



University Physics

大学物理 (第二版) 下册

主编 吴亚非

高等教育出版社

University Physics

大学物理 (第二版) 下册

主编 吴亚非

编者 (按音序排列)

李增智 梁麦林 刘新典

孟湛祥 吴亚非 杨红波

内容提要

本书为大学物理课程的教材,是依照教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)的要求,本着“概念准确、叙述简练、易教易学”的宗旨,对传统教材的内容进行了必要调整和整合后编写而成的。

本书分为上、下两册,并配有相应的学习指导书。上册内容包括:力学、气体动理论及电磁学;下册内容包括:振动、波动、几何光学、波动光学、狭义相对论、物质的波粒二象性、量子力学基础、固体的量子理论及原子核和粒子物理。

本书可作为高等学校非物理专业大学物理课程的教材,也可供社会读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 下册 / 吴亚非主编. -- 2版. -- 北京: 高等教育出版社, 2018.3

ISBN 978-7-04-049404-4

I. ①大… II. ①吴… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 025210 号

DAXUE WULI

策划编辑 李颖 责任编辑 李颖 封面设计 张志奇 版式设计 杜微言
插图绘制 杜晓丹 责任校对 刘丽娟 责任印制 田甜

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	三河市华润印刷有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787 mm×1092 mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	17.5	版 次	2015年3月第1版
字 数	430千字		2018年3月第2版
购书热线	010-58581118	印 次	2018年3月第1次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	35.30元

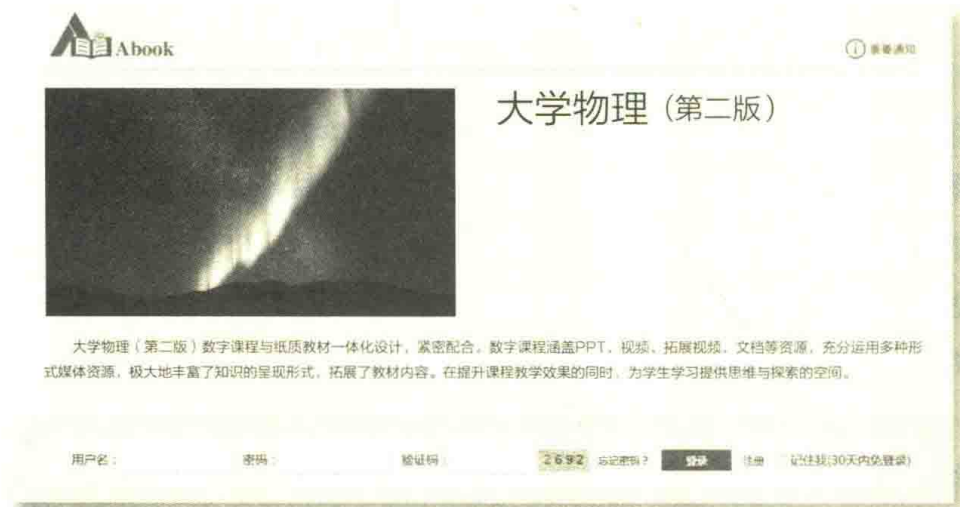
本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 49404-00

大学物理

(第二版)

主编 吴亚非

- 1 计算机访问<http://abook.hep.com.cn/1253941>, 或手机扫描二维码、下载并安装 Abook 应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号 (20 位密码, 刮开涂层可见), 或通过 Abook 应用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 单击“进入课程”按钮, 开始本数字课程的学习。



课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制, 部分内容无法在手机端显示, 请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题, 请发邮件至 abook@hep.com.cn。



精美教案



Discovery 视频



名家介绍



扫描二维码
下载 Abook 应用

<http://abook.hep.com.cn/1253941>

前言

“大学物理”不仅是高等院校中许多专业的基础课程,而且是一门启迪智慧、培养科学思维方法的重要课程。

物理学对客观事物的运动规律有着独特的科学分析方法,它善于从错综复杂的客观世界中,找出事物运动发展中最关键的要素,提炼出简洁而又代表其本质的物理模型,从总结其客观规律的“知其然”开始,向着“知其所以然”一路追踪下去,使整个宇宙在人们的眼前变成一幅越来越清晰的图像,为各种“创新”提供了思想的原动力。从而,物理学也形成了自己独特的、严谨的、科学的思维模式。

