



让每一位学生分享高品质教育



5年高考 3年模拟

WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI

理数

学生用书

北京市语文特级教师徐克兴如此评价：5·3实为高考科学备考领军之作，集学考之精粹，成名世之奇书，有助于迅速提高考试成绩。

北京市数学特级教师乔家瑞如此评价：谁选用了5·3，谁就选择了一条正确的复习道路；

谁选用了5·3，谁就掌握了科学的复习方法；谁选用了5·3，谁就会取得理想的高考成绩。



首都师范大学出版社
文化藝術出版社



让每一位学生分享高品质教育



5年高考 3年模拟

WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI

理数 学生用书

- 丛书主编：卫 鑫
- 丛书策划：曲一线
- 专家顾问：徐克兴 乔家瑞 齐平昌 洪安生 刘振贵 王永惠 康振明 李秉国 王树声
- 本册主编：蒋会乾 梁圣文
- 副 主 编：侯相山 杨春风 余孔智 黄花敏 张心诚 徐海宽 王占连 翟巧红
- 编 委：屈秋敏 刘涛泽 马晓敏 郑丽敏 侯冰芳



首都师范大学出版社
文化艺术出版社

图书在版编目(CIP)数据

五年高考三年模拟·理科数学/卫鑫主编. —北京:文化艺术出版社,2004

(5·3 金典)

ISBN 978-7-5039-2545-0

I. 五… II. 卫… III. 数学课—高中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 036722 号

五年高考三年模拟·理科数学

(5·3 金典)

主 编 卫 鑫

责任编辑 丁 晖

版式设计 曲一线

出版发行 首都师范大学出版社

文化艺术出版社

地址:北京市西三环北路 105 号 100037

地址:北京市朝阳区惠新北里甲1号 100029

经 销 新华书店

印 刷 北京振兴源印务有限公司

版 次 2008 年 2 月北京第 5 版

2008 年 2 月北京第 1 次印刷

开 本 890 × 1240 毫米 1/16

印 张 27.5

字 数 1100 千

书 号 ISBN 978-7-5039-2545-0/G · 406

定 价 43.00 元

版权所有,侵权必究。印装错误,随时调换,请与 13311185353 联系退换。

第22届教师节“好书教师评”活动揭晓 最终入选书目

最有价值的5本教辅类图书：

《5年高考3年模拟》系列丛书
《5·3金卷》系列丛书

首都师范大学出版社曲一线编辑部
首都师范大学出版社曲一线编辑部



中国图书商报

2006年助学读物 评比揭晓



曲一线科学备考专家顾问团



徐克兴

北京四中语文特级教师
北京四中语文教研组长

5年高考3年模拟是最新的、代表语文界最高水平的。本书内容丰富、体例精当、解详明、操作方便，有助于迅速提高学习成绩。本书体现了新课标的思想，新考纲的精神。



乔家瑞

北京市数学特级教师
数学奥林匹克高级教练

本书体现了做书人的智慧和水平，是教师进行教学的得力助手，是高考总复习不可或缺的教辅用书。



齐平昌

北京四中英语高级教师
北京四中高考英语专家

本书是可以和新东方托福考试用书相媲美的高考首选用书。



洪安生

北京市物理特级教师
中央电视台主讲教师

内容丰富，结构合理，符合高三总复习阶段学生学习的规律，既可作为复习用教材，也可作为课外自学书使用。



刘振贵

北京市化学特级教师
中央电视台主讲教师

本书是一本优秀的教辅读物，是广大教师和学生认定的一个品牌。



王永惠

北京市生物特级教师
中央电视台主讲教师

本书是能够全面提升考生能力的高考总复习资料。



康振明

北京市政治特级教师
中央电视台主讲教师

该书有六个优势：科学性、全面性、导向性、连续性、可读性、可操作性。该书是目前唯一一本将课程标准、中学教材、高考大纲统一起来的好书，内容科学、准确、规范，形式丰富多彩、生动活泼。



李秉国

北京市历史特级教师
中央电视台主讲教师

对中学历史总复习的指导及课堂教学有极高的参考价值。



王树声

北京市地理特级教师
中央电视台主讲教师

内容丰富，题目设计立意独特、情景新颖、设问灵活。

防伪查询说明

1. 刮开书上的全国电码防伪标签，输入防伪码发送手机短信，移动用户发送短信GZA 空格 防伪码到1066950178；联通用户发送短信TP 空格 防伪码到106698832525，等待回信。如为正版图书，赠送曲一线高考网“超级会员卡”一张。
2. 查询后如果提示为非正版图书或封面无防伪标志，请及时拨打电话 010-63735353进行核实登记。并将该书寄至：北京市100176信箱09分箱 邮购部（收） 邮编：100176，您将及时得到正版图书并获得意外的奖励。如提供有效的打击盗版线索，有重奖。
3. 短信防伪查询1元/条，不含基础通信费。
4. 本次活动最终解释权归曲一线所有。

>>>>> 快 速 服 务 通 道 <<<<<<

**24小时
服务电话** **010-63735353** **13311185353**

>>>>>>>>>> 邮 购 <<<<<<<<<<<

邮购电话：010-63721441 010-63735353	邮编：100176
邮购地址：北京市100176信箱09分箱 邮购部收	
邮购说明：全部加收10%邮资。	
注意事项：汇款单上请务必写清详细地址、邮编和联系电话，以便图书迅捷准确地送达。	

高考开放式作文	定价32.00	中考开放式作文	定价32.00	5年高考满分作文	定价19.00	5年中考满分作文	定价23.00
语言天使	定价15.00	高考英语脱口秀	定价29.00	高考英语词汇秀	定价29.00	高考英语阅读秀	定价12.00
高考英语语法秀	定价15.00	高考英语表达秀	定价18.00	高中文言文全解全练	定价25.00	初中文言文全解全练	定价25.00

