初中数理化习题精选丛书

初二数学习题精选

丛书主编：门树慧　李国岚　杨正钊

名校名师精编
教练结合紧密
解题过程详细
贴近中考实践

金盾出版社

责任编辑：张学敏
封面设计：罗针盘工作室

■ 初一数学习题精选

■ 初二数学习题精选

■ 初三数学习题精选

■ 初二物理习题精选

■ 初三物理习题精选

■ 初中化学习题精选

ISBN 7-5082-2461-2

ISBN 7-5082-2461-2
G·912 定价:15.50 元

初中数理化习题精选丛书

初二数学习题精选

丛书主编 门树慧 李国岚
杨正钊

本书编者 门树慧 门树敏
尹志锦 张 航

金盾出版社

内 容 提 要

本书包括初二数学全部内容，共分三篇：第一篇为代数，第二篇为平面几何，第三篇为应用与研究．在每章前面配有“要点提示”，精讲了每章知识要点和解题方法等，以便于解题．全书内容丰富、题型多样，并配有答案或提示．

本书供初中二年级学生使用，也可供初中数学教师参考．

图书在版编目(CIP)数据

初中数理化习题精选丛书．初二数学习题精选/门树慧等编著．—北京：金盾出版社，2003.7

ISBN 7-5082-2461-2

Ⅰ．初…　Ⅱ．门…　Ⅲ．数学课—初二—习题　Ⅳ．G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 028248 号

金盾出版社出版、总发行

北京太平路 5 号(地铁万寿路站往南)

邮政编码：100036　电话：68214039　66882412

传真：68276683　电挂：0234

封面印刷：北京 2207 工厂

正文印刷：北京万兴印刷厂

各地新华书店经销

开本：787×1092 1/16　印张：14　字数：336 千字

2004 年 6 月第 1 版第 3 次印刷

印数：29001—30000 册　定价：15.50 元

序

为了启迪思维、传授方法、点拨技巧，加深学生对知识的理解，帮助学生学好数理化知识，提高解题能力和探究能力，增强创新意识和应用意识，进而提高学生的综合素质，我们组织北京教育学院的教授和多所重点中学的特、高级教师编写了这套“初中数理化习题精选丛书”，供初中同学平时练习和准备中考时使用。其中，数学三册，物理两册，化学一册。本丛书依据教育部最新制订的“全日制义务教育课程标准（实验稿）”编写，并且紧密结合现行教材，内容丰富，适应面广，除基本题、综合题外，还增加了应用性和研究性题，并配有解答或提示。

“初中数理化习题精选丛书”编委会

2003年6月

前言

解题，是学习数学的重要环节。解题是一种创造性的活动，通过解题可以更好地理解和掌握数学知识。为了提高学生的解题能力和研究能力，发展学生的创新意识和应用意识，我们编写了《初一数学习题精选》、《初二数学习题精选》、《初三数学习题精选》，共三册。本册供初二学生和数学教师使用，其内容依据教育部制订的“全日制义务教育数学课程标准（实验稿）”，紧密结合现行初中数学教材。本书内容丰富新颖，题型多样，有选择题、填空题、解答题、作图题等，并配备了题解、提示及分析说明等内容。

本书共分三篇，第一篇为代数，第二篇为平面几何，第三篇为应用与研究。第三篇内容为课本知识的拓展，以利于提高学生应用数学知识于实践的能力和创新能力。

参加本书编写的还有李正、刘绮、任如芬、周玉芹、牛佳耘、母艾等。

由于水平所限，不妥之处请读者批评指正。

编者

2003年4月

目录

第一篇　代　数

第二篇　平面几何

目 录

第一篇 代 数

第一章 因式分解

要点提示

把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做多项式的因式分解.

因式分解是整式乘法的逆变形.

（一）因式分解的基本方法

1. 提取公因式法.一般表达式为：$ma+mb+mc=m(a+b+c)$.

2. 应用公式法.常用公式如下：

(1) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$;

(2) $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$;

(3) $a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$.

3. 分组分解法.

4. 十字相乘法.

（二）因式分解的其它方法

1. 配方法.

2. 求根公式法.

3. 拆(补)项法.

4. 换元法.

（三）因式分解的一般步骤

1. 如果多项式的各项有公因式，那么先提取公因式.

2. 如果各项没有公因式，可以尝试运用公式来分解.

3. 如果上述方法不能分解，那么可以尝试用分组分解或十字相乘法分解.

4. 分解因式必须进行到每一个多项式因式都不能再分解为止.

（四）因式分解需要注意的几个问题

1. 在学习因式分解知识的过程中，要不断加深对因式分解概念的理解，分解因式的结果一定是因式的积的形式，因式必须是整式.

2. 注意分解因式是在什么数的范围内进行，若题目没有说明，一般指在有理数范围内进行.

3. 当多项式的首项为负时，一般要先把负号提出去.

4. 当多项式的首项为分数时，一般应将分数系数提出去，化为整数系数.

