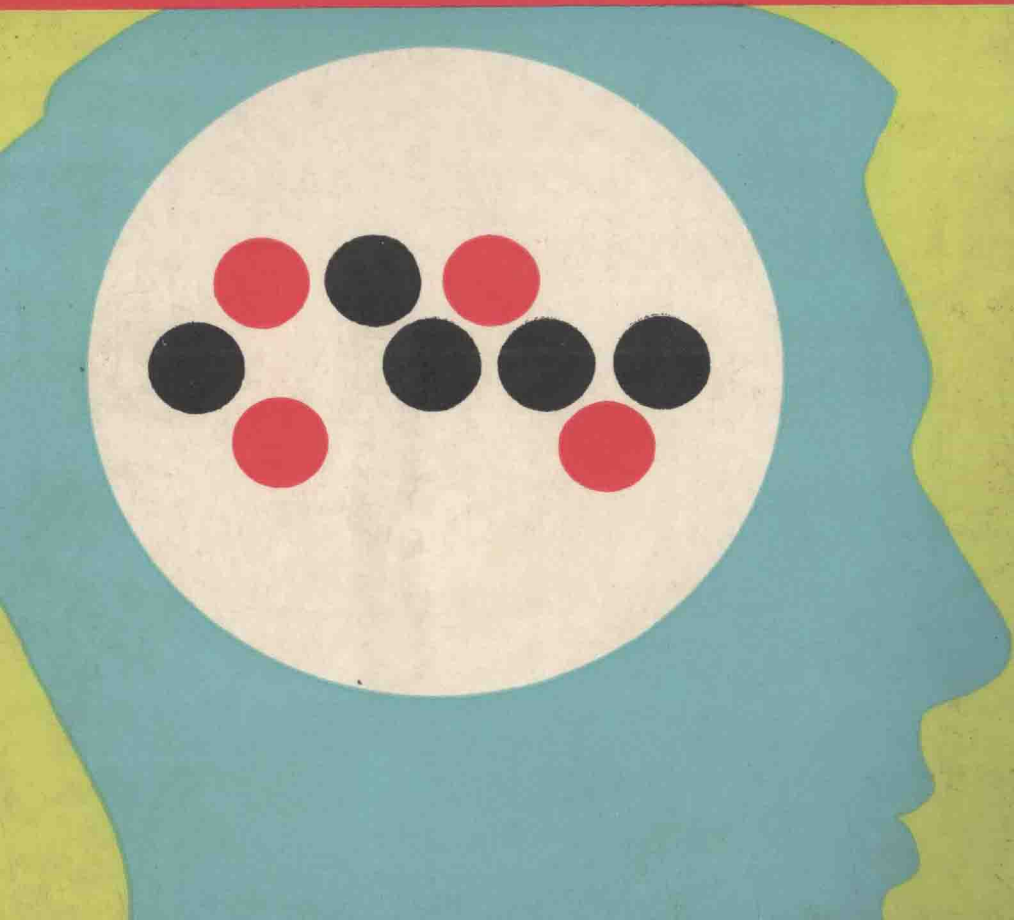


材料力學

陳 健 著

科學技術叢書 / 三民書局印行



材 料 力 學

蔡 旭 容 著



三 民 書 局 印 行

教育部教科圖書發售此審定執照

茲據三民書局呈送蔡旭容編
五專材料力學全一冊經本部審
定合於五專之用其有效期
限自本年自陰曆壬午年以月
日起至癸卯年十一月 日止
合行發給執照

右給三民書局收執

中華民國

中華民國六十七年九月初版

號〇〇二〇第字業臺版局證記登局聞新院政行

版權所屬 翻印必究

材 料 力 學

基本定價肆元叁角叁分

著 者 蔡 旭 容
發 行 人 劉 振 强
出 版 者 三民書局股份有限公司
印 刷 所 三民書局股份有限公司

臺北市重慶南路一段六十一號
郵政劃撥九九九八號

中華民國六十七年九月初版

序 言

材料力學為大學工學院及工業專科學校之共同必修課程，本書可作教本。

全書共分十二章，凡三十三萬餘言，大學每週四小時，工專每週六小時，分十六週授畢，如有科系學分較少者，可自行略去部分教材。如第二章第十節以後，第十二章第九節以後，及第七，第八，第九三章均可酌量略去。

