材料力學

陳 健 著

科學技術叢書／三民書局印行

材 料 力 學

蔡 旭 容 著

三 民 書 局 印 行

教育部 教科圖書 標本儀器 發音片 教具 審定執照

茲據三民書局呈送蔡旭容編
五專材料力學全一冊經本部審
定合於五專之用其有效期
限叁年自陸拾柒年玖月
日起至柒拾年捌月日止
合行發給執照

右給三民書局收執

中華民國 [illegible] 號

行政院新聞局登記證局版臺業字第〇二〇〇〇號

中華民國六十七年九月初版

材料力學

基本定價肆元叁角叁分

著作者 蔡旭容
發行人 劉振强
出版者 三民書局股份有限公司
印刷所 三民書局股份有限公司
臺北市重慶南路一段六十一號
郵政劃撥九九九九八號

序　　言

材料力學爲大學工學院及工業專科學校之共同必修課程，本書可作教本。

全書共分十二章，凡三十三萬餘言，大學每週四小時，工專每週六小時，分十六週授畢，如有科系學分較少者，可自行略去部分教材。如第二章第十節以後，第十二章第九節以後，及第七，第八，第九三章均可酌量略去。

本書中例題約 150 題，習題約 270 題，均附有答案，內容甚切實際，由淺而深，由簡而繁，頗適讀者自修、複習之用，工業專科學校採用者可將較艱深部分習題删去。

本書內容多取材於 *Timoshenko* 氏所著之 *Strength of Materials Part* Ⅰ及 *Part* Ⅱ, *Seely* 氏所著之 *Resistance of Materials*, *Popov* 氏所著之 *Introduction to Mechanics of Solids*, *Shanly* 氏所著之 *Mechanics of Materials*, *Levinson* 氏所著之 *Mechanics of Materials* 等書，內容或有未妥之處，深盼讀者指示。

中華民國六十年八月

陳　　健 於國立成功大學

材料力學　目錄

序

第一章　拉伸與壓縮

第二章　應力與應變

第三章 鉚接與焊接

第四章 剪力與彎矩

第五章 梁之應力

第六章 梁之撓度

第七章　靜不定梁

第八章　變斷面梁、兩種材料之合成梁

第九章　梁之彎曲不在一對稱平面內

第十章 彎曲載荷與軸向載荷之合成、柱之理論

第十一章 扭轉、彎曲與扭轉的合成

第十二章 應變能及撞擊

附　　錄

第一章　拉伸與壓縮

1-1　材料力學

材料力學 (*strength of materials*) 爲工程力學 (*engineering mechanics*) 之一部份，研究物體受外力作用後，而內力及形狀所生之變化也。

1-2　彈　性

當有外力作用於一物體，則該物體發生變形，若除去外力，而物體能恢復原來狀態，此種特性稱爲彈性 (*elesticity*)，本章所討論之拉伸與壓縮均限於彈性極限之內。

1-3　虎克定律

圖 1-1(a) 示一長度爲 l 之稜柱形桿，上端固定，下端受拉力 P 作用，圖 1(b) 示一橫斷面 mn 將桿分開爲自由體，設

P＝使桿伸長之拉力

l＝桿之原來長度

A＝桿之橫斷面面積

δ＝桿之總伸長

E＝材料之彈性係數

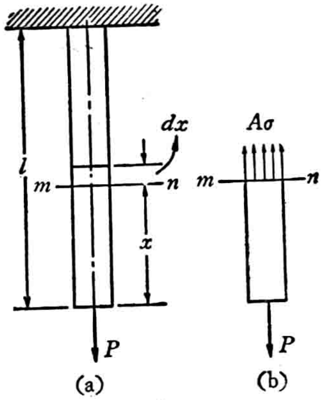

圖 1-1

σ＝應力

ϵ＝應變

則 $P=A\,\sigma$

故 $$\sigma=\frac{P}{A} \qquad (1\text{-}1)$$

式中 σ 為單位面積上的內力，通稱為應力 (*stress*)，經常以 σ_t 表拉應力(*tensile stress*)，σ_c 表壓應力(*compressive stress*)，σ_b 表承應力 (*bearing stress*)，即兩接觸面間的壓應力，其單位為磅/方吋，常以 lb/in^2, *psi*, *lbper sqin*，或 #/□″ 表之。