5. 当多项式的各项有公因式时，应先提取公因式，再考虑用其它的方法继续分解，可使问题简化.

6. 若分解后有重因式，应写成幂的形式.

7. 因式分解的结果要彻底，要分解到每个因式都不能再继续分解为止.

一、提取公因式法

1　下列由左向右的变形哪些是因式分解？

(1) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2-\frac{1}{4}$；　(2) $\frac{1}{4}x^2-16=\left(\frac{1}{2}x+4\right)\left(\frac{1}{2}x-4\right)$；

(3) $x^2-9+3x=(x+3)(x-3)+3x$；　(4) $x^2+4=\frac{1}{x+3}(x^2+4)(x+3)$.

答：　只有(2)是因式分解.

2　$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$ 因式分解得(　　).

A. $(a+b)^2+c(c+2a+2b)$　　B. $(a+b+c)^2$

C. $(b+c)^2+a^2+2a(b+c)$　　D. $(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$

解：　B.因为 A、C、D 均不是分解因式,可排除.

3　填空:填入正号或负号,使等式成立.

(1) $(b-a)^2=$________$(a-b)^2$；　(2) $-x-y=$________$(x+y)$；

(3) $-a^2+b^2=$________(a^2-b^2)；　(4) $(y-x)^3=$________$(x-y)^3$；

(5) $x^3-y^3=$________(y^3-x^3)；　(6) $x^3+y^3=$________(y^3+x^3)；

(7) $(2-x)(x-3)=$________$(x-2)(x-3)$.

分析：　由相反数的偶次幂相等、相反数的奇次幂互为相反数可知,(1)、(6)应填入正号,(2)、(3)、(4)、(5)、(7)应填入负号.

4　分解因式:$3m^2-9mn+3m$.

分析：　用提取公因式法分解因式后,原式可分解为 $3m(m-3n+1)$.

若想知道此题做得是否正确,可用单项式与多项式的乘法进行检验,看相乘结果是否是原来的多项式.

5　填空:分解因式 $-28a^2b+21ab^2-7ab=($　　$)$.

A. $7ab(4a-3b+1)$　　B. $7ab(-4a-3b-1)$

C. $-7ab(4a-3b+1)$　　D. $-7ab(4a-3b)$

解：　原式 $=-7ab(4a-3b+1)$.选 C.

6　观察下列多项式：

(1) $2a^2b+4b^2$；　(2) $(a+b)^2x-5x^2(a+b)+4(a-b)^2$；

(3) $9a^2(x-y)-4b(y-x)$；　(4) $8a^3-4a^2+2a-1$.

其中,可以用提取公因式法分解因式的只有(　　).

A. (1),(4)　　B. (2),(3)　　C. (2),(4)　　D. (1),(3),(4)

解：　(1) 可提取 $2b$;(3) 变形为 $9a^2(x-y)+4b(x-y)$后,可提取$(x-y)$;(4) 分组后为 $4a^2(2a-1)+(2a-1)$,可提取$(2a-1)$.选 D.

7　把下列各式分解因式：

(1) $6a^3b-8a^2b^3-4ab^2c$；　(2) $x(3a+b)+5y(3a+b)$；

(3) $5p(a-b)-3q(b-a)$；　(4) $-25xy^2mn+15x^2ym+10xy$；

(5) $x(x-y)^2-y(y-x)$.

解： (1) 原式 $=2ab(3a^2-4ab^2-2bc)$；

(2) 原式 $=(3a+b)(x+5y)$；

(3) 原式 $=5p(a-b)+3q(a-b)=(a-b)(5p+3q)$；

(4) 原式 $=-5xy(5ymn-3xm-2)$；

(5) 原式 $=x(x-y)^2+y(x-y)=(x-y)(x^2-xy+y)$.

把下列各式分解因式：

(1) $(m-a)^2+3x(m-a)-(x+y)(a-m)$；

(2) $a(a-b)^3+2a^2(b-a)^2-2ab(b-a)^2$；

(3) $-xy(x-y)^2+x(y-x)^2-xz(x-y)^2$；

(4) $3(x-1)^3y-(1-x)^3x$.

解： (1) 原式 $=(m-a)^2+3x(m-a)+(x+y)(m-a)=(m-a)(m-a+4x+y)$；

(2) 原式 $=a(a-b)^3+2a^2(a-b)^2-2ab(a-b)^2=a(a-b)^2\cdot(a-b+2a-2b)$

$=3a(a-b)^3$；

(3) 原式 $=-x(x-y)^2\cdot(y-1+z)$；

(4) 原式 $=3(x-1)^3y+(x-1)^3x=(x-1)^3\cdot(3y+x)$.

若 a、b、c 三数中有两数相等，则 $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$ 的值为______.

分析： 若 a、b、c 三数中有两数相等，设 $a=b$，则原式可化为

$a^2(a-c)+a^2(c-a)+c^2(a-a)=a^2(a-c)-a^2(a-c)$. 值为零.