本書中例題約 150 題，習題約 270 題，均附有答案，內容甚切實際，由淺而深，由簡而繁，頗適讀者自修、複習之用，工業專科學校採用者可將較艱深部分習題刪去。

本書內容多取材於 *Timoshenko* 氏所著之 *Strength of Materials Part I* 及 *Part II*，*Seely* 氏所著之 *Resistance of Materials*，*Popov* 氏所著之 *Introduction to Mechanics of Solids*，*Shanly* 氏所著之 *Mechanics of Materials*，*Levinson* 氏所著之 *Mechanics of Materials* 等書，內容或有未妥之處，深盼讀者指示。

中華民國六十年八月

陳 健 於國立成功大學

材料力學 目錄

序

第一章 拉伸與壓縮

1-1	材料力學	1
1-2	彈性	1
1-3	虎克定律	1
1-4	拉伸試驗圖	6
1-5	實用應力	7
1-6	垂直桿因本身重量而影響其應力與應變	11
1-7	靜力不定問題	16
1-8	熱應力	22
1-9	圓環的擴張	26

第二章 應力與應變

2-1	單向拉伸或壓縮時所生之應力	33
2-2	應力圓	35
2-3	兩垂直方向之拉伸或壓縮	38
2-4	主應力	43
2-5	單向拉伸或壓縮時的應變	51
2-6	二垂直方向拉伸或壓縮時的應變	52
2-7	剪應變及其彈性模數	55
2-8	實用剪應力	57
2-9	三互相垂直方向拉伸或壓縮時之應變	58

2-10	各種主要的應力與摩爾圓	63
2-11	平面應變的變換	67
2-12	應變的摩爾圓	69

第三章 鉚接與焊接

3-1	鉚釘接合之應用及種類	73
3-2	鉚釘接合的形式及各部分的名稱	73
3-3	鉚釘接合之損壞形式	75
3-4	焊接	85

第四章 剪力與彎矩

4-1	梁之定義及種類	91
4-2	剪力與彎矩	93
4-3	符號的規定	94
4-4	剪力與彎矩之方程	94
4-5	剪力與彎矩之關係	96
4-6	剪力圖與彎矩圖	97

第五章 梁之應力

5-1	彎應力	125
5-2	梁之各種斷面	133
5-3	梁之剪應力	141
5-4	梁受彎曲時之主應力	149
5-5	合成梁內應力	154

第六章 梁之撓度

6-1	撓曲線方程式	161
-----	--------	-----

6-2	二重積分法	163
6-3	面矩法	173
6-4	共軛梁法	180
6-5	疊合法	188
6-6	梁因剪力而生之撓度	195
6-7	梁之載荷，剪力，彎矩，斜度，撓度之關係	200

第七章 靜不定梁

7-1	多餘拘束	203
7-2	一端插入，一端用可動鉸鏈支點之梁	204
7-3	兩端插入梁	212
7-4	連續梁	219
7-5	間架	232

第八章 變斷面梁、兩種材料之合成梁

8-1	變斷面梁	243
8-2	兩種材料之合成梁	251
8-3	鋼筋混凝土梁	255
8-4	鋼筋混凝土T梁	259
8-5	抗拉與抗壓均應加強之梁	262
8-6	鋼筋混凝土梁之剪應力	264

第九章 梁之彎曲不在一對稱平面內

9-1	一平面之純彎曲不在對稱面上	267
9-2	梁之二對稱平面之彎曲	272
9-3	不在對稱面上之主平面彎曲及剪力中心	275

第十章 彎曲載荷與軸向載荷之合成、柱之理論

10-1 彎曲與拉伸或壓縮的合成	283
10-2 短柱之偏心載荷	292
10-3 斷面核心	302
10-4 長柱之偏心載荷	310
10-5 臨界載荷	314
10-6 臨界應力	317
10-7 經驗公式	326