长期以来,天津大学先后编写并出版了多套适合多种学时的大学物理教材,这为今天新教材的编写奠定了良好的基础。为了适应当今科学技术的迅速发展,也为了配合高中课程改革的需要,编者严格遵照教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版),结合天津大学多年来积累的大学物理教学经验与体会,并参考了兄弟院校的同类教材,对我校原有教材进行了重新整合、修改,力图做到:概念准确、叙述简练、教师易教、学生易学。

本教材的编写工作得到我校教务处、理学院和物理系领导的关怀和支持,更有许多教师为本教材的编写做了大量的工作,谨在此对其一并表示真诚的感谢和崇高的敬意。

在本教材的编写工作中,孟湛祥负责第1章质点力学、第2章刚体力学基础的编写;刘新典负责第3章气体动理论、第4章热力学基础的编写;吴亚非负责第5章静电场、第6章恒定磁场、第7章电磁感应、第8章麦克斯韦方程组、第11章几何光学基础

的编写;李增智负责第9章振动、第10章波动、第12章波动光学的编写;梁麦林负责第13章狭义相对论、第14章物质的波粒二象性、第15章量子力学基础、第16章固体的量子理论、第17章原子核和粒子物理的编写。

由于水平有限,书中难免有不当之处,衷心希望广大的老师和学生对我们提出批评指正。

编者

2017年8月

目 录

第 9 章 振动	1	10.1.3 一维简谐行波的波函数	35
9.1 简谐振动	1	10.1.4 物体的弹性	40
9.1.1 简谐振动方程	1	10.1.5 波动动力学方程(波动微分 方程)	42
9.1.2 描述简谐振动特征的物理量	3	10.2 波的能量、能流密度	45
9.1.3 简谐振动的图示法—— 旋转矢量法	5	10.2.1 波的能量密度	45
9.1.4 简谐振动的能量	7	10.2.2 波的能流密度	47
9.1.5 其他简谐振动	9	10.2.3 波的吸收	48
9.2 阻尼振动	14	10.2.4 波的色散、群速度	49
9.2.1 两种阻尼	14	10.3 声波	51
9.2.2 阻尼振动方程	14	10.3.1 声波与声强	51
9.3 受迫振动	16	10.3.2 声强级	52
9.3.1 受迫振动方程	17	10.4 电磁波	54
9.3.2 共振	18	10.4.1 电磁波微分方程	54
9.4 简谐振动的合成	19	10.4.2 电磁波的产生	56
9.4.1 两个同方向同频率简谐 振动的合成	19	10.4.3 电磁波的性质	57
9.4.2 两个同方向不同频率简谐 振动的合成——拍	21	10.4.4 电磁波谱	60
9.4.3 两个方向相互垂直的简谐 振动的合成	23	10.5 惠更斯原理	61
9.5 振动的分解、频谱	25	10.5.1 惠更斯原理	61
思考题与习题	27	10.5.2 波的反射和折射	62
第 10 章 波动	33	10.6 波的干涉	64
10.1 波动方程、平面 简谐波	33	10.6.1 波的叠加原理	64
10.1.1 机械波的产生	33	10.6.2 简谐波的叠加与干涉	65
10.1.2 波面和波线	34	10.6.3 驻波	68
10.1.3 一维简谐行波的波函数	35	10.7 多普勒效应	74
10.1.4 物体的弹性	40	10.7.1 声波的多普勒效应	74
10.1.5 波动动力学方程(波动微分 方程)	42	10.7.2 光波的多普勒效应	75
10.2 波的能量、能流密度	45	10.7.3 冲击波	76
10.2.1 波的能量密度	45	思考题与习题	77
10.2.2 波的能流密度	47		
10.2.3 波的吸收	48		
10.2.4 波的色散、群速度	49		
10.3 声波	51		
10.3.1 声波与声强	51		
10.3.2 声强级	52		
10.4 电磁波	54		
10.4.1 电磁波微分方程	54		
10.4.2 电磁波的产生	56		
10.4.3 电磁波的性质	57		
10.4.4 电磁波谱	60		
10.5 惠更斯原理	61		
10.5.1 惠更斯原理	61		
10.5.2 波的反射和折射	62		
10.6 波的干涉	64		
10.6.1 波的叠加原理	64		
10.6.2 简谐波的叠加与干涉	65		
10.6.3 驻波	68		
10.7 多普勒效应	74		
10.7.1 声波的多普勒效应	74		
10.7.2 光波的多普勒效应	75		
10.7.3 冲击波	76		
思考题与习题	77		