2009A版《5年高考3年模拟》·学生用书

江苏省专用		语文	定价49.00	数学	定价49.00	英语	定价49.00	物理	定价43.00
历史	定价43.00								
新课标版		语文	定价49.00	文数	定价49.00	理数	定价49.00	英语	定价49.00
物理	定价39.00	化学	定价46.00	生物	定价43.00	政治	定价36.00	历史	定价43.00
地理	定价43.00	文科全套定价269.00元		理科全套定价275.00元					
人教大纲版		语文	定价43.00	文数	定价43.00	理数	定价43.00	英语	定价39.00
物理	定价39.00	化学	定价39.00	生物	定价38.00	政治	定价38.00	历史	定价38.00
地理	定价38.00	文科全套定价239.00元		理科全套定价241.00元					

2009A版、B版《5年高考3年模拟》·教师用书

语文	定价60.00	文数	定价60.00	理数	定价60.00	英语	定价60.00	物理	定价60.00
化学	定价60.00	生物	定价60.00	政治	定价60.00	历史	定价60.00	地理	定价60.00

《5年高考3年模拟》新课标同步系列

新课标同步（必修5）		语文(人教版)	定价16.00	数学(人教A版)	定价16.00	英语(人教版)	定价16.00		
新课标同步（必修1）		语文(人教版)	定价13.80	语文(苏教版)	定价15.80	数学(人教A版)	定价14.80	数学(人教B版)	定价14.80
数学(苏教版)	定价14.80	英语(人教版)	定价14.80	英语(外研版)	定价13.80	英语(译林版)	定价12.80	物理(人教版)	定价14.80
化学(人教版)	定价14.80	化学(苏教版)	定价14.80	生物(人教版)	定价15.80	政治(人教版)	定价17.80	历史(人教版)	定价17.80
历史(岳麓版)	定价15.80	地理(人教版)	定价14.80						
新课标同步（必修2）		语文(人教版)	定价16.00	语文(苏教版)	定价19.00	数学(人教A版)	定价18.00	数学(人教B版)	定价18.00
数学(苏教版)	定价19.00	英语(人教版)	定价13.00	英语(外研版)	定价13.00	英语(译林版)	定价9.00	物理(人教版)	定价16.00
化学(人教版)	定价15.00	化学(苏教版)	定价15.00	生物(人教版)	定价19.00	政治(人教版)	定价18.00	历史(人教版)	定价16.00
历史(岳麓版)	定价16.00	地理(人教版)	定价16.00			新课标同步（必修4）		数学(人教A版)	定价16.00
新课标同步（必修3）		语文(人教版)	定价16.80	语文(苏教版)	定价21.80	数学(人教A版)	定价14.80	数学(人教B版)	定价16.80
数学(苏教版)	定价12.80	英语(人教版)	定价12.00	英语(外研版)	定价15.00	英语(译林版)	定价12.00	生物(人教版)	定价19.80
政治(人教版)	定价16.80	历史(人教版)	定价15.00	历史(岳麓版)	定价19.80	地理(人教版)	定价18.80		

《高中习题化知识清单》（第3次修订）

语文	定价48.00	数学	定价42.00	英语	定价48.00	物理	定价48.00	化学	定价42.00
生物	定价30.00	政治	定价30.00	历史	定价42.00	地理	定价42.00	英语必考词3500	定价30.00

《5·3金卷——3年高考模拟试卷整编》

语文	定价16.00	文数	定价16.00	理数	定价16.00	英语	定价16.00	物理	定价16.00
化学	定价16.00	生物	定价16.00	政治	定价16.00	历史	定价16.00	地理	定价16.00

《5·3金卷——5年高考真题详解》

语文	定价13.80	文数	定价14.80	理数	定价16.80	英语（含听力）	定价36.80	物理	定价9.80
化学	定价9.80	生物	定价7.80	政治	定价10.80	英语（不含听力）	定价16.80	历史	定价10.80
								地理	定价10.80

《高考1号文件》

语文	定价26.00	文数	定价26.00	理数	定价26.00	英语	定价26.00	物理	定价20.00
化学	定价20.00	生物	定价20.00	政治	定价20.00	历史	定价20.00	地理	定价20.00

5·3 金典导读图示

以考点为核心 · 以训练为主线 · 以彻悟为目标 · 以探究为重点

内部结构

内容提要

使用说明

五年高考



优化整合2004~2008年最新高考试题
麻雀式解剖高考试题的最新命题技巧



破解高考试题
认识命题技术

规律方法



总结命题规律探究命题趋势
归纳复习解题记忆思维方法



掌握规律方法
以不变应万变

知识清单



全息式呈现高考所有的知识点能力点
习题化设计菜单式归类科学巧妙编排



夯实基础知识
重复巩固提高

三年模拟



淘金式精选2006~2008年优秀模拟试题
题组式优化设计大容量立体探究性测试



提升解题能力
培养敏锐题感

智力背景



全方位构建学生智力平台
创新式拓展学生知识视野



提高综合素质
培养学习兴趣

答案全解



规范解答试题 科学解析试题
点拨解题关键 警示解题误区



总结答题策略
学会规范答题

5年高考3年模拟 全面提升高考成绩

重奖举报盗版电话：010-63735353

诚聘英才作者 诚征优秀书稿

曲一线编辑部怀揣对教育事业的热爱，依靠对教育教学改革的敏锐把握，凭借经验丰富的教师团队，使《5年高考3年模拟》等书逐渐成为教辅市场的一面旗帜。为了不断进步，打造更实用更完美的图书品牌，曲一线诚邀全国高初中名师加盟，诚征高初中优秀教辅书稿。

加盟曲一线，真诚到永远！

凡加盟者可享受如下优惠：1 稿酬从优，结算及时。2 参编者一律颁发荣誉证书。3 参编者将免费获得曲一线提供的各种图书资料 and 培训机会。

来信请寄：北京市100176信箱09分箱 总编室收
邮编：100176 邮箱：bjexian@126.com

请在信封上注明“应聘作者”