第十一章 扭轉、彎曲與扭轉的合成

11-1 圓軸的扭轉	333
11-2 空心軸的扭轉	340
11-3 薄壁管的扭轉、剪流	343
11-4 矩形斷面軸之扭轉	346
11-5 密圈螺旋彈簧	347
11-6 圓軸之彎曲與扭轉的合成	353

第十二章 應變能及撞擊

12-1 拉伸或壓縮之應變能	359
12-2 撞擊而生之拉力	363
12-3 剪力而生之彈性應變能	370
12-4 扭力所生之應變能	371
12-5 彎曲而生之彈性應變能	375
12-6 撞擊而生之撓度	379
12-7 應變能之普通方程式	382

12-8 卡思的義安諾定理·····	384
12-9 桁架之撓度·····	392
12-10 卡氏定理對靜不定問題之應用·····	397
12-11 互換定理·····	404

附 錄

(一) 面積之轉動慣量·····	411
(二) 各種材料性質表·····	431
(三) 索引·····	439

第一章 拉伸與壓縮

1-1 材料力學

材料力學 (*strength of materials*) 為工程力學 (*engineering mechanics*) 之一部份，研究物體受外力作用後，而內力及形狀所生之變化也。

1-2 彈性

當有外力作用於一物體，則該物體發生變形，若除去外力，而物體能恢復原來狀態，此種特性稱為彈性 (*elasticity*)，本章所討論之拉伸與壓縮均限於彈性極限之內。

1-3 虎克定律

圖 1-1(a) 示一長度為 l 之稜柱形桿，上端固定，下端受拉力 P 作用，圖 1(b) 示一橫斷面 mn 將桿分開為自由體，設

P = 使桿伸長之拉力

l = 桿之原來長度

A = 桿之橫斷面面積

δ = 桿之總伸長

E = 材料之彈性係數

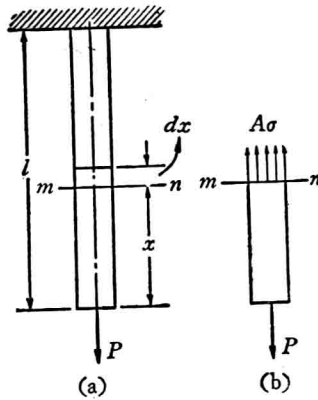


圖 1-1

$\sigma = \text{應力}$

$\epsilon = \text{應變}$

則 $P = A \sigma$

故 $\sigma = \frac{P}{A} \dots\dots\dots (1-1)$

式中 σ 為單位面積上的內力，通稱為應力 (*stress*)，經常以 σ_t 表拉應力 (*tensile stress*)， σ_c 表壓應力 (*compressive stress*)， σ_b 表承應力 (*bearing stress*)，即兩接觸面間的壓應力，其單位為磅/方吋，常以 $lb/in^2, psi, lb\ per\ sq\ in$ ，或 $\#/\square''$ 表之。

如原長為 l ，經拉力 P 作用後而伸長 δ ，則單位長度的伸長為

$$\epsilon = \frac{\delta}{l} \dots\dots\dots (1-2)$$

ϵ 亦稱為應變 (*strain*)，其單位為 in/in ，亦可視為純數。設 P 為拉力，則生拉應變，壓力則生壓應變。

物體所生的應力在某限度之內，其應變與應力成正比，可用下式表之

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = E \text{ (常數)} \dots\dots\dots (1-3)$$

常數 E 稱為彈性模數 (*modulus of elasticity*) 或稱揚格模數 (*Young's modulus*), 各種材料均有其彈性模數. 詳於第一表, 其單位以 *psi* 表之。