第 11 章 几何光学基础	83	分辨本领	126
11.1 几何光学的基本实验		12.2.4 光栅衍射	128
定律和基本原理	83	12.2.5 X 射线的衍射	133
11.1.1 几何光学的基本实验定律		12.2.6 全息照相	134
和适用条件	83	12.3 光的偏振	138
11.1.2 全反射	84	12.3.1 自然光与偏振光	138
11.1.3 费马原理	85	12.3.2 起偏和检偏	139
11.2 单球面上的近轴成像	87	12.3.3 椭圆偏振光、圆偏振光与波片	145
11.2.1 基本概念和符号规则	87	12.3.4 偏振光的干涉	147
11.2.2 单球面折射	87	12.3.5 人为双折射	149
11.2.3 单球面反射成像	91	12.3.6 旋光现象	151
11.3 薄透镜	92	思考题与习题	152
11.3.1 薄透镜的种类	92	第 13 章 狭义相对论	157
11.3.2 近轴条件下薄透镜的物像		13.1 总论	157
公式	92	13.1.1 什么是相对论	157
11.3.3 薄透镜的光焦距、焦距	93	13.1.2 牛顿力学的时空观	158
11.3.4 高斯公式和牛顿公式	94	13.1.3 牛顿力学的相对性原理	159
11.3.5 横向放大率	95	13.1.4 电磁理论与伽利略变换的	
11.3.6 作图法	95	矛盾	160
思考题与习题	97	13.2 洛伦兹变换与狭义相对论的	
第 12 章 波动光学	98	时空观	161
12.1 光的干涉	98	13.2.1 狭义相对论的两个基本假设	161
12.1.1 相干光	98	13.2.2 洛伦兹变换(狭义相对论的坐标	
12.1.2 分波阵面法制备相干光	99	变换)	162
12.1.3 干涉条纹的对比度	105	13.2.3 狭义相对论的速度变换	164
12.1.4 时间相干性与空间相干性	106	13.2.4 狭义相对论的时空观	165
12.1.5 分振幅法制备相干光源——薄膜		* 13.2.5 因果律与信号传输的最大	
干涉	111	速度	171
12.2 光的衍射	119	13.3 相对论力学	172
12.2.1 惠更斯-菲涅耳原理	120	13.3.1 相对论质量和动量	173
12.2.2 单缝夫琅禾费衍射	121	13.3.2 相对论动能	173
12.2.3 圆孔衍射与光学仪器的		13.3.3 相对论的总能量和质能关系	174

