求,呈现出如下鲜明的特点:

1. 总体难度较低,以考查基本概念和基本应用为主

相对于 2016 年的试题,2017 年经济类联考综合能力数学试题的灵活性和综合性都不高,主要考查考生对基本概念的理解和对基本运算和基本方法的掌握情况。例如

2017 年 21 题:设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导,则 $f'(x_0) =$

$$A. \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x}.$$

$$B. \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x}.$$

$$C. \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

$$D. \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x}.$$

该题考查导数的定义,考生只需掌握导数的定义式和细节特点,此题很容易被解决。

2. 重视考查的广度与考生解题的熟练度

试卷考点分布较广,考试大纲上有提及的考点均有涉及,重视考生复习的全面性。同时,试卷对

考生解题的速度有较高的要求,考生需要在一定时间内完成 10 道选择题和 10 道解答题,这对大部分考生的解题速度是一个考验。

3. 与考研数学联系紧密,部分试题与考研数学三难度一致

由于专业的相关性,经济类联考综合能力数学部分的考试内容与考研数学三有相似的部分,所有的考点都可以在考研数学三的考试大纲中找到,且对每个考点的具体要求也不会超过考研数学三中相应内容的要求。从已考试题来看,大部分试题除综合性略低之外,特点、要求与考研数学三考题类似。

4. 重视考生对学科知识体系的掌握,命题不局限于大纲

经济类联考综合能力数学部分的考试大纲比较简略,只给出了考试的大致范围,没有完全限定考试内容。考试中会出现一些大纲上没有指出,但却在整个知识体系内的考点。例如

2017 年的 31 题: 设 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x < 1, \\ a, & x \geq 1, \end{cases} g(x) = \begin{cases} b, & x < 0, \\ e^x, & x \geq 0, \end{cases}$ 且 $f(x) + g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 求 a, b 的值。

此题不是求微分或积分,具体来讲,该题属于极限与连续性这一考点,但极限与连续是微分的基础,属于一元函数微积分的知识体系。

5. 考点重复率较高

2015 年和 2016 年试卷中的主要考点在 2017 年的考卷中都有体现,考点的重复率较高,部分考试真题相似度很高。因此预计 2018 年的考题中会出现相似考点甚至考题。例如:

2016 年的 34 题: 求曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 5$ 的单调区间及极值。

2015 年的 36 题: 已知 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 5$, 求其单调区间及极值。

2014 年的 32 题: 讨论函数 $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 11$ 的单调性及极值。

这三个题目只是换了个函数,几乎是一样的题目,而

2017 年的 35 题: 设函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$ 在 $x = 1$ 处取极大值 5, 求 a, b 。

基本考点和方法仍然是求极值,考点与上面三个题一样。

二、经济类联考综合能力数学复习建议

(一) 科目特点

经济类联考综合能力数学部分主要考查考生对常用数学知识的基本方法和基本概念的掌握,涉及微积分、概率论、线性代数三个数学科目,考生需要了解每个科目的具体要求和特点,才能有重点地复习。

1. 微积分

微积分部分需要考生掌握三部分内容,其中重点是一元函数微积分。近几年的考题中,每年的选择题涉及该部分的有 5 个左右,解答题有 3 个左右,是微积分中比例最大的内容,常出现的考点有未定式函数极限的求解,简单函数求导和求积分,一元函数的单调区间和极值的求解,一元函数微积分

与经济背景结合的应用题。

多元函数的一阶偏导数每年都会出一个解答题,选择题偶尔有所涉及,其中求偏导时,隐函数比较常见,计算量不大,考生只需掌握公式或规则并训练基本题型即可。

函数的单调性和极值每年都会考一个解答题,难度不大,考生只要掌握相关的解题步骤和定理就可以解答。

2. 概率论

首先考生需要掌握的基本概念有一维随机变量分布函数、一维离散型随机变量的概率分布和一维连续型随机变量的概率密度。关于分布函数,除了定义和性质外,一般的出题方式是已知分布函数,求随机变量落入某区间或某点处的概率。