由上式可導出

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\frac{P}{A}}{\frac{\delta}{l}} = \frac{Pl}{A\delta}$$

故
$$\delta = \frac{Pl}{AE} \dots\dots\dots(1-4)$$

即桿之伸長或縮短與外力 P , 長度 l 成正比, 與斷面面積 A 及彈性模數 E 成反比, 此稱為虎克定律 (*Hooke's law*)。嚴格而言, 虎克定律應在比例極限以內成立的, 但比例極限與彈性極限甚為接近, 普通均以彈性限度以內而言。

例題

1. 一圓柱形鋼桿直徑為 1 吋, 長 20 呎, 拉力 $P=15,000$ 磅, 彈性模數 $E=29 \times 10^6$ 磅/方吋, 求總伸長 δ 。

解: $\because P=15,000$ 磅

$$l=20 \text{ 呎} = 20 \times 12 = 240 \text{ 吋}$$

$$A = \frac{\pi(1)^2}{4} = \frac{\pi}{4} = 0.7854 \text{ 方吋}$$

$$E = 29,000,000 \text{ 磅/方吋}$$

$$\therefore \delta = \frac{Pl}{AE} = \frac{15,000 \times 240}{0.7854 \times 29,000,000} = 0.158 \text{ 吋}$$

2. 一測量用鋼尺, 斷面面積為 0.004 方吋, 在量長度時拉力為 16 磅, 設 $E=30 \times 10^6$ 磅/方吋, $l=100$ 呎, 試求其拉應力及總伸長。

解: $\because P=16$ 磅

$$A=0.004 \text{ 方吋}$$

$$\therefore \sigma = \frac{P}{A} = \frac{16}{0.004} = 4,000 \text{ 磅/方吋}$$

$$\text{又 } l=100 \text{ 呎} = 100 \times 12 = 1200 \text{ 吋,}$$

$$E=30 \times 10^6 \text{ 磅/方吋}$$

$$\therefore \delta = \frac{Pl}{AE} = \frac{16 \times 1200}{0.004 \times 30 \times 10^6} = 0.16 \text{ 吋.}$$

3. 一 1×4 吋鋼環首桿 (*eye bar*) 20 呎長，拉力為 80,000 磅， E 為 30×10^6 磅/方吋，試求 (a) 單位拉應力，(b) 單位伸長，(c) 總伸長。

$$\text{解: (a) } \therefore P=80,000 \text{ 磅}$$

$$A=1 \times 4=4 \text{ 方吋}$$

$$\therefore \sigma = \frac{P}{A} = \frac{80,000}{4} = 20,000 \text{ 磅/方吋}$$

$$\text{(b) } \therefore \sigma=20,000 \text{ 磅/方吋}$$

$$E=30 \times 10^6 \text{ 磅/方吋}$$

$$\therefore \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{20000}{30 \times 10^6} = 0.00067$$

$$\text{(c) } \therefore \epsilon=0.00067$$

$$l=20 \times 12=240 \text{ 吋}$$

$$\therefore \delta = \epsilon l = 0.00067 \times 240 = 0.16 \text{ 吋}$$

4. 一 6×8 吋之垂直木柱，長 10 呎 8 吋，垂直軸向壓力為 32,000 磅，計算 (a) 木柱的壓應力，(b) 單位軸向壓縮 (c) 全部軸向縮短， $E=1,760,000$ 磅/方吋。

$$\text{解: (a) } P=32,000 \text{ 磅}$$

$$A=5.5 \times 7.5=41.25 \text{ 方吋}$$

按木材斷面性質， 6×8 吋之斷面面積為 $5\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{2}$ 應為 41.25 方吋

$$\therefore \sigma = \frac{P}{A} = \frac{32,000}{41.25} = 775 \text{ 磅/方吋。}$$

$$(b) \quad \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{775}{1.76 \times 10^6} = 0.00044$$