请沿此虚线剪下寄回

2009《5年高考3年模拟·大纲A版》读者反馈表

亲爱的读者：

您好！感谢您使用《5年高考3年模拟》系列丛书，感谢您对我们的大力支持！

为进一步提高图书质量，请您把使用过程中发现的不足和建议反馈给我们，我们将会认真对待您的每一条意见，并用心把书做得更好。作为真诚的回报，凡来信提出宝贵意见的读者，我们将赠送曲一线高考网站“超级会员卡”一张。

您的进步是我们的希望，您的成功是我们的欣慰。

来信请寄：北京市100176信箱09分箱 总编室收
邮编：100176 邮箱：bjexian@126.com

请在信封上注明“读者反馈”

姓 名	电 话	邮 箱	科 目
通信地址		邮 编	
错误记录			
主要不足			
主要优点			

轻轻地告诉你

Qingqing de gaosu ni

朋友，我正看着你呢，你也正看着我。

我不是一幅色彩缤纷、线条优美的画卷，也许不能让你感受生活的美妙、世界的神奇；

我不是一曲余音绕梁、三日不绝的仙乐，也许不能让你领悟高山的淳朴、流水的真挚。

我只是一行行前人的足迹，引领你登上书山的峰顶；

我只是一句句殷切的叮咛，提醒你拾起遗漏的点滴。

啊，朋友！

其实，我是一页页在久久期待，期待着能与你晤谈的文字。

我给予你的，是需要你辛勤劳作的土地。

我爱你，我对所有的学子充满敬意：你最辛苦，因此你也最美丽。

我爱你，你的勤奋、刻苦、拼搏、进取，将成为我永久的记忆。

我想对你说，拥抱明天，需要你学会做人、学会学习、学会生存，也需要你付出百倍努力，学会考试！

我想对你说，考试就意味着竞争，考试就意味着较量，考试就意味着选拔，考试就意味着优胜劣汰。

考试需要有健康的体魄和挺拔的心理，考试更需要有坚韧的毅力和顽强的斗志。

我想对你说，我可能有点丑陋，只是一本毫无表情的普普通通的书，但我的字里行间，流淌着无数老师的良苦，蕴蓄着无数专家学者的睿智。

五年高考 这是多少命题专家的心血啊，这是多少命题学者的汗滴。这是智慧的结晶，这是精心的设计，这是苦心的创作，这是优美的诗句。洞悉高考试题及命题规律就等于抓住了上帝的一只手，就等于揭开了上帝手中的谜底！

规律方法 这是许多应试专家的探究，这是许多一线老师的秘笈，这是每一位考生必须熟悉的最权威最准确的高考信息。达尔文说：“最有价值的知识是关于方法的知识。”掌握科学的复习方法吧，你将事半功倍，你将拥有制胜的利器！

知识清单 这是千万老教师的经验，这是无数成功者的累积。这是最系统的归纳，这是最科学的设计。将学科知识设计成习题，便于你在练习中实现对学科基本概念、基本知识的理解和记忆，实践证明，这是进行基础训练的最好方式。你要记死，不要死记。

Qingqing de gaosu ni

三年模拟 这是全国一线教师团结起来跟命题人的较量，是命题人不得不阅读的重要信息，也是命题人灵感的发源地。你要精心地去练习，探索个中就里。

智力背景 这是知识的拓展，这是能力的延伸，这是智慧的加油站，这是高考的动力臂。如果拥有这个支点，你将会拥有解决所有问题的妙计。

我想对你说，我正迫不及待地走向你。因为你拥有了我，我就拥有了你。你拥有了我，你就多了一份慰藉；我拥有了你，我就多了一份欣喜。

我想对你说，请把我介绍给所有认识你的人，你的成功，你的终生受益是我的唯一。

我想对你说，我虽不是什么“灵丹妙药”，但如果你掌握了我给你讲的应试技巧，你确能“妙手回春”。

我虽不是什么“金钥匙”，却能开启你通往理想王国的大门。

我虽不是什么“救生符”，却是你在短时间内走向成功的阶梯。

我想对你说，军号已经吹响，钢枪正需擦亮，高考正向你走来，东方已露出曙光。时间，不允许你再犹豫；空间，不允许你再逃避。

你和所有人一样都站在同一条起跑线上，既然，天才不常有，蠢材也罕见，既然，智慧就在你的脑袋里，那么，面对高考，你只有充满自信和乐观，决不能留下遗憾和叹息。

我想对你说，不再回头的，不只是那古老的辰光，也不只是那些个夜晚的群星和月亮，还有你的青春在流逝。青春，这是上帝赋予你的无限高贵的礼品，青春充满着力量、信心和希冀。

请把烦恼和无奈抛给昨天，面对挑战，无论是输是赢，你都须全身心地投入，向着既定的目标冲刺！

我想轻轻地告诉你，所有的人，都在祝福着你。

你向上看，上面写着，我永远祝福你；你向后看，后面写着，我永远祝福你。这一点毫不怀疑。

朋友，你正看着我呢，我也正看着你。

Contents

目 录

第一章 集合与简易逻辑	(1)
§ 1.1 集合与集合运算	(1)
§ 1.2 逻辑联结词与四种命题	(6)
§ 1.3 充分条件与必要条件	(11)
第二章 函数	(15)
§ 2.1 映射与函数	(15)
§ 2.2 函数的定义域、值域和解析式	(19)
§ 2.3 函数的单调性	(23)
§ 2.4 函数的奇偶性	(27)
§ 2.5 反函数	(32)
§ 2.6 二次函数	(35)
§ 2.7 指数与指数函数	(40)
§ 2.8 对数与对数函数	(45)
§ 2.9 函数的图象	(49)
§ 2.10 函数的最值	(55)
§ 2.11 函数的综合与应用	(59)
第三章 数列	(64)
§ 3.1 数列的概念	(64)
§ 3.2 等差数列	(69)
§ 3.3 等比数列	(73)
§ 3.4 数列的综合与应用	(78)
第四章 三角函数	(84)
§ 4.1 三角函数的概念、同角三角函数的关系、诱导公式	(84)
§ 4.2 两角和与差、二倍角公式	(89)
§ 4.3 三角函数的图象与性质	(94)
§ 4.4 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质	(98)
§ 4.5 三角函数的最值与综合应用	(103)
第五章 平面向量	(108)
§ 5.1 向量、向量的加法与减法、实数与向量的积	(108)
§ 5.2 向量的数量积与运算律	(112)
§ 5.3 两点间距离公式、线段的定比分点与图形的平移	(117)
§ 5.4 正弦定理、余弦定理、解斜三角形	(122)
第六章 不等式	(127)
§ 6.1 不等式的概念和性质	(127)
§ 6.2 不等式证明和均值不等式	(132)
§ 6.3 不等式及不等式组的解法	(137)
§ 6.4 不等式的综合应用	(142)

