

# 工程管理 网络图论

王焕雄 耿瑞萍 编著

延边人民出版社

责任编辑：赵东寅

封面设计：董从仁

ISBN 7-80508-314-2/F·8

定 价： 7.50 元

# 工程管理网络图论

王焕雄  
耿瑞萍 编 著

延边人民出版社

## 工程管理网络图论

王焕雄 耿瑞萍 著

※

延边人民出版社出版发行

长春新华印刷厂印刷

850×1168毫米 32开本 11印张 266千字

1990年4月第1版 1990年4月第1次印刷

ISBN 7-80508-314-2/F·8

印数 1-1,040册

定价: 7.50元

## 内 容 简 介

本书主要讲述网络图论的基本知识及其在工程管理方面的应用。全书共十章,第一章至第三章介绍网络系统及图的基本概念;第四章介绍图的算法和计算机程序;第五章至第九章分别讲述网络图中的最佳路径问题、最大流问题、环路问题、匹配问题和统筹网络问题;第十章介绍网络规划。

本书可作为高等院校和管理干部学院的学生或研究生的教材,也可以作为从事应用数学、管理科学和工程设计的教师和科技工作者的参考书。

## 序 言

网络图论是近年来发展起来的一门边缘学科，其应用涉及的领域相当广泛。我们将最近几年在这方面的研究成果和教学实践中的体会综合起来，出版了《工程管理网络图论》这本书。本书的着眼点是：概念既考虑到工程的需要，又不失数学的严谨性；应用侧重于工程设计和经济管理。概念和应用互溶为一体，是工程管理方面的一本专著。

本书在编写过程中注意到下面的四个方面：

1. 在选材上，注意吸取最新的国内外文献中的成果，并渗入作者近年来在这方面所做的研究工作。从而使本书的内容新颖，实例丰富。

2. 本书自成体系。基本概念清楚准确，内容严谨精炼，注意理论结合实际。读者在采用本书作学习资料时，不用参考其它资料就能较好地掌握网络图论的基本知识，并能创造性地去确定这方面的工程课题，建立模型，解决实际问题。

3. 图论是随着电子计算机的发展而发展的。因此本书注重电子计算机解决网络图论问题。我们不仅专门设置一章来讲述网络图的算法特点和程序，而且在以后的各章中都安排有解图论问题的计算机算法。为读者利用计算机解网络问题打下了基础。

4. 从新的高度统一了网络应用中的几类重要问题。本书第十章给出了求解网络规划的有效算法，为读者掌握现代大型网络的计算问题提供了新方法。

本书承沈景明教授审阅全稿。在编写过程中得到了西安交通大学万百伍教授、吉林工业大学董加礼教授的热情鼓励和支持。在此表示衷心地谢意。我们还要感谢为本书的出版而鼎力相助的同事和朋友。同时，还要向本书所参考的有关文献和教科书的作者致谢。

鉴于网络图论应用的范围较广，又限于我们的水平，书中的缺点和不当之处难免，恳请读者批评指正。

作者

1988年3月

# 目 录

第一章 网络系统与图的概念.....	( 1 )
第一节 网络系统 .....	( 1 )
第二节 图的基本概念 .....	( 5 )
第三节 图的运算 .....	( 10 )
第四节 图的连通性 .....	( 15 )
第五节 树和余树 .....	( 18 )
第二章 图的矩阵表示法.....	( 24 )
第一节 邻接矩阵 .....	( 24 )
第二节 关联矩阵 .....	( 26 )
第三节 回路矩阵 .....	( 33 )
第四节 割集矩阵 .....	( 40 )
第五节 矩阵之间的关系 .....	( 45 )
第三章 有向图与单向树.....	( 48 )
第一节 有向图的基本概念 .....	( 48 )
第二节 有向图的矩阵表示 .....	( 53 )
第三节 强连通图及其应用 .....	( 64 )
第四节 单向子图的求法 .....	( 69 )
第五节 最小权单向树 .....	( 76 )
第六节 最优二元树 .....	( 81 )
第四章 图的算法和计算机程序.....	( 89 )
第一节 图的算法的特点 .....	( 89 )
第二节 图在计算机中的存贮 .....	( 92 )
第三节 标号法与生成树算法 .....	( 96 )