13.3.4 质量亏损和结合能	176	第 15 章 量子力学基础	209
13.3.5 动量与能量的关系	178	15.1 物质波波函数的特性	209
附录 迈克耳孙-莫雷实验	179	15.1.1 自由粒子的波函数形式	209
思考题与习题	180	15.1.2 态叠加原理	211
第 14 章 物质的波粒二象性	182	15.1.3 不确定原理	212
14.1 黑体辐射与量子子	182	* 15.1.4 寿命与能级宽度	214
14.1.1 热辐射	182	15.2 薛定谔方程	214
14.1.2 黑体与黑体辐射	183	15.2.1 波函数的标准条件	215
14.1.3 用量子思想解释黑体辐射	185	15.2.2 量子力学的基本方程—— 薛定谔方程	215
14.2 光电效应与光子	187	15.2.3 一维定态薛定谔方程的求解	217
14.2.1 光电效应	187	15.3 一维定态系统	218
14.2.2 爱因斯坦的光量子(光子) 理论	188	15.3.1 一维无限深方势阱	218
14.2.3 光的波粒二象性概念	190	15.3.2 一维简谐振子	221
* 14.2.4 光电效应的研究进展及 应用	191	15.3.3 势垒贯穿	223
14.3 康普顿散射	192	15.3.4 隧道效应的现象与应用	225
14.3.1 康普顿散射实验	193	15.4 氢原子	226
14.3.2 光子与电子的碰撞	193	15.4.1 薛定谔方程	226
14.4 物质波与德布罗意关系	196	15.4.2 描述氢原子状态的三个 量子数	227
14.4.1 物质波	196	15.4.3 电子的概率分布 电子云	228
14.4.2 德布罗意关系	196	15.5 电子的自旋 原子的壳层 结构	231
14.4.3 物质波的实验证实——戴维孙和 革末实验	198	15.5.1 电子的自旋	231
14.4.4 物质波是概率波	199	15.5.2 泡利不相容原理	232
14.4.5 波动性和粒子性的 统一性	199	15.5.3 壳层结构 原子的电子组态	233
14.5 氢原子和玻尔的量子论	200	15.6 激光	235
14.5.1 原子的有核结构模型	200	15.6.1 光的吸收和发射	235
14.5.2 氢原子的光谱特性	202	15.6.2 粒子数反转及其实现	236
14.5.3 玻尔的量子论	203	15.6.3 光学谐振腔	238
思考题与习题	206	15.6.4 激光的特性与应用	238
		思考题与习题	239

第 16 章 固体的量子理论	241	17.2.1 核力的基本性质	252
16.1 晶体结构	241	17.2.2 原子核的结合能	253
16.1.1 晶格	241	17.3 原子核反应	254
16.1.2 几种常见的晶格结构	241	17.3.1 核反应的一般概念	254
16.2 晶体的能级特点——能带	242	17.3.2 原子核的裂变	255
16.2.1 电子运动的描述	242	17.3.3 原子核的聚变	256
16.2.2 从能级到能带	243	17.4 粒子物理的形成和发展	257
16.2.3 导体、半导体和绝缘体的能带特点	244	17.4.1 粒子物理的形成	257
16.2.4 能带理论的局限性	245	17.4.2 四种基本相互作用	258
16.3 p 型和 n 型半导体	246	17.4.3 粒子的分类	259
16.3.1 p 型半导体	246	17.5 守恒量	261
16.3.2 n 型半导体	246	17.5.1 同位旋	261
思考题与习题	247	17.5.2 重子数	262
第 17 章 原子核和粒子物理	248	17.5.3 轻子数	262
17.1 原子核的基本特性	248	17.5.4 奇异数	262
17.1.1 原子核的组成	248	17.6 强子结构的夸克模型	263
17.1.2 原子核的大小	249	17.6.1 三种夸克的夸克模型	263
17.1.3 原子核的自旋与磁矩	249	17.6.2 夸克的“颜色”量子数	265
17.1.4 原子核的放射性	250	17.6.3 更多夸克的发现	265
17.1.5 原子核的稳定性	251	17.6.4 相互作用力的统一	267
17.2 核力	252	思考题与习题	268
		各章思考题与习题参考答案	269

第9章 振 动

就运动形态而言,物质的运动可以分为机械运动、热运动、电磁运动等;而就运动形式而言,物质的运动又可以分为平动、转动和振动等。振动是物质的一种基本运动形式。自然界中到处都存在着振动。例如,一切正在发声的物体都在振动,人的心脏有规律的跳动也是振动,机器的运转、海浪的起伏以及地震也都是振动。同样,交流电路中的电流和电压也在振动,即使晶体中的原子也都在不停地振动着。物体在某一位置(通常是平衡位置)附近所做的周期性的往复运动称为机械振动。本章主要讨论机械振动的特征和规律。