Contents

第七章	直线与圆的方程	(148)
§ 7.1	直线方程和两直线的位置关系	(148)
§ 7.2	简单的线性规划	(154)
§ 7.3	圆的方程	(158)
§ 7.4	直线和圆的位置关系	(162)
第八章	圆锥曲线	(168)
§ 8.1	椭圆	(168)
§ 8.2	双曲线	(174)
§ 8.3	抛物线	(179)
§ 8.4	直线与圆锥曲线的位置关系	(185)
§ 8.5	轨迹方程	(192)
§ 8.6	圆锥曲线的综合问题	(197)
第九章	直线 平面 简单的几何体	(202)
§ 9.1	空间直线的位置关系	(202)
§ 9.2	直线与平面的位置关系	(208)
§ 9.3	两个平面的位置关系	(214)
§ 9.4	空间角	(222)
§ 9.5	空间距离	(228)
§ 9.6	球	(233)
§ 9.7	综合与应用	(238)
§ 9.8	空间向量及其应用	(245)
第十章	排列 组合 概率	(251)
§ 10.1	排列与组合	(251)
§ 10.2	二项式定理	(255)
§ 10.3	随机事件的概率	(258)
§ 10.4	互斥事件与相互独立事件的概率	(263)
第十一章	概率与统计	(268)
§ 11.1	概率与统计	(268)
§ 11.2	统计	(273)
第十二章	极限	(279)
§ 12.1	数学归纳法	(279)
§ 12.2	极限	(284)
第十三章	导数	(289)
§ 13.1	导数	(289)
§ 13.2	导数的应用	(293)
第十四章	复数	(299)
答案全解全析		(303)

Contents

高考数学智力背景

第一章 集合与简易逻辑

疯人数学家	(1)
理发师悖论	(2)
数学能力	(3)
演绎推理	(4)
思想方法和技巧	(8)
系统论	(9)
奔跑的狗	(10)
拉姆赛理论	(12)
牵牛花的螺旋	(13)
天才数学家阿贝尔	(14)

第二章 函数

英国数学家维恩	(15)
归纳推理	(16)
直觉思维	(21)
数学语言	(27)
运算能力	(29)
运算的合理性	(30)
运算的准确性	(34)
运算的熟练性	(37)
运算的简捷性	(40)
实变函数论	(46)
计算数学	(47)
华罗庚的退步解题方法	(48)
决定泊松一生道路的数学趣题	(49)
三十六军官问题	(50)
数学桥	(51)
生死签	(53)
上帝责怪我狂妄	(54)
梅森素数	(55)
用于制作密码的素数	(57)
消防	(58)
金无足赤	(59)
最瑰丽的几何图形	(61)
菲尔兹奖	(62)
第一位数学女教授	(63)

第三章 数列

秃头悖论	(65)
斐波那契兔子问题	(66)
棋盘上的麦粒	(67)
空间想象能力	(68)
控制论的诞生	(79)
欧拉失明之后	(83)

第四章 三角函数

蚂蚁与橡皮绳悖论	(85)
巧解“鸡兔同笼”	(86)
钉钉子	(87)
“虎!虎!虎!”	(88)
分子结构为正多面体	(90)
六十进制的由来	(91)
实践能力	(92)
模糊数学	(98)
数学物理学	(99)
爱因斯坦的问题	(100)
等周问题	(104)
比上帝还挑剔的人——泡利	(105)
有多少客人	(107)

第五章 平面向量

有你终生美丽	(108)
破译密码的解剖刀	(109)
数学史上的一场论战	(110)
希伯斯之死	(112)
移动圆盘的传说	(113)
领袖数学家	(115)
数学家的缔造者	(116)
创新意识	(117)
高等代数	(124)
数理语言学	(125)
小欧拉智改羊圈	(126)

第六章 不等式

检票问题	(129)
历史上的三次数学危机	(131)
数学分支学科	(133)
奈望林纳数学奖	(134)
外尔	(135)
数学思想方法	(136)
函数与方程的思想	(137)
重要的例题和习题	(145)
信息论	(146)
借马分马	(147)

第七章 直线与圆的方程

蜗牛爬树	(151)
莱布尼兹	(152)
莱布尼兹的最大功绩	(153)
每四位点一逗号	(154)
近代科学的始祖	(155)

Contents

数形结合的思想 (156)

重要的思想方法和技巧 (162)

第八章 圆锥曲线

对策论 (168)

数论 (169)

巧算金字塔的高度 (170)

费马大定理 (171)

用数学书写的人生格言 (172)

德扎格 (173)

怀尔斯 (174)

分类与整合的思想 (175)

重要的例题和习题 (182)

数学界的奇葩 (183)

欧拉趣题 (188)

百牛定理 (191)

Konigsberg 七桥问题 (192)

分数线的发明 (194)

有趣的素数 (196)

数学皇冠的明珠 (199)

第九章 直线 平面 简单的几何体

蝴蝶效应 (203)

爱因斯坦与相对论 (205)

笔尖上的星球 (206)

求职记 (207)

笛卡儿的贡献 (208)

欧几里得 (209)

欧几里得的其他著作 (210)

欧氏几何与非欧几何 (211)

吴文俊 (212)

托勒密王与欧几里得 (213)

《几何原本》的五大公设 (214)

麦比乌斯带 (215)

化归与转化的思想 (216)

重要的思想方法和技巧 (227)

拓扑学 (229)