如原長為 l，經拉力 P 作用後而伸長 δ，則單位長度的伸長為

$$\epsilon=\frac{\delta}{l} \qquad (1\text{-}2)$$

ϵ 亦稱為應變 (*strain*)，其單位為 *in/in*，亦可視為純數。設 P 為拉力，則生拉應變，壓力則生壓應變。

物體所生的應力在某限度之內，其應變與應力成正比，可用下式表之

$$\frac{\sigma}{\epsilon}=E\ (\text{常數}) \qquad (1\text{-}3)$$

常數E稱爲彈性模數 (*modulus of elasticity*) 或稱揚格模數(*Young's modulus*)，各種材料均有其彈性模數. 詳於第一表，其單位以 *psi* 表之。

由上式可導出

$$E=\frac{\sigma}{\epsilon}=\frac{\frac{P}{A}}{\frac{\delta}{l}}=\frac{Pl}{A\delta}$$

故
$$\delta=\frac{Pl}{AE}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1\text{-}4)$$

卽桿之伸長或縮短與外力P，長度 l 成正比，與斷面面積A及彈性模數E成反比，此稱爲虎克定律 (*Hooke's law*)。嚴格而言，虎克定律應在比例極限以內成立的，但比例極限與彈性極限甚爲接近，普通均以彈性限度以內而言。

例　題

1. 一圓柱形鋼桿直徑爲 1 吋，長 20 呎，拉力 $P=15{,}000$磅，彈性模數 $E=29\times10^6$ 磅/方吋，求總伸長 δ。

解:　∵　$P=15{,}000$ 磅

$$l=20 \text{ 呎}=20\times12=240 \text{ 吋}$$

$$A=\frac{\pi(1)^2}{4}=\frac{\pi}{4}=0.7854 \text{ 方吋}$$

$$E=29{,}000{,}000 \text{ 磅/方吋}$$

$$\therefore\quad \delta=\frac{Pl}{AE}=\frac{15{,}000\times240}{0.7854\times29{,}000{,}000}=0.158\text{吋}$$

2. 一測量用鋼尺，斷面面積爲 0.004 方吋，在量長度時拉力爲 16 磅，設 $E=30\times10^6$ 磅/方吋，$l=100$ 呎，試求其拉應力及總伸長。

解:　∵　$P=16$磅

$A=0.004$ 方吋

$$\therefore\quad \sigma=\frac{P}{A}=\frac{16}{0.004}=4{,}000 \text{ 磅/方吋}$$

又　$l=100$ 呎$=100\times12=1200$ 吋，

$E=30\times10^6$ 磅/方吋

$$\therefore\quad \delta=\frac{Pl}{AE}=\frac{16\times1200}{0.004\times30\times10^6}=0.16 \text{ 吋。}$$

3. 一 1×4 吋鋼環首桿 (*eye bar*) 20 呎長，拉力爲 80,000磅，E爲 30×10^6 磅/方吋，試求 (*a*) 單位拉應力，(*b*) 單位伸長，(*c*) 總伸長。

解：(a) ∵ $P=80{,}000$ 磅

$A=1\times4=4$ 方吋

$$\therefore\quad \sigma=\frac{P}{A}=\frac{80{,}000}{4}=20{,}000 \text{ 磅/方吋}$$

(b) ∵ $\sigma=20{,}000$ 磅/方吋

$E=30\times10^6$ 磅/方吋

$$\therefore\quad \epsilon=\frac{\sigma}{E}=\frac{20000}{30\times10^6}=0.00067$$

(c) ∵ $\epsilon=0.00067$

$l=20\times12=240$ 吋

$$\therefore\quad \delta=\epsilon l=0.00067\times240=0.16 \text{ 吋}$$

4. 一 6×8 吋之垂直木柱，長 10 呎 8 吋，垂直軸向壓力爲 32,000磅，計算 (*a*) 木柱的壓應力，(*b*) 單位軸向壓縮 (*c*) 全部軸向縮短，$E=1{,}760{,}000$磅/方吋。