$$(c) \quad \delta = \epsilon l = 0.00044 \times 128 = 0.0563 \text{ 吋。}$$

習 題

1. 一圓形鋼桿，直徑為 0.8 吋，受拉力為 9,000 磅，求其單位面積上所受之拉力。 答 17,900 磅/方吋

2. 一圓柱形鋼桿，直徑為 1 吋，單位伸長為 0.7×10^{-3} ，彈性模數為 30×10^6 磅/方吋，求其拉力。 答 16,500 磅

3. 一木桿長 12 呎，壓力為 3,000 磅，壓應力為 160 磅/方吋，求 (a) 桿之斷面面積，(b) 桿之總壓縮。 答 (a) 50 方吋，(b) 0.0154 吋

4. 一 2×4 吋鑄鐵桿 12 呎長，垂直懸掛着，下端有載荷 24,000 磅， $E = 25,000,000$ 磅/方吋，求單位伸長及總伸長。 答 0.00012, 0.01728 吋

5. 1-2 圖 AB 為一鋼桿，其斷面 $A = 1$ 方吋， $Q = 10,000$ 磅， $P = 5,000$ 磅， $E = 30 \times 10^6$ 磅/方吋，求此桿之總伸長。 答 0.00823 吋

6. 大小尺寸完全相同之二桿，受相同之拉力時，其單位伸長之比為 1:15/8；求此二桿材料彈性模數之比，又如抗伸應力為 10,000 磅/方吋，一為鋼桿，一為銅桿，試求其單位伸長。 答 $\frac{1}{3,000}$ ， $\frac{1}{1,600}$ 。

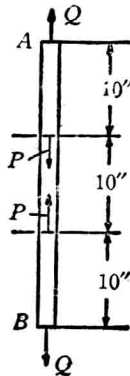


圖 1-2

1-4 拉伸試驗圖

拉力與伸長在某一限度內互成正比，此限度因材料之性質不同而異，稱為比例極限 (*proportional limit*)。過此限度，則拉力與伸長之關係較為複雜，由 1-3 圖解釋之。

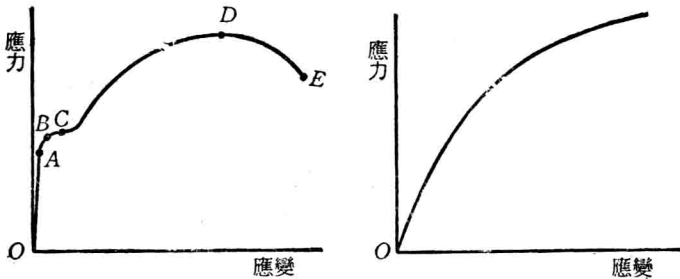


圖 1-3 (a) 建築鋼之拉伸試驗圖 (b) 鑄鐵之拉伸試驗圖

在 (a) 圖中 A 為比例極限， OA 為直線，示應力與應變成正比例；自 A 以後，此線漸見彎曲，與虎克定律之差別即頗明顯， B 點為彈性極限 (*elastic limit*)，在此範圍之內，將拉力移去，材料即恢復原狀，過 B 點則其伸長將為永久變形 (*permanent set*)， C 點為屈服點 (*yield point*)，達此點時應力不增而應變突然增大，即圖上所示之一部份水平線，此後應力續增，而應變亦繼續增加，到 D 點應力已達最高限度，此點稱為最後強度 (*ultimate strength*)。 D 點以後雖應力減少，而應變仍迅速增加，至 E 點即告斷裂，此點稱為斷裂點 (*point of rupture*)。重要材料之各種數值詳第一表。

比例極限、彈性極限與屈服點三點甚為接近，實際上可視為一點。應力達最後強度之後，物體即生頸形 (*neck*)，斷面減少，故應力雖減而應變仍增，延性材料有顯著之屈服點，如 (a) 圖所示，而脆性材料則無明顯的屈服點，如 (b) 圖所示。