振动的基本特征之一是其周期性。广义地说,任何一个物理量随时间的周期性的变化都称为振动。例如,电磁场中的电场强度和磁感应强度都可能随时间做周期性的变化,这种振动称为电磁振动或电磁振荡。各种振动形式的机理虽然不尽相同,但都有着类似的规律性,可以用同一类数学方程来描述。因此,研究一种振动形式的规律,有助于理解其他振动形式的规律。振动有简单和复杂之别,最简单的振动是简谐振动。它也是最基本、最重要的振动。任何复杂的振动都可以认为是由许多简谐振动合成的。

- 9.1 简谐振动
 - 9.2 阻尼振动
 - 9.3 受迫振动
 - 9.4 简谐振动的合成
 - 9.5 振动的分解、频谱
- 思考题与习题

9.1 简谐振动

9.1.1 简谐振动方程

简谐振动可以用一个弹簧振子来演示。如图9-1所示,将质量为 m 的物体(可视为质点)系于一端固定弹簧的自由端,放置于光滑水平面上,当弹簧的质量忽略不计时,该系统就构成了一个弹簧振子。将物体沿水平方向自平衡位置移开一些距离(以使



文档:简谐振动

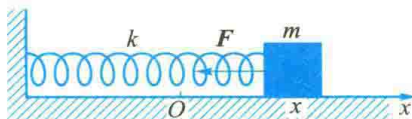


图 9-1 弹簧振子的简谐振动

弹簧产生形变)后释放,物体便在水面上做往来的自由振动。

为了描述这种自由振动,可以沿水平方向建立一个坐标轴 x ,用来描述物体所在的位置。将坐标原点 O 设定在弹簧的松弛位置,即弹簧松弛时自由端所在的位置,在此位置处,物体所受的合外力为零。由于在这一位置处物体所受合外力为零,所以该位置也称为平衡位置。

当物体离开平衡位置的位移为 x 时,物体所受的合外力即为弹簧的弹性力。依据胡克定律,此力可以表示为

$$F = -kxi$$

考虑到该弹簧谐振子是在一维空间的运动,所以上式可以写成

$$F = -kx$$

式中 k 是弹簧的劲度系数。由上式可知,物体所受的合外力与物体离开平衡位置的位移成正比,方向与位移方向相反,始终指向平衡位置,习惯上称这种力为线性恢复力或线性弹性力。线性恢复力是物体做简谐振动的根本原因。

依据牛顿运动定律 $F = ma$,在一维情况中: $F = ma$ 。考虑到在该系统中,物体所受的只有线性恢复力,即 $F = -kx$ 。并考虑到加速度可以表示为 $a = \frac{d^2x}{dt^2}$,于是可以得到以微分方程形式表示的简谐振动的牛顿运动定律

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

整理后可以写成

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

为了求解上式,将变量 x 前的常系数用 ω_0^2 来代替,即 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 。

于是得到

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (9.1.1)$$

通常称 ω_0 为简谐振子的角频率、固有频率或简谐振动的圆频率。由于上式来自于牛顿第二定律,所以也称之为简谐振动的动力学方程。从数学角度上来说,方程(9.1.1)又称为简谐振动的微分方程,或二阶常系数线性微分方程。若分析任何物理量的运动也能得出类似这样的方程,就可以断定,这种物理量的运动是一种简谐振动。

由现有的数学方法,可以将微分方程(9.1.1)的解写成正弦、余弦、复数等函数形式,本书采用余弦函数形式,其解可以

写为

$$x = A \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (9.1.2)$$

在数学上认为式中 A 、 ϕ 是求解微分方程所得到的待定常量,在物理中分别称 A 、 ϕ 为振幅和初相位。

由简谐振动表达式(9.1.2)可以得到做简谐振动物体的速度和加速度

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \phi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (9.1.3)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \phi) = -\omega_0^2 x \quad (9.1.4)$$

以上两式表明,做简谐振动物体的速度、加速度也是以余弦(或正弦)函数形式变化的,因而其速度和加速度也在做简谐振动。式(9.1.4)还表明,做简谐振动的物体的加速度与位移成正比,方向与位移相反,这无疑是弹性(合外力)所导致的必然结果。为了使简谐振动的特征更加清晰,下面进一步讨论式(9.1.2)中各物理量所表示的物理意义。