第四节	堆栈法与求图的路径算法	(101)
第五节	求图的基本回路算法	(107)
第五章	网络的最佳路径	(118)
第一节	最短路问题	(118)
第二节	负权网络与可靠路径	(132)
第三节	最短路问题的应用	(138)
第四节	费用与容量之比为最小的路径	(145)
第五节	可靠度与容量综合最优路径	(154)
第六章	网络的最大流	(161)
第一节	网络的流和截	(161)
第二节	最大流最小截定理	(168)
第三节	求最大流的标记法	(172)
第四节	最小费用最大流	(178)
第五节	网络流的改进	(185)
第七章	网络中的圈	(192)
第一节	欧拉图与一笔画问题	(192)
第二节	中国邮递员问题	(197)
第三节	哈密尔顿图与环球旅行问题	(202)
第四节	货郎担问题	(209)
第八章	网络中的匹配	(215)
第一节	匹配和复盖	(216)
第二节	最大匹配	(219)
第三节	二分图的完全匹配和完美匹配	(222)
第四节	最优匹配	(226)
第五节	匹配应用举例	(232)
第九章	统筹网络	(245)
第一节	网络图的组成及编绘	(246)
第二节	网络图时间参数的计算	(255)
第三节	关键线路和概率评价	(267)

第四节	缩短日程和资源平衡 .....	( 276 )
第五节	费用优化问题 .....	( 283 )
第十章	网络规划 .....	( 294 )
第一节	网络模型 .....	( 294 )
第二节	运输问题的求解 .....	( 302 )
第三节	网络模型的单纯形法 .....	( 314 )
第四节	最小费用流问题的解 .....	( 320 )
第五节	特殊的网络模型 .....	( 325 )

# 第一章 网络系统与图的概念

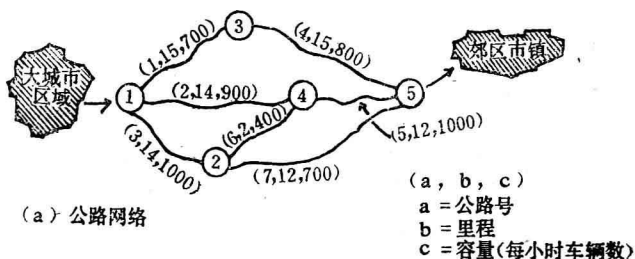
## 第一节 网络系统

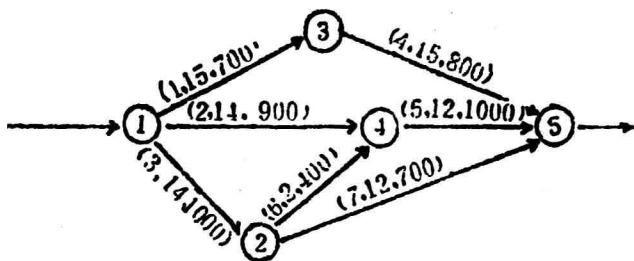
在考虑许多工程系统的结构特征，我们就会发现，它们是由许多交织成网络形式的单元所组成。例如，铁路、公路运输系统；电话、电报通讯系统；工厂的工艺流程系统；城市的供水系统等。

此外，许多工程的决策问题和组织系统，虽然它们在实际不具有网络的表现形式，但也可以用网络的结构进行分析和研究。典型的例子是企业管理中的决策树和PERT网络图。

### 例 1 交通运输网络图

图1—1表示连接5个城镇的公路网络系统，今假定以城镇为顶点，公路为边，在边上所记的三个数分别表示公路号、里程和客量。根据网络流原理和相应计算方法，可以求得从城市①到城市⑤的最大流量。