解：(a) $P=32{,}000$ 磅

$A=5.5\times7.5=41.25$ 方吋

按木材斷面性質，6×8 吋之斷面面積爲 $5\frac{1}{2}\times7\frac{1}{2}$應爲 41.25方吋

$$\therefore \quad \sigma=\frac{P}{A}=\frac{32,000}{41.25}=775\text{磅/方吋。}$$

(b)　$\epsilon=\dfrac{\sigma}{E}=\dfrac{775}{1.76\times10^6}=0.00044$

(c)　$\delta=\epsilon l=0.00044\times128=0.0563$ 吋。

習　題

1. 一圓形鋼桿，直徑爲 0.8 吋，受拉力爲 9,000 磅，求其單位面積上所受之拉力。　答 17,900 磅/方吋

2. 一圓柱形鋼桿，直徑爲1吋，單位伸長爲 0.7×10^{-3}，彈性模數爲 30×10^6 磅/方吋，求其拉力。　答 16,500 磅

3. 一木桿長 12 呎，壓力爲 8,000 磅，壓應力爲 160 磅/方吋，求 (a) 桿之斷面面積，(b) 桿之總壓縮。　答 (a) 50 方吋，(b) 0.0154 吋

4. 一2×4 吋鑄鐵桿 12 呎長，垂直懸掛着，下端有載荷 24,000 磅，$E=25,000,000$ 磅/方吋，求單位伸長及總伸長。　答 0.00012, 0.01728 吋

5. 1-2 圖 AB 爲一鋼桿，其斷面 $A=1$ 方吋，$Q=10,000$ 磅，$P=5,000$ 磅，$E=30\times10^6$ 磅/方吋，求此桿之總伸長。　答 0.00823 吋

6. 大小尺寸完全相同之二桿，受相同之拉力時，其單位伸長之比爲 1:15/8；求此二桿材料彈性模數之比，又如抗伸應力爲 10,000 磅/方吋，一爲鋼桿，一爲銅桿，試求其單位伸長。　答 $\frac{1}{3,000}$，$\frac{1}{1,600}$。

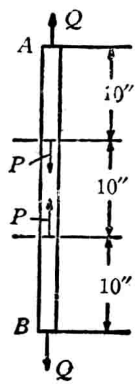

圖 1-2

1-4 拉伸試驗圖

拉力與伸長在某一限度內互成正比，此限度因材料之性質不同而異，稱爲比例極限 (*proportional limit*)。過此限度，則拉力與伸長之關係較爲複雜，由 1-3 圖解釋之。

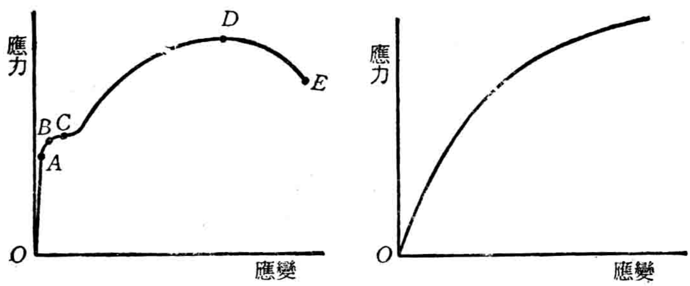

圖 1-3 (a) 建築鋼之拉伸試驗圖 (b) 鑄鐵之拉伸試驗圖

在 (a) 圖中 A 爲比例極限，OA 爲直線，示應力與應變成正比例；自 A 以後，此線漸見彎曲，與虎克定律之差別即頗明顯，B 點爲彈性極限 (*elastic limit*)，在此範圍之內，將拉力移去，材料即恢復原狀，過 B 點則其伸長將爲永久變形 (*permanent set*)，C 點爲屈服點 (*yield point*)，達此點時應力不增而應變突然增大，即圖上所示之一部份水平線，此後應力續增，而應變亦繼續增加，到 D 點應力已達最高限度，此點稱爲最後強度 (*ultimate strength*)。D 點以後雖應力減少，而應變仍迅速增加，至 E 點即告斷裂，此點稱爲斷裂點 (*point of rupture*)。重要材料之各種數值詳第一表。