图论 (230)

非欧几何的创立 (231)

数论应用于密码 (235)

突变理论 (236)

计算发现了海王星 (237)

百鸡问题 (240)

球体填充问题 (241)

总统巧证勾股定理 (242)

动物中的数学“天才” (245)

逻辑名题——神奇的年龄 (247)

瑞士银行账户 (248)

药剂师的砝码 (249)

陈省身数学奖 (250)

第十章 排列 组合 概率

陈建功 (251)

像呼吸一样研究数学 (252)

《海岛算经》 (253)

《孙子算经》 (254)

蜂巢断面为正六边形 (255)

开普勒的天体模型 (257)

C_{60} 的别名是足球 (258)

网格球顶 (259)

截角正二十面体 (260)

组合数学 (262)

特殊与一般的思想 (264)

概率论 (266)

现代系统博弈理论 (267)

第十一章 概率与统计

数学神童维纳的年龄 (268)

比丰投针问题 (271)

维纳不识家 (272)

杨辉 (273)

逻辑名题 (274)

《数书九章》 (275)

华罗庚数学奖 (276)

卡瓦列里 (277)

高斯墓碑 (278)

第十二章 极限

火车司机 (279)

逻辑学的用处 (280)

美国的数学 (281)

数学的三次危机 (282)

较晚出现的 0 (284)

21 世纪的开始应为 2001 年 (286)

在网球里 0 分是“love” (287)

为何用英语说大数不容易 (288)

第十三章 导数

许宝禄 (289)

有限与无限的思想 (290)

微分几何 (297)

华人“菲尔兹奖”得主——丘成桐 (298)

第十四章 复数

简单的方程 (301)

孪生素数问题 (302)

5年高考 3年模拟

WUNLANGAOKAOSANNIANMOL

第一章 集合与简易逻辑

§ 1.1 集合与集合运算

五年高考

考题选析

【例1】(2008上海春,1)已知集合 $A = \{x|x < -1 \text{ 或 } 2 \leq x < 3\}$, $B = \{x|-2 \leq x < 4\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

【剖析】 本题主要考查集合的运算,数形结合是解决本题的关键.

【答案】 $\{x|x < 4\}$

【解析】 画数轴,如图 1.1-1.

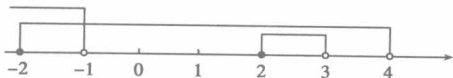


图 1.1-1

由数轴可知: $A \cup B = \{x|x < 4\}$.

【例2】(2007北京,20,13分)已知集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ($k \geq 2$), 其中 $a_i \in \mathbb{Z}$ ($i=1, 2, \dots, k$). 由 A 中的元素构成两个相应的集合: $S = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a+b \in A\}$; $T = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a-b \in A\}$, 其中 (a, b) 是有序数对. 集合 S 和 T 中的元素个数分别为 m 和 n .

若对于任意的 $a \in A$, 总有 $-a \notin A$, 则称集合 A 具有性质 P .

(1) 检验集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 与 $\{-1, 2, 3\}$ 是否具有性质 P , 并对其中具有性质 P 的集合, 写出相应的集合 S 和 T ;

(2) 对任何具有性质 P 的集合 A , 证明: $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$;

(3) 判断 m 和 n 的大小关系, 并证明你的结论.

【剖析】 本题考查集合的运算与性质、不等式的证明以及对新知识的理解能力.

【解析】 (1) 集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 不具有性质 P .

集合 $\{-1, 2, 3\}$ 具有性质 P , 其相应的集合 S 和 T 是

$S = \{(-1, 3), (3, -1)\}$,

$T = \{(2, -1), (2, 3)\}$.

(2) 首先, 由 A 中元素构成的有序数对 (a_i, a_j) 共有 k^2 个. 因为 $0 \notin A$, 所以 $(a_i, a_i) \notin T$ ($i=1, 2, \dots, k$);

又因为当 $a \in A$ 时, $-a \notin A$, 所以当 $(a_i, a_j) \in T$ 时, (a_j, a_i)

$\notin T$ ($i, j=1, 2, \dots, k$), 从而, 集合 T 中元素的个数最多为

$$\frac{1}{2}(k^2 - k) = \frac{k(k-1)}{2}, \text{ 即 } n \leq \frac{k(k-1)}{2}.$$

(3) $m = n$. 证明如下:

① 对于 $(a, b) \in S$, 根据定义, $a \in A, b \in A$, 且 $a+b \in A$, 从而 $(a+b, b) \in T$.

如果 (a, b) 与 (c, d) 是 S 的不同元素, 那么 $a=c$ 与 $b=d$ 中至少有一个不成立,

从而 $a+b=c+d$ 与 $b=d$ 中也至少有一个不成立, 故 $(a+b, b)$ 与 $(c+d, d)$ 也是 T 的不同元素.

可见, S 中元素的个数不多于 T 中元素的个数, 即 $m \leq n$.

② 对于 $(a, b) \in T$, 根据定义, $a \in A, b \in A$, 且 $a-b \in A$, 从而 $(a-b, b) \in S$.

如果 (a, b) 与 (c, d) 是 T 的不同元素, 那么 $a=c$ 与 $b=d$ 中至少有一个不成立, 从而 $a-b=c-d$ 与 $b=d$ 中也至少有一个不成立, 故 $(a-b, b)$ 与 $(c-d, d)$ 也是 S 的不同元素.

可见, T 中元素的个数不多于 S 中元素的个数, 即 $n \leq m$.

由①②可知, $m = n$.

【例3】(2006辽宁,1) 设集合 $A = \{1, 2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ 的集合 B 的个数是 _____.

A. 1 B. 3 C. 4 D. 8

【剖析】 首先分析出 $3 \in B$, 然后根据公式或一一写出符合条件的集合 B 来计算 B 的个数.

【答案】 C

【解析】 解法一: 由题意得 $\{3\} \subseteq B \subseteq \{1, 2, 3\}$, 则 B 的个数为 $2^{3-1} = 4$, 故选 C.