常见分布这部分内容试题中出现较多的是正态分布,指数分布,泊松分布以及二项分布,考生需要掌握这些常见分布的定义和性质。

期望和方差的求解一般是直接利用公式求解,个别题需要先结合性质化简再计算,考生需要掌握相关公式并注意和常见分布的结合。

3. 线性代数

线性方程组的求解是线性代数考查的重点,每年都会考一道非齐次线性方程组求解的题目,而此类题目需以齐次线性方程组求解为基础,因此考生复习过程中要掌握非齐次方程组解的结构、求解方法和解答步骤。

由于线性代数各考点的关联性比较强,因此向量经常和线性方程组结合出题。经济类联考综合能力数学向量部分不考证明题,所以考生只需掌握线性相关性,线性表示以及极大无关组和秩的定义与性质。一般解答题常考与线性方程组结合的简单计算题,选择题偶尔会考查简单的推理题。

矩阵出题比较灵活,可以考选择题也可以考简单的计算题。常涉及的考点有加法乘法等基本运算,矩阵的转置,逆矩阵以及伴随矩阵的性质或应用。

(二)复习建议

结合考试的具体要求以及考生复习过程中常出现的问题,本书对考生的复习给出如下建议:

1. 重基础

任何数学考试都会强调基础,打好基础也是考生复习时首要的、根本的任务。相比考研数学,经济类联考综合能力数学部分更强调考生的基本能力,考题中基础题所占的比重更大。因此,考生在复习时一定要不要过多地强调难题和怪题,这样不仅浪费时间,还容易导致考生轻视基础,在考试中丢掉一些本身很容易拿到的分数。

2. 多做题

经济类联考综合能力的数学试题难度虽然不大,但是时间相对较少,对考生解题的速度要求较高。而考生要快速找到解题的突破口,提高解题的熟练度是没有任何捷径可走的,只能通过一定量的练习。在此,以往届数学高分学员最常用的一句经验分享与广大考生共勉:“无他,唯手熟尔。”

3. 重质量

相比其它学科,数学更强调复习的质量。数学考试的要求是要能够灵活地运用所学知识去分析

问题、解决问题,因此考生必须要在理解的基础上深入地掌握。例如一个定理,除了掌握定理的内容,还要深入分析定理成立的条件,应用的背景,定理能够推出来的常用结论等;再如一个解题方法,除了熟悉前后步骤如何进行,还要了解每一步的依据,用到的考点,或方法成立的前提条件。

4. 不间断

数学的复习需要考生通过持续不间断的练习来保持做题的“手感”,将最好的状态带到考场上。因此,数学全年的复习一定不能间断。到了复习的后期,复习情况比较好的考生可以根据自身的情况适当地减少数学复习的时间,但决不可完全间断数学的复习。每年都有很多前期复习情况很好,但由于后期的“战略性放弃”而在数学考试中遭遇滑铁卢的考生,希望备考的考生引以为鉴。

第一篇 微 积 分

WEIJIFEN

- 第一章 函数、极限与连续性
- 第二章 一元函数微分学
- 第三章 一元函数积分学
- 第四章 多元函数微分学

第一章 函数、极限与连续性

本章概述

函数是微积分的研究对象,极限是微积分的理论基础,微积分中所有的运算从本质上讲都是极限。本章是整个微积分学习的基础,是正确理解后续章节的关键。本章内容的学习可以分为以下三部分:

一是函数的相关知识,主要是函数的定义、性质以及常见的运算。要求理解函数的基本概念,掌握函数的常见运算及常见性质。

二是极限的概念、性质及运算。其中,极限的定义和性质是极限计算的基础,极限的运算是该部分内容的核心。

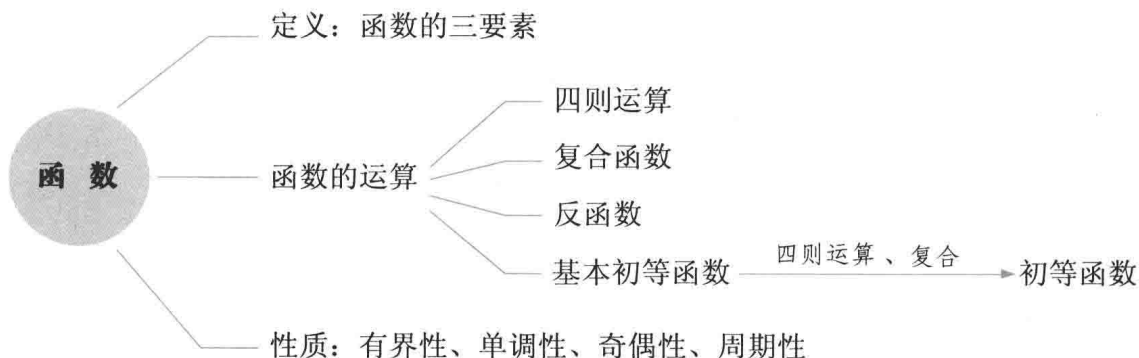
三是函数的连续性及间断点的定义与性质。函数的连续性是定义在极限的基础上的,掌握连续性的关键就是正确理解极限以及掌握极限的计算方法;间断点的分类也是依据函数左、右极限的不同情况而定的,计算出左、右极限再进行间断点及其类型的判别。

模块一:函数

第一节 知识精点

一、考点精点

(一) 考点结构图



(二) 考点大串讲

1. 函数的定义

设在某个变化过程中,有两个变量 x 和 y ,当变量 x 在它的取值范围 D (实数集)内变化时,变量 y 按照一定的规则 f 总有唯一确定的数值与之对应,则称 y 为 x 的函数,记作

$$y=f(x) \quad x \in D,$$

其中 x 称为自变量, D 称为定义域, y 称为因变量, f 称为对应关系,也称 $f(x)$ 为 x 的函数。当 x 在 D 内取值时,按照对应关系 f , y 的取值范围称为函数的值域,常记为 R_f 。在本书中,如果不作特别声明, x 、 y 均取实数。

注:①函数的三要素:定义域、对应关系、值域。在这三要素中,定义域和对应关系是最本质的,它们可以决定函数的值域。两个函数相同当且仅当它们的定义域和对应关系相同。

②函数的自变量与因变量取作什么符号是没有关系的,例如: $y=f(x)$, $x \in D$ 与 $u=f(t)$, $t \in D$ 可以看作是同一个函数。

2. 函数的性质

考点一 单调性

定义: 单调递增: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$;

单调不减: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ 。

类似地,可以定义单调递减和单调不增。

判定: (1) 利用定义(最基本的方法,但一般情况下比较麻烦)。

(2) 利用单调性的常用性质:

①假设函数 $f(x)$, $g(x)$ 均单调递增,则 $f(x) + g(x)$ 也单调递增;

②假设函数 $f(x)$, $g(x)$ 单调性相同,则 $f(g(x))$ 单调递增;

假设函数 $f(x)$, $g(x)$ 单调性相反,则 $f(g(x))$ 单调递减。

③常见函数及其单调区间:

函数	单调增区间	单调减区间
$y = x^2 + ax + b$	$\left[-\frac{a}{2}, +\infty\right)$	$\left(-\infty, -\frac{a}{2}\right]$
$y = e^x$	$(-\infty, +\infty)$	无
$y = \ln x$	$(0, +\infty)$	无
$y = \sin x$	$\left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right]$	$\left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right]$
$y = \cos x$	$[2k\pi - \pi, 2k\pi]$	$[2k\pi, 2k\pi + \pi]$