比例極限、彈性極限與屈服點三點甚爲接近，實際上可視爲一點。應力達最後強度之後，物體即生頸形 (*neck*)，斷面減少，故應力雖減而應變仍增，延性材料有顯著之屈服點，如 (a) 圖所示，而脆性材料則無明顯的屈服點，如 (b) 圖所示。

壓縮試驗圖與拉伸試驗圖相仿。

1-5　資用應力

經試驗結果，可知材料之比例極限，屈服點，及最後強度，且可確定某一工程中，某一應力可視爲安全應力（*safe stress*），亦稱工作應力或資用應力（*working stress*），其值遠在比例極限之下，可用下式求之：

$$\sigma_w=\frac{\sigma_{y.p.}}{n} \quad 或 \quad \sigma_w=\frac{\sigma_u}{n_1} \cdots\cdots\cdots (1\text{-}5)$$

式中 n 與 n_1 稱爲安全係數（*factor of safety*），延性材料多用屈服點爲標準，爲屈服點一部份，脆性材料則以最後強度爲準，爲最後強度之一部份。

例　題

1. 兩鋼桿 AB, BC 各長 15 呎，以鉸鏈懸之如 1-4 圖所示，設 $P=5{,}000$ 磅，$\sigma_w=10{,}000$ 磅/方吋，$\theta=30°$，$E=30\times10^6$ 磅/方吋，求桿之斷面及 B 點的撓度。

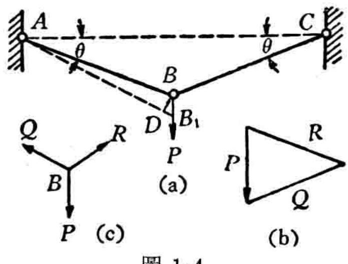

圖 1-4

解：　以 B 點爲自由體，由力之三角形中知

$$Q=R=P=5{,}000 \text{ 磅},$$

故 AB, BC 之斷面相同，以 A 表之，

則 $$A=\frac{Q}{\sigma_\omega}=\frac{5,000}{10,000}=\frac{1}{2}\text{方吋}$$

設 B 之撓度為 BB_1，聯 AB_1，取 $AD=AB$，則 B_1D 為桿之伸長，故

$$B_1D=\delta=\epsilon l=\frac{\sigma_\omega}{E}l=\frac{10,000}{30\times10^6}\times15\times12$$
$$=0.06\text{ 吋}$$

在 $\triangle BDB_1$ 中，$BB_1=\dfrac{B_1D}{\sin\theta}=\dfrac{0.06}{\frac{1}{2}}=0.12$ 吋

此題變形後 θ 仍等於 30°，在計算上已足够準確。

2. 鋼桿 AB 與木梁 BC 以鉸鏈聯接如 1-5 (a) 圖所示，設木之資用應力 $(\sigma_w)_w=160$ 磅/方吋，鋼之資用應力$(\sigma_s)_w=10,000$磅/方吋，載荷 $P=6,000$ 磅，求鋼桿及木梁之斷面面積，又求B點受力後之水平垂直兩方向之位移，$E_s=30\times10^6$ 磅/方吋，$E_w=15\times10^6$磅/方吋

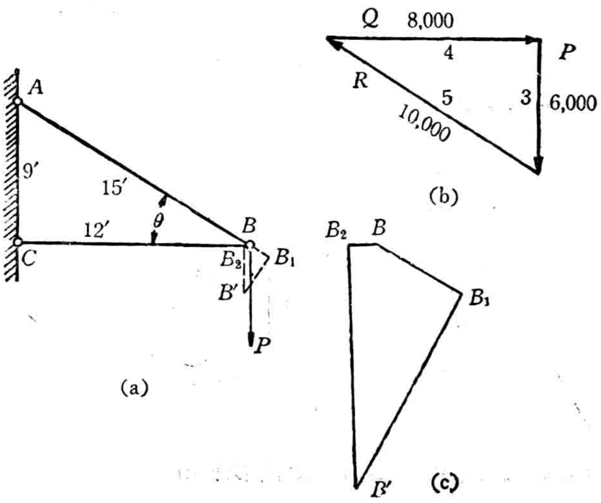

圖 1-5

解: 以B點為自由體，由 (b) 圖力之三角形中求出