解法二: $B = \{3\}$ 或 $\{1, 3\}$ 或 $\{2, 3\}$ 或 $\{1, 2, 3\}$, B 的个数为 4, 故选 C.

【例4】(2005浙江,9) 设 $f(n) = 2n+1$ ($n \in \mathbb{N}$), $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$. 记 $\hat{P} = \{n \in \mathbb{N} | f(n) \in P\}$, $\hat{Q} = \{n \in \mathbb{N} | f(n) \in Q\}$, 则 $(\hat{P} \cap \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap \hat{P})$ 等于 _____.

A. $\{0, 3\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 6, 7\}$

【剖析】 识别集合的一些新记法是解决本题的关键.

高考数学知识背景

疯人数学家

疯人数学家康托尔(1845~1918), 德国数学家, 集合论的创始人. 他引入了基数的概念, 定义了聚点、闭集、开集等概念. 他是维数理论的开拓者, 维数理论是点集理论的起源, 而点集理论又促使一般拓扑学的发展, 因此他为拓扑空间理论开辟了道路. 康托尔的老师克隆尼克、法国数学家彭加勒、德国数学家魏尔、康托尔的好友数学家施瓦兹等都强烈反对集合论, 攻击他、阻止他或同他断交, 使之在患了 34 年的精神病之后去世.



[答案] A

[解析] 由条件得 $\hat{P} = \{0, 1, 2\}$, $\hat{Q} = \{1, 2, 3\}$. $\therefore (\hat{P} \cap \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap \hat{P}) = \{0, 3\}$. 故选 A.

考题精练

一、选择题

- (2004 全国, 6) 设 A, B, I 均为非空集合, 且满足 $A \subseteq B \subseteq I$, 则下列各式中错误的是 ()
 A. $(\complement_I A) \cup B = I$ B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$
 C. $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$ D. $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$
- (2006 山东, 1) 定义集合运算: $A \odot B = \{z \mid z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$. 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为 ()
 A. 0 B. 6 C. 12 D. 18
- (2006 江苏, 7) 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()
 A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$ C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$
- (2007 陕西, 12) 设集合 $S = \{A_0, A_1, A_2, A_3\}$, 在 S 上定义运算 $\oplus$ 为: $A_i \oplus A_j = A_k$, 其中 k 为 $i+j$ 被 4 除的余数, $i, j = 0, 1, 2, 3$. 则满足关系式 $(x \oplus x) \oplus A_2 = A_0$ 的 $x(x \in S)$ 的个数为 ()
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- (2007 湖南, 10) 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $S_1, S_2, \dots, S_k$ 都是 M 的含两个元素的子集, 且满足: 对任意的 $S_i = \{a_i, b_i\}$, $S_j = \{a_j, b_j\}$ ($i \neq j, i, j \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$) 都有 $\min\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\} \neq$

规律



考纲解读

- 理解集合、子集、补集、交集、并集的概念.
- 了解空集和全集的意义.
- 了解属于、包含、相等关系的意义.
- 掌握有关的术语和符号, 会正确表示一些简单的集合.



考点分布

考点	题号和分值
子集	2006 江苏, 7(5 分); 2006 辽宁, 1(5 分)
并集	2008 上海春, 1(4 分); 2004 上海, 3(4 分)
性质	2004 全国, 6(5 分); 2007 福建, 16(4 分)
综合	2007 湖南, 10(5 分); 2007 陕西, 12(5 分); 2007 北京, 20(13 分); 2005 浙江, 9(4 分); 2006 山东, 1(5 分); 2004 上海, 19(14 分)

$\min\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\}$ ($\min\{x, y\}$ 表示两个数 x, y 中的较小者). 则 k 的最大值是 ()

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

二、填空题

- (2004 上海, 3) 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, 集合 $B = \{a, b\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$.
- (2007 福建, 16) 中学数学中存在许多关系, 比如“相等关系”“平行关系”等等, 如果集合 A 中元素之间的一个关系“ $\sim$ ”满足以下三个条件:
 (1) 自反性: 对于任意 $a \in A$, 都有 $a \sim a$;
 (2) 对称性: 对于 $a, b \in A$, 若 $a \sim b$, 则有 $b \sim a$;
 (3) 传递性: 对于 $a, b, c \in A$, 若 $a \sim b, b \sim c$, 则有 $a \sim c$,
 则称“ $\sim$ ”是集合 A 的一个等价关系. 例如: “数的相等”是等价关系, 而“直线的平行”不是等价关系 (自反性不成立). 请你再列出两个等价关系: .

三、解答题

- (2004 上海, 19) 记函数 $f(x) = \sqrt{2 - \frac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A , $g(x) = \lg[(x-a-1)(2a-x)]$ ($a < 1$) 的定义域为 B .
 (1) 求 A ;
 (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

方法



命题规律

集合论是德国数学家康托尔在 19 世纪末创立的, 集合语言是现代数学的基本语言, 在高考中, 集合几乎是每年必考的内容之一.

- 集合本身的知识.
- 以集合语言与集合思想为载体, 考查函数的定义域、函数的值域、方程、不等式、曲线间的相交等问题.



突破方法

一、学法指导

1. 集合的概念与“全体”的区别: 集合虽然也含有全体的意思, 但与通常所理解的全体是有区别的, 集合中的元素必须是确定的, 必须能判断任何一个对象是不是它的元素, 而全体则不一定能成为一个集合.

高考数学知识背景

理发师悖论 某村上的理发师声称, 他只给那些不给自己刮胡子的村上人刮胡子. 那么, 理发师给不给自己刮胡子呢? 如果他给自己刮, 按规定他不应当给自己刮; 如果他不给自己刮, 按规定他又应当给自己刮!

理发师悖论是 1901 年由罗素 (B. A. W. Russell, 1872 ~ 1970) 提出的集合学悖论的通俗化翻版. 罗素悖论是一个相当深刻的难题, 它在当时的数学界掀起一场风波, 被称为“第三次数学危机”.