壓縮試驗圖與拉伸試驗圖相仿。

1-5 資用應力

經試驗結果，可知材料之比例極限，屈服點，及最後強度，且可確定某一工程中，某一應力可視為安全應力 (*safe stress*)，亦稱工作應力或資用應力 (*working stress*)，其值遠在比例極限之下，可用下式求之：

$$\sigma_w = \frac{\sigma_{y.p.}}{n} \quad \text{或} \quad \sigma_w = \frac{\sigma_u}{n_1} \dots\dots\dots (1-5)$$

式中 n 與 n_1 稱為安全係數 (*factor of safety*)，延性材料多用屈服點為標準，為屈服點一部份，脆性材料則以最後強度為準，為最後強度之一部份。

例題

1. 兩鋼桿 AB ， BC 各長 15 呎，以鉸鏈懸之如 1-4 圖所示，設 $P=5,000$ 磅， $\sigma_w=10,000$ 磅/方吋， $\theta=30^\circ$ ， $E=30 \times 10^6$ 磅/方吋，求桿之斷面及 B 點的撓度。

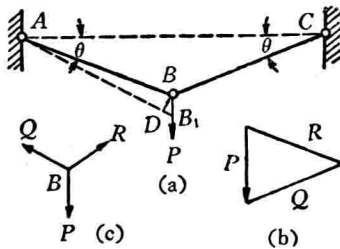


圖 1-4

解：以 B 點為自由體，由力之三角形中知

$$Q=R=P=5,000 \text{ 磅,}$$

故 AB ， BC 之斷面相同，以 A 表之，

$$\text{則} \quad A = \frac{Q}{\sigma_w} = \frac{5,000}{10,000} = \frac{1}{2} \text{方吋}$$

設 B 之撓度為 BB_1 ，聯 AB_1 ，取 $AD=AE$ ，則 B_1D 為桿之伸長，故

$$\begin{aligned} B_1D = \delta = \epsilon l &= \frac{\sigma_w l}{E} = \frac{10,000}{30 \times 10^6} \times 15 \times 12 \\ &= 0.06 \text{ 吋} \end{aligned}$$

$$\text{在 } \triangle BDB_1 \text{ 中, } BB_1 = \frac{B_1D}{\sin \theta} = \frac{0.06}{\frac{1}{2}} = 0.12 \text{ 吋}$$

此題變形後 θ 仍等於 30° ，在計算上已足夠準確。

2. 鋼桿 AB 與木梁 BC 以鉸鏈聯接如 1-5 (a) 圖所示，設木之資用應力 $(\sigma_w)_w = 160$ 磅/方吋，鋼之資用應力 $(\sigma_s)_w = 10,000$ 磅/方吋，載荷 $P = 6,000$ 磅，求鋼桿及木梁之斷面面積，又求 B 點受力後之水平垂直兩方向之位移， $E_s = 30 \times 10^6$ 磅/方吋， $E_w = 15 \times 10^6$ 磅/方吋

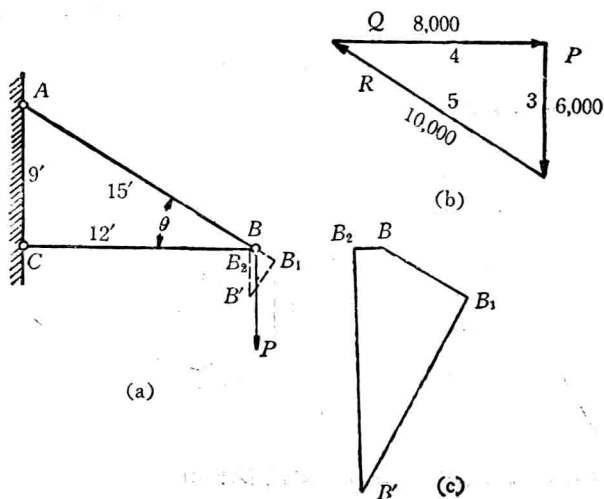


圖 1-5

解：以 B 點為自由體，由 (b) 圖力之三角形中求出