(b) 有向图模型

图 1-1

### 例 2 化工厂流程图

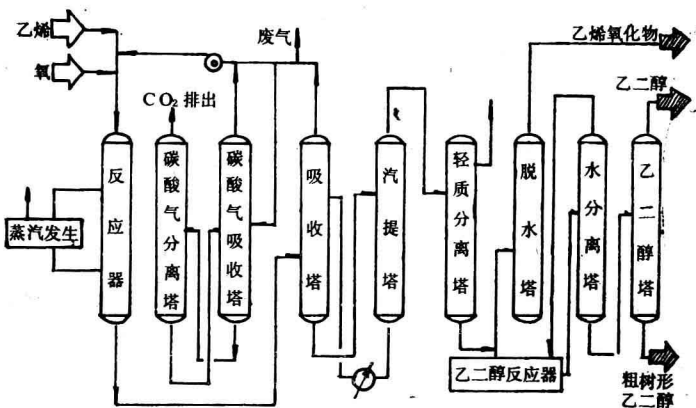


图 1-2

由图1-2可知，乙烯氧化物制造工艺流程是以反应器为中心，包括两个吸收塔四个蒸馏塔所组成的生产系统。将其绘成网络图，以便分析和改进工艺流程。

### 例 3 决策树

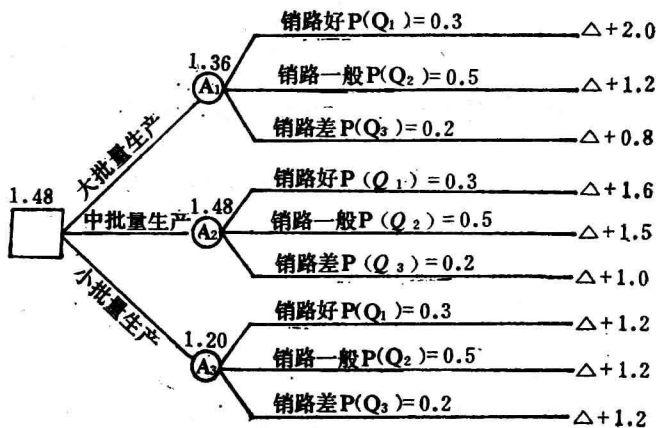


图 1—3

图1—3是研究某种产品生产的决策树。树枝表示决策人所选择的可行方案；顶点“□”称为决策顶点，它表示对某件必须作出决策的事件的出现；顶点“○”称为随机顶点，它表示结果出于偶然性的某事件的出现；顶点“△”称为结果顶点，它表示决策人对每一种事件组合必须付出的代价。从决策树中，可以得出决策人所需的最佳方案。

#### 例 4 施工计划的PERT图

图1—4是房屋装配的进度计划的网络图。图中每条箭线表示一种工作，并标明了估计的小时数，箭头方向指明完成工作的顺序。顶点表示各工作的衔接。这种网络图称为PERT网络。从此网络可求出关键路线(CPM)，它在制定规划和控制施工进度中用途十分广泛。

从上面几个例子中，我们可以看到，网络图对了解系统的

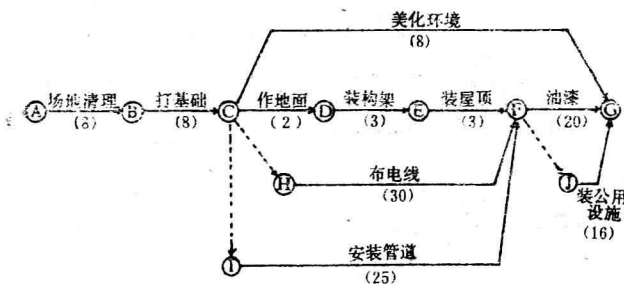


图 1—4

结构和功能，掌握系统各元素之间的相互关系和相互作用，从事系统分析是非常重要的。归纳起来，网络系统具有下面三个特征：

1. 网络图能明确地表明系统中各元素之间的相互关系。例 2 的图反映出输入输出的因果关系，例 4 中的图反映出时间顺序上的先后关系，例 1 中的图可以反映出运输数量上的多少关系，组织管理系统图可以反映出上下级之间的从属关系等等。因此，通过网络图可以了解和掌握整个系统的结构和功能，便于从系统整体来考虑问题，以使系统整体最优化。

2. 网络系统中有明确的流量，根据建立网络图的不同目的，可以选择不同的物理量作网络的流量，如例 4 中的图，我们为了达到缩短周期的目的，选择时间作为流量。如果为了降低费用，则可把费用作为流量。在其它一些网络中，我们还可以选择物质、信号、数据、能量等作为网络的流量。

3. 网络系统中的流量满足于守恒定律。在电力网络中，电流、电压满足于克希霍夫定律。流过管道或公路的最大流量，可以用最大流量—最小截定理来进行计算。其它诸如计算

控制系统的信息，完成作业所需要的时间、费用等等，都可以按相应的定理和规则计算。通过计算所得的流量值一般为网络系统的解。

研究网络系统需要从两个方面进行考察。第一，是考虑表示系统对象的元素的顶点和连接元素间的弧的集合，研究这方面问题的是图论；第二，是对流过网络弧上的流量进行考察，研究这方面问题的是网络理论。但在实际问题中，大多数情况是不把两者严格区分开来。