2. “ A 是 B 的子集”的理解:意思是集合 A 中的任何一个元素都是 B 的元素,但不能把 A 是 B 的子集理解成 A 是由 B 中部分元素组成的集合,因为空集和 B 都是 B 的子集.

3. “且”和“或”这两个联结词的意思:“且”的意思与通常理解的“既是、同时”是一样的,“或”的意思与通常所理解的“非此即彼”有区别,它是两者可兼的.

4. 元素和集合的从属关系($\in$ 属于, $\notin$ 不属于):集合与集合之间的包含关系,如 $P \in A$ 与 $P \subseteq A$ 意义是不同的,注意弄清 $A \subseteq B$ 与 $A \subsetneq B$, $A \subseteq B$ 与 $A = B$ 的关系与区别.

二、解题指导

1. 对于集合问题,要确定属于哪一类集合(数集、点集或图形集),然后再确定处理此类问题的方法.

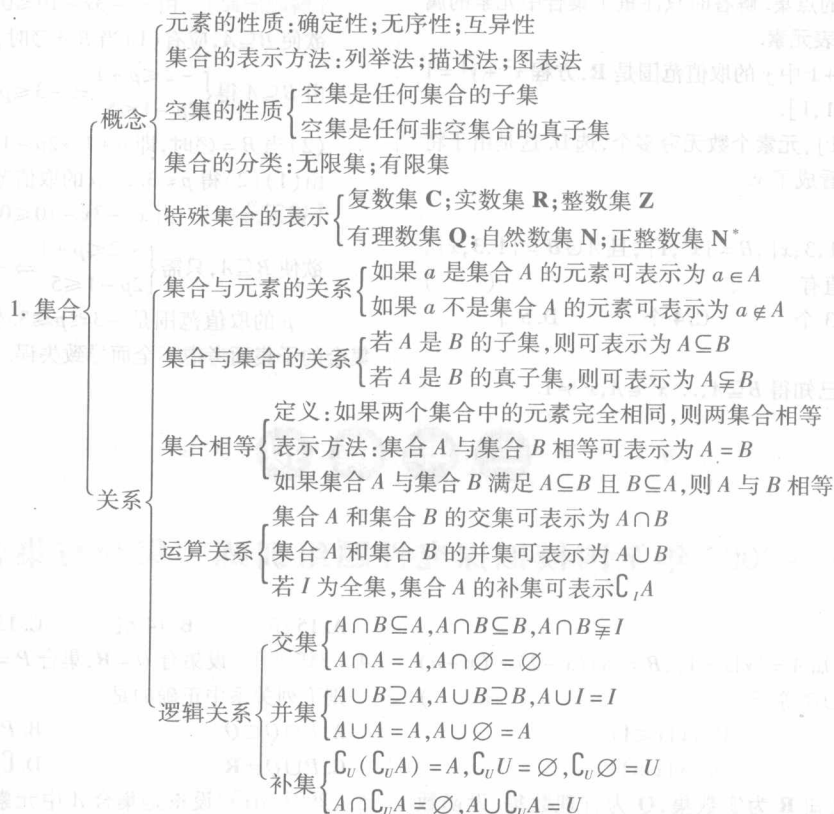
2. 关于集合的运算,一般应把各参与运算的集合化到最简形式,再进行运算.

3. 含参数的集合问题,多根据集合中元素的互异性处理,有时需要用到分类讨论、数形结合的思想.

4. 集合问题多与函数、方程、不等式有关,要注意各类知识的融会贯通.

知识清单

常考点清单



2. 设有限集合 A , $\text{card}(A) = n (n \in \mathbf{N}^*)$, 则

- (1) A 的子集个数是 2^n ;
- (2) A 的真子集个数是 $2^n - 1$;
- (3) A 的非空子集个数是 $2^n - 1$;
- (4) A 的非空真子集个数是 $2^n - 2$.

3. 设有限集合 A, B, C , $\text{card}(A) = n, \text{card}(B) = m (n, m \in \mathbf{N}^*)$, $m < n$, 则

- (1) 若 $B \subseteq C \subseteq A$, 则 C 的个数是 2^{n-m} ;
- (2) 若 $B \subseteq C \subsetneq A$, 则 C 的个数是 $2^{n-m} - 1$;

(3) 若 $B \subsetneq C \subseteq A$, 则 C 的个数是 $2^{n-m} - 1$;

(4) 若 $B \subsetneq C \subsetneq A$, 则 C 的个数是 $2^{n-m} - 2$.

4. 设有限集合 A, B, C , 则

(1) $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$;

(2) $\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(B \cap C) - \text{card}(C \cap A) + \text{card}(A \cap B \cap C)$.

5. $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$; $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$.

6. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B)$.

7. $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B)$.

高考数学能力解读

数学能力 《考试大纲》的数学科部分规定,数学科考试着重考查思维能力、运算能力、空间想象能力、实践能力和创新意识.

思维能力:表现为会对问题或资料进行观察、比较、分析、综合、抽象与概括,会用类比、归纳和演绎进行推理,能合乎逻辑地、准确地进行表述.数学是一门思维的科学,思维能力是数学学科能力的核心.数学思维能力是以数学知识为素材,通过空间想象、直觉猜想、归纳抽象、符号表示、运算求解、演绎证明和模式构建等诸方面,对客观事物中的空间形式、数量关系和数学模式进行思考和判断,形成和发展理性思维,构成数学能力的主体.

易错题清单

一、概念理解错误

[例1] 已知 $M = \{y | y = x + 1\}$, $N = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 多个

[答案] A

[解题思路] 集合 M 表示函数 $y = x + 1$ 的值域, 是数集, 且 $M = \mathbf{R}$, 集合 N 表示满足方程 $x^2 + y^2 = 1$ 的有序实数对, 也可以说是表示圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的点, 是点集.

$\therefore M \cap N = \emptyset$, 故选 A.

[错因分析] 误区1: 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 有两个交点, 选 C. 这是由于将 M 的代表元素 y 理解成 (x, y) , 从而将 M 理解成了直线上的点集. 解答时只注重了集合中元素的属性, 而忽视了其中的代表元素.