9.1.2 描述简谐振动特征的物理量

1. 振幅 A

振幅是振动物体离开平衡位置的最大位移,反映振动强弱程度。在国际单位制中,简谐振子振幅的单位是 m(米)。

2. 角频率 ω

在一般情况下,角频率用 ω 表示,角频率表征振动的快慢程度及周期性。角频率越大,振动越快。同时也可以每秒物体振动的次数——频率 ν 或物体完成一次全振动所用的时间——周期 T 来表征物体振动的快慢程度及周期性。它们与角频率 ω 的关系为

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (9.1.5)$$

在国际单位制中,角频率 ω 的单位为 $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (弧度每秒);周期 T 的单位为 s(秒);频率 ν 的单位为 s^{-1} (每秒),即 Hz(赫兹)。

振动系统做自由振动时,都是以振动系统的固有角频率 ω_0 (或固有频率 ν_0 、固有周期 T_0) 振动。任何振动系统都有决定振动系统本身性质的固有角频率 ω_0 ,它可以通过对振动系统所建立的形式如式(9.1.1)的简谐振动动力学方程而得到。例如弹簧谐振子的固有角频率 ω_0 为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (9.1.6)$$

相应的固有频率 ν_0 和固有周期 T_0 分别为

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (9.1.7)$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (9.1.8)$$

3. 相位 $\omega_0 t + \phi$

$\omega_0 t + \phi$ 称为振动系统在时刻 t 的相位, 其中 ϕ 是振动系统在时刻 $t=0$ 时的相位, 称为初相位。相位的单位为 rad(弧度)。相位 $\omega_0 t + \phi$ 既出现在简谐振动的表达式(9.1.2)中, 也出现在速度、加速度的表达式(9.1.3)和式(9.1.4)中, 因此, 已知相位便可确定振动物体的振动状态, 所以相位是一个非常重要的物理量。在振动的描述中, 相位是相对的, 重要的是相位差的概念。相位差反映了两个振动步调上的差异。比较式(9.1.2)、式(9.1.3)和式(9.1.4)可知, 做简谐振动的物体速度超前其位移 $\pi/2$ 相位, 或称位移滞后速度 $\pi/2$ 相位; 而加速度与位移反相位。依据相位 $\omega_0 t + \phi$, 可以进一步理解角频率 ω_0 的含义。角频率是相位的时间变化率, 角频率越大, 相位随时间变化得就越快, 因而物体振动得越快。在振动过程中, 相位 $\omega_0 t + \phi$ 随时间做周期性的变化, 相位每变化 2π , 振动的物体就完成一次全振动。

振动的表达式中有几个参量, 怎么确定它们?

振幅、角频率和初相位是描述简谐振动的三个重要物理量。知道了这三个物理量, 就可以完全确定振动系统在任一时刻的运动状态。通常称振幅 A 、角频率 ω_0 和初相位 ϕ 为描述简谐振动的三个特征物理量。

一个做简谐振动的系统, 它的固有角频率 ω_0 由式(9.1.1)确定。对于弹簧谐振子, 则由式(9.1.6)所确定。但振动系统的振幅 A 和初相位 ϕ 则因初始时刻物体的运动状态(位移和速度)不同而有所不同, 所以知道了振动系统的固有角频率 ω_0 后, 可由 $t=0$ 时刻物体的运动状态来决定振动系统的振幅 A 和初相位 ϕ 。

把 $t=0$ 代入式(9.1.2)和式(9.1.3)得

$$x_0 = x \Big|_{t=0} = A \cos \phi$$

$$v_0 = v \Big|_{t=0} = -\omega_0 A \sin \phi$$

由以上两式可以得到

$$A = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega_0)^2} \quad (9.1.9)$$

$$\tan \phi = -\frac{v_0}{\omega_0 x_0} \quad (9.1.10)$$

式中, x_0 和 v_0 表示 $t=0$ 时刻弹簧谐振子的位移和速度, 称为初始条件。由式(9.1.9)和式(9.1.10)即可求出弹簧谐振子的振幅和初相位, 就可以完全确定简谐振动的位移和时间的函数关系, 从而也就完全确定了该简谐振动。