## 第二节 图的基本概念

公元1736年瑞士数学家欧拉发表了图论方面的第一篇论文，解决了著名的哥尼斯堡的七桥难题，到现在已有相当长的历史。近年来由于电子计算机的出现，图论又得到了迅速的发展，并广泛地应用于运筹学、信息论、控制论等方面。尤其在研究网络系统时，更离不开图论的有关知识。因此，在这一节介绍有关图的基本概念。

图论中的图并不是客观真实图形的再现，也不是按比例大小画出的几何图形，它只是由点和线组成的系统的线性图。例如第一节中的公路交通图（图1—1）以点代表城镇，点和点之间的连线代表这两个城镇之间的公路线。它们是真实图形的一种示意图。

另外，还有像施工计划的PERT图和比赛图。图1—5是A、B、C、D、E五个球队进行的一次比赛图。点代表运动队、线代表队之间的比赛。这些图是为了研究问题方便所作的图解。它们也都是由点和线组成的图形。

从上面的例子可见，图的基本要素是点和线。点表示我们

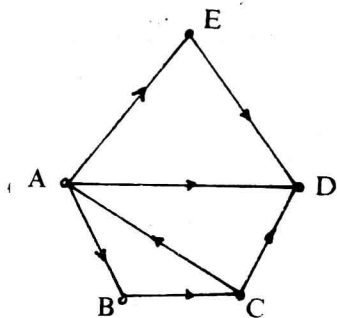


图 1—5

要研究的对象，线表示对象之间的某种特定关系，抽象地说就是对象之间的连通关系。我们把这些点称为顶点，连线称为边；由顶点和边组成的图形称为线图，简称为图。图论就是研究线图的理论。

图的理论和方法，就是从客观的形形色色的具体的图以及要研究的实际问题中，抽象出它们共同的东西，从中找出规律、性质和方法，以便再应用到实际中去，解决各类具体问题。

### 2.1 图的定义

图是由若干个顶点和几条边连接而成的图形。由此可知图是顶点和边的集合。设顶点的集合为 $V$ 、边的集合为 $E$ 。则可以把图定义为有序的三元组，记作：

$$G = (V, E, \psi)$$

其中：

1.  $V$ 是一个非空的顶点集合；
2.  $E$ 是边的集合；
3.  $\psi$ 是 $E$ 和 $V$ 之间的关联关系；为了方便，通常图的表示省去 $\psi$ ，简记为：

$$G = (V, E)$$

例如：在图1—5所示的图 $G$ 中，

$$V = \{A, B, C, D, E\}$$

$$E = \{(A, B), (B, C), (C, D), (E, D), (A, E), (A, D)\}$$

$(C, A)$

我们将顶点集合 $V$ 中所含元素的个数，即图的顶点数用 $|V|$ 表示。集合 $E$ 中包含的边数用 $|E|$ 表示。如果一个图 $G$ 的顶点数是 $p$ ，边数为 $q$ ，则 $|V|=p$ ， $|E|=q$ ，以后，我们总是用 $p, q$ 分别表示图的顶点数和边数。

如图1—6所示的图是由一些顶点和边所构成的，我们称为无向图。在无向图中边是没有方向的，因此图1—6中的 $(1, 3)$ 和 $(3, 1)$ 表示同一条边 $a$ ，但在有些图中，边是有方向的，如单行道的线图，表示比赛胜负的比赛图以及第一节中的施工计划图，图中的边都有方向，我们称这种图为有向图。我们首先研究无向图，在第三章中再讨论有向图。

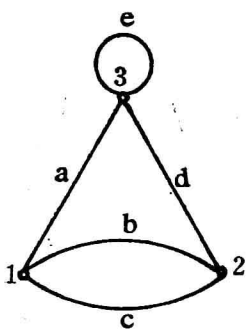


图 1—6

图论中的大多数定义和概念都是根据图的表示形式提出来的。一条边的端点称为与这条边关联，反之亦然。与同一条边关联的两个顶点称为相邻的，与同一顶点关联的两条边也称为相邻的，端点重合的边称为环（如图1—6中的 $e$ 边），端点相同的两条边称平行边（如图1—6中的 $b$ 和 $c$ 边）。

如果一个图的顶点集 $V$ 和边集 $E$ 都是有限集，则称该图为有限图。我们只研究有限图。只有一个顶点的图称为平凡图。没有任何边的图称为空图。

如果一个图既没有环也没有平行边，则此图称为简单图。图论中大多数内容涉及简单图的研究。

## 2.2 图的同构

我们常把一个图的几何图形就作为该图，而一个图的几何