(3) 利用一阶导数的正负性: 设函数 $f(x)$ 在定义域 D 上可导, 则

若 $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ 单调递增;

若 $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f(x)$ 单调不减。

注:①类似地,可以讨论单调递减和单调不增。

②微积分对函数单调性的考查大多要结合导数来进行。

考点二 奇偶性

定义:偶函数: $f(-x) = f(x)$; 奇函数: $f(-x) = -f(x)$ 。

判定:(1)利用定义,也可以结合奇偶性的几何意义:偶函数的图象关于 y 轴对称,奇函数的图象关于原点对称。

(2)利用奇偶函数的性质:

①如果 $f_1(x), f_2(x)$ 都是奇函数(或偶函数),则对任意的常数 $k_1, k_2 \in \mathbf{R}, k_1f_1(x) + k_2f_2(x)$ 仍然是奇函数(或偶函数);

②如果 $f_1(x), f_2(x)$ 奇偶性相同,则 $f_1(x)f_2(x)$ 为偶函数;如果 $f_1(x), f_2(x)$ 奇偶性相反,则 $f_1(x)f_2(x)$ 为奇函数;

③常见的奇函数: $y = x^{2k+1}, y = \sin x, y = \tan x, y = \cot x, f(x) - f(-x)$;

常见的偶函数: $y = x^{2k}, y = \cos x, y = |x|, f(|x|), f(x) + f(-x), f(x)f(-x)$ 。

(3)利用微分学相关知识:

①设 $f(x)$ 可导,则若 $f(x)$ 是偶函数,则 $f'(x)$ 是奇函数;若 $f(x)$ 是奇函数,则 $f'(x)$ 是偶函数。

②设 $f(x)$ 连续,则若 $f(x)$ 是偶函数,则 $f(x)$ 的原函数中有且仅有一个是奇函数;若 $f(x)$ 是奇函数,则 $f(x)$ 的原函数都是偶函数。

考点三 周期性

定义: $f(x+T) = f(x)$, T 称为函数 $f(x)$ 的周期,在 $f(x)$ 的所有周期中,把其中最小的正数称为最小正周期。

判定:(1)利用定义。

(2)利用周期函数的常见性质:

①如果函数 $f(x)$ 以 T 为周期,则对任意的非零常数 $C, Cf(x)$ 仍然是以 T 为周期的周期函数, $f(Cx)$ 是以 $\frac{T}{|C|}$ 为周期的周期函数;

②如果函数 $f_1(x), f_2(x)$ 都以 T 为周期,则 $k_1f_1(x) + k_2f_2(x)$ 仍然是以 T 为周期的周期函数($k_1, k_2 \in \mathbf{R}$)。注意这时最小正周期有可能缩小,如 $f_1(x) = \cos 2x + \sin x, f_2(x) = \sin x$ 都以 2π 为最小正周期,但 $f_1(x) - f_2(x) = \cos 2x$ 以 π 为最小正周期;

③常见的周期函数及其最小正周期:

$y = \sin x, T = 2\pi; y = \cos x, T = 2\pi; y = \tan x, T = \pi; y = \cot x, T = \pi$ 。

(3)可导的周期函数其导函数仍为周期函数。

考点四 有界性

定义:若存在 $M > 0$,使得对任意的 $x \in D, |f(x)| \leq M$,则称 $f(x)$ 在区间 D 上有界。

判定:(1)利用定义,证明存在 $M > 0$,使得 $|f(x)| \leq M$ 对所有的 $x \in D$ 都成立。也可以分别证明 $f(x)$ 有上界和下界,也即存在 $m < M$,使得 $m \leq f(x) \leq M$ 对所有的 $x \in D$ 都成立;

(2)设 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在,则数列 $\{x_n\}$ 有界;假设 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在,则存在 $\delta > 0$,使得 $f(x)$ 在 $(a - \delta, a) \cup (a, a + \delta)$ 上有界;