利用三角函数与复数的关系, 简谐振动也可以表示为

$$x = Ae^{i(\omega_0 t + \phi)} \quad \text{或} \quad x = A'e^{i\omega_0 t} \quad (9.1.11)$$

式中, $A' = Ae^{i\phi}$ 也是复数, 称为复振幅。

复振幅是一个不含时间的物理量, 因此它是由初始条件决定的, 采用复振幅表示的优点是, 它不仅包括了振幅, 还包括了初相位。复振幅综合反映了简谐振动的振幅和初相位的信息。应该注意, 由于采用了余弦函数表示简谐振动, 所以式(9.1.11)只有实部有意义。

9.1.3

简谐振动的图示法——旋转矢量法

为了直观地表示简谐振动, 可以采用图示法。如图 9-2 所示, 以时间 t 为横坐标轴, 位移 x 为纵坐标轴, 可将式(9.1.2)中简谐振动的 $x(t)$ 函数关系描绘出来, 称为振动曲线, 图中还画出了相应的 $v(t)$ 曲线和 $a(t)$ 曲线。

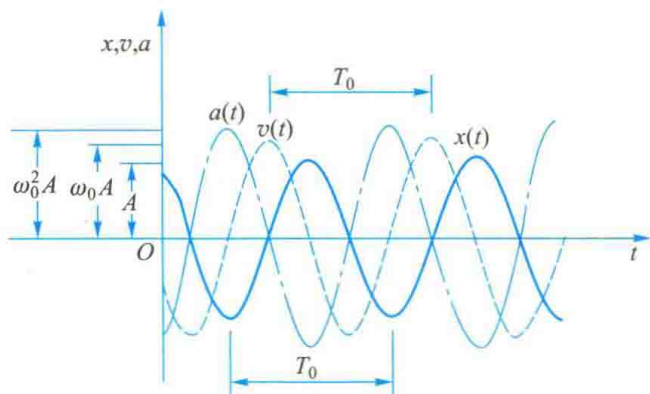


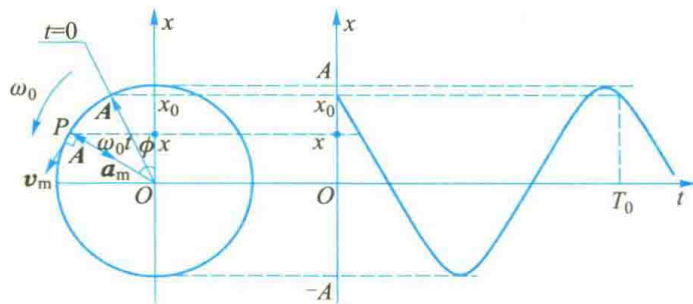
图 9-2 用曲线表示简谐振动

简谐振动还可以用旋转矢量来表示。如图 9-3 所示, 自坐标原点画一条长度等于振幅 A 的矢量 A , 开始时 ($t=0$), 让矢量 A 与 x 轴的夹角等于振动的初相位 ϕ , 令矢量 A 以角速度 ω_0 绕坐标原点 O 沿逆时针方向旋转, 则 t 时刻 A 在 x 轴上的投影就表示振动的位移 x 。这种表示简谐振动的方方法称为旋转矢量法。

旋转矢量 A 表示了简谐振动的三个特征物理量 A 、 ω_0 和 ϕ , 它的端点 P 在坐标轴上的投影描绘了简谐振动。端点 P 做匀速

旋转矢量法中的圆周是真实的粒子运动轨迹吗?

图 9-3 用旋转矢量的投影表示简谐振动



圆周运动,其运动轨迹是一个圆,因此旋转矢量法又叫参考圆法。另外,由端点 P 的线速度 v_m 在 x 轴上的投影也可以描绘简谐振动的速度随时间的变化情况;由端点 P 的向心加速度 a_m 在 x 轴上的投影,还可以描绘做简谐振动的物体的加速度随时间的变化情况。旋转矢量法在确定简谐振动的初相位及进行简谐振动的合成时特别有用。