误区2: 方程 $y = x + 1$ 中 y 的取值范围是 $\mathbf{R}$, 方程 $x^2 + y^2 = 1$ 中 y 的取值范围是 $[-1, 1]$.

$\therefore M \cap N = [-1, 1]$, 元素个数无穷多个, 选 D. 这是由于将 M, N 中的代表元素都看成了 y .

二、性质应用错误

[例2] 若 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{x^2, 1\}$, 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则这样的 x 的不同取值有 ()

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

[答案] B

[解题思路] 由已知得 $B \subseteq A$, $\therefore x^2 \in A, x^2 \neq 1$.

①当 $x^2 = 3$ 时, 得 $x = \pm\sqrt{3}$, 都符合;

②当 $x^2 = x$ 时, 得 $x = 0$ 或 $x = 1$, 而 $x \neq 1$, $\therefore x = 0$,

综合①②, 共有 3 个值. 故选 B.

[错因分析] 由 $x^2 = 1, x^2 = 3, x^2 = x$ 三种情况, 一共解出 5 个值, 选择 D.

考虑互异性, 由 $x \neq 1$, 将 $x^2 = x$ 这种情况也舍去, 只剩 $x^2 = 3$, 选择 A.

错因在于没考虑互异性或考虑不全面.

三、分类讨论思想应用错误

[例3] 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, 集合 $B = \{x | p + 1 \leq x \leq 2p - 1\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.

[解题思路] 由 $x^2 - 3x - 10 \leq 0$, 得 $-2 \leq x \leq 5$.

欲使 $B \subseteq A$, 应有 (1) 当 $B \neq \emptyset$ 时, 即 $p + 1 \leq 2p - 1 \Rightarrow p \geq 2$.

由 $B \subseteq A$ 得 $\begin{cases} -2 \leq p + 1 \\ 2p - 1 \leq 5 \end{cases} \Rightarrow -3 \leq p \leq 3. \therefore 2 \leq p \leq 3;$

(2) 当 $B = \emptyset$ 时, 即 $p + 1 > 2p - 1$, 解得 $p < 2$.

由 (1)(2) 得 $p \leq 3. \therefore p$ 的取值范围是 $p \leq 3$.

[错因分析] 由 $x^2 - 3x - 10 \leq 0$, 得 $-2 \leq x \leq 5$.

欲使 $B \subseteq A$, 只需 $\begin{cases} -2 \leq p + 1 \\ 2p - 1 \leq 5 \end{cases} \Rightarrow -3 \leq p \leq 3.$

$\therefore p$ 的取值范围是 $-3 \leq p \leq 3$. 错因在于忽略空集为任何集合的子集而考虑不全面导致失误.

三年模拟

2006 ~ 2007 年全国模拟探究性题组训练 · 集合与集合运算

一、选择题

1. (2006 北京崇文) 已知 $A = \{x | x < 1\}$, $B = \{x | (x - 2) \cdot (x - a) \leq 0\}$, 若 $a \leq 1$, 则 $A \cup B$ 等于 ()

A. $\{x | x \leq 2\}$ B. $\{x | x \leq 1\}$
C. $\{x | x \geq 2\}$ D. $\{x | x \geq 1\}$

2. (2006 北京宣武) 已知 $\mathbf{R}$ 为实数集, $\mathbf{Q}$ 为有理数集, 设函数

$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}) \\ 1 & (x \in \mathbf{Q}) \end{cases}$, 则 ()

A. 函数 $y = f(x)$ 的图象是两条平行直线
B. 函数 $y = f(x)$ 是奇函数
C. 函数 $f[f(x)]$ 恒等于 0
D. 函数 $f[f(x)]$ 的导函数恒等于 0

3. (2007 北京西城) 若集合 A_1, A_2 满足 $A_1 \cup A_2 = A$, 则记 $[A_1, A_2]$ 是 A 的一组双子集拆分. 规定: $[A_1, A_2]$ 和 $[A_2, A_1]$ 是 A 的同一组双子集拆分. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 那么 A 的不同双子集拆分共有 ()

A. 15 组 B. 14 组 C. 13 组 D. 12 组

4. (2007 商丘) 设集合 $U = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{x | x^2 \geq x\}$, $Q = \{x | x > 0\}$, 则下列关系中正确的是 ()

A. $P \cap Q \subset Q$ B. $P \cup Q \subset Q$
C. $P \cup Q \neq \mathbf{R}$ D. $\complement_U Q \cap P = \emptyset$

5. (2007 南昌) 设 $\ast$ 是集合 A 中元素的一种运算, 如果对于任意的 $x, y \in A$ 都有 $x \ast y \in A$, 则称运算 $\ast$ 对集合 A 是封闭的, 若 $M = \{x | x = a + \sqrt{2}b, a, b \in \mathbf{Z}\}$, 则对集合 M 不封闭的运算是 ()

A. 加法 B. 减法 C. 乘法 D. 除法

二、解答题

6. (2006 上海) 设 S 为满足下列两个条件的实数所构成的集合: ① $1 \notin S$, ② 若 $a \in S$, 则 $\frac{1}{1-a} \in S$, 求解下列问题:

(1) 若数列 $\{2 \cdot (-1)^n\}$ 中的项都在 S 中, 求 S 中所含元素个数最少的集合 S^* ;

高考数学能力解读

演绎推理 (一) 演绎推理能力是指从定义、定理出发进行分析、推理、论证的能力, 其重点是三段论推理. 试卷中考查演绎推理的试题比例较大, 既使用选择题、填空题的形式进行考查, 更考虑如何使用解答题型, 以证明题的形式重点进行考查.

例1: 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan \frac{A+B}{2} = \sin C$, 给出以下四个论断: ① $\tan A \cdot \cot B = 1$; ② $0 < \sin A + \sin B \leq \sqrt{2}$; ③ $\sin^2 A + \cos^2 B = 1$; ④ $\cos^2 A + \cos^2 B = \sin^2 C$. 其中正确的是 () A. ①③ B. ②④ C. ①④ D. ②③