在历史上,意大利著名物理学家伽利略用他自制的望远镜在 1610 年发现了木星的四颗卫星。根据伽利略的观测资料,在地球上的观察者看来,卫星做简谐振动。由简谐振动与匀速圆周运动的关系可以判断,这些卫星在绕木星做匀速圆周运动。这是简谐振动与匀速圆周运动之间密切关系的很好实例。

例题 9-1

把两个劲度系数分别为 $k_1 = 3 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 和 $k_2 = 1.5 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 的轻质弹簧串接在一起,一端固定,另一端与一质量为 $m = 0.1 \text{ kg}$ 的小物块相连,置于光滑水平台面上,如图 9-4 所示。把物块自平衡位置拉开一段距离后释放,物块将在平衡位置附近往复运动。问:(1) 物块的运动是否为简谐振动;(2) 设 $t = 0$ 时,物块位于 $x_0 = 4 \text{ cm}$ 处,此时速度为 $v_0 = 300 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$,写出物块的运动表达式;(3) 求物块从初始 ($t = 0$) 状态运动到 $x_1 = 4 \text{ cm}$, $v_1 = -300 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 的状态所需的最短时间。

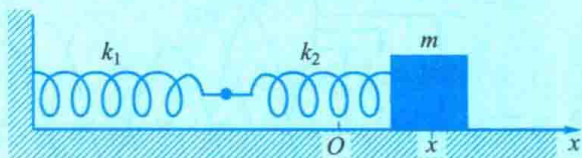


图 9-4 例题 9-1 图

解:(1) 以平衡位置,即两弹簧均未发生形变的位置作为坐标原点 O ,建立如图 9-4 所示的坐标系。当物块的位置坐标为 x 时,设弹簧 k_1 的形变为 x_1 ,弹簧 k_2 的形变为 x_2 ,则有

$$x = x_1 + x_2$$

忽略弹簧本身的质量,由两个弹簧受力分析可知

$$k_1 x_1 = k_2 x_2$$

把两个弹簧的组合视为一个弹簧,其等效劲度系数为 k ,则有

$$kx = k_1 x_1 = k_2 x_2$$

以上三个方程联立,可以得出等效劲度系数为

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

由于 k_1 和 k_2 均为常量,所以 k 也是常量,其值为

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{3 \times 10^3 \times 1.5 \times 10^3}{3 \times 10^3 + 1.5 \times 10^3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} = 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

由以上分析可知,物块在运动过程中,所受的合外力为线性恢复力 $F = -kx$,因此可以判断出,物体所做的运动是简谐振动。

(2) 设物块的运动表达式为

$$x = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$

式中,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10^3}{0.1}} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{300}{100}\right)^2} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \phi &= \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right) = \arctan\left(-\frac{300}{100 \times 4}\right) \text{ rad} \\ &= -0.64 \text{ rad} \end{aligned}$$

因此,所求物块的运动表达式为

$$x = 5 \cos(100t - 0.64) \text{ (cm)}$$

(3) 设所需的最短时间为 t_1 。由旋转矢量法很容易判定,与 $x_1 = 4 \text{ cm}$ 、 $v_1 = -300 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 的状态相应的相位应为 $\phi_1 = 0.64 \text{ rad}$,依题意有

$$\omega_0 t_1 - 0.64 = 100t_1 - 0.64 = 0.64 \text{ (rad)}$$

由此得出

$$t_1 = \frac{0.64 + 0.64}{100} \text{ s} = 1.28 \times 10^{-2} \text{ s}$$

9.1.4 简谐振动的能量

振动系统具有能量。现仍以图 9-1 所示的水平放置的弹簧谐振子为例来讨论简谐振动系统的能量问题。当物体的位移为 x ,速度为 v 时,系统的弹性势能 E_p 和动能 E_k 分别为

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \phi)$$

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi) = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)$$

因此,弹簧谐振子的总机械能为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \quad (9.1.12)$$

由此可知,弹簧谐振子的总机械能是一个不随时间变化的常量,即系统的机械能守恒。这也是简谐振动的一个显著的特征。

式(9.1.12)还表明,弹簧谐振子的总能量与振幅的平方成正比。这一结论对其他的简谐振动也是正确的。振幅不仅给出了简谐振动的运动范围,而且还反映了振动系统总能量的大小,