计算：$1.42\times2.5+1.53\times2.5+2.5\times1.05$.

解： 原式 $=2.5\times(1.42+1.53+1.05)=2.5\times4=10$.

分解因式：$(x-3y)(3x+4y)+(2x-6y)(2x-3y)$.

解： 原式 $=(x-3y)(3x+4y)+2(x-3y)(2x-3y)$

$=(x-3y)(3x+4y+4x-6y)$

$=(x-3y)(7x-2y)$.

分解因式：$a^2(b-a)^4-ab(a-b)^4-ac(a-b)^5$.

解： 原式 $=a^2(a-b)^4-ab(a-b)^4-ac(a-b)^5$

$=a(a-b)^4(a-b-ac+bc)$

$=a(a-b)^4[a(1-c)-b(1-c)]$

$=a(a-b)^4(1-c)(a-b)=a(a-b)^5(1-c)$.

把下列各式分解因式：

(1) $(-2)^m+2(-2)^{m-1}$； (2) $15a^{2m+1}b^{m+2}-20a^{m+1}b^{2m+4}$；

(3) $a^2x^{n+2}+abx^{n+1}-acx^n-ax^{n+3}$； (4) $-2x^n-4x^{2n}+8x^{3n}$；

(5) $(-5)^{2n+1}+5\cdot(-5)^{2n}$.

解： (1) 原式 $=(-2)^{m-1}(-2+2)=0$；

(2) 原式 $=5a^{m+1}b^{m+2}(3a^m-4b^{m+2})$；

(3) 原式 $=ax^n(ax^2+bx-c-x^3)$；

(4) 原式 $=-2x^n(1+2x^n-4x^{2n})$；

(5) 原式 $=(-5)^{2n}(-5+5)=0$.

二、应用公式法

14　a^2-16 因式分解为(　　).

A. $(a-8)(a+8)$　　B. $(a-4)(a+4)$

C. $(a-2)(a+2)$　　D. $(a-4)^2$

解：　选 B.

15　若 $a^2+2(k-3)a+16$ 是完全平方式,则 k 的值为(　　).

A. -5　　B. 7　　C. -1　　D. 7 或 -1

解：　由题意 $k-3=\pm4$,所以 $k=7$ 或 -1. 选 D.

16　下列各式的因式分解中,有错误的是(　　).

A. $9(a+2b)^2-16x^4=(3a+6b+4x^2)(3a+6b-4x^2)$

B. $(a-b)^3-(b-a)=(b-a)[(b-a)^2-1]=(b-a)(b-a+1)(b-a-1)$

C. $x^3-14x^2y+49xy^2=x(x-7y)^2$

D. $-a^2b^4+6ab^3-9b^2=-b^2(a^2b^2-6ab+9)=-b^2(ab-3)^2$

解：　$(a-b)^3\neq(b-a)^3$. 选 B.

17　填空题:

(1) $a^2x^2+\frac{1}{25}b^2y^2+$ ________ $=\left(ax+\frac{1}{5}by\right)^2$;

(2) $m^2x^2+\frac{1}{16}n^2y^2+$ ________ $=\left(mx-\frac{1}{4}ny\right)^2$.

分析：　(1) 等号右边是完全平方式,左边的两项分别是 $(ax)^2$ 和 $\left(\frac{1}{5}by\right)^2$,故缺少中间项 ax 与 $\frac{1}{5}by$ 乘积的二倍,即 $\frac{2}{5}abxy$.

(2) 等号右边是两数差的完全平方式,左边的两项分别为 $(mx)^2$ 和 $\left(\frac{1}{4}ny\right)^2$,故缺少中间项 $-2(mx)\left(\frac{1}{4}ny\right)$,即 $-\frac{1}{2}mnxy$.

18　分解因式:

(1) $1-8abc+16a^2b^2c^2$;　(2) $(x+y)^2+(x+y)+\frac{1}{4}$;

(3) a^4-64a^2;　(4) $(x^2+4)^2-16x^2$;

(5) $-(a+b)^2-4(a-b)^2+4(a+b)(a-b)$.

解：　(1) 原式 $=1-8abc+(4abc)^2=(1-4abc)^2$;

(2) 原式 $=\left(x+y+\frac{1}{2}\right)^2$;

(3) 原式 $=a^2(a^2-64)=a^2(a+8)(a-8)$;

(4) 原式 $=(x^2+4+4x)(x^2+4-4x)=(x+2)^2(x-2)^2$;

(5) 原式 $=-[(a+b)^2-4(a+b)(a-b)+4(a-b)^2]$

$=-[a+b-2(a-b)]^2=-(a-3b)^2$.

19 分解因式：$(c^2-a^2-b^2)^2-4a^2b^2$.

解： 原式 $=(c^2-a^2-b^2+2ab)(c^2-a^2-b^2-2ab)$

$=[c^2-(a-b)^2][c^2-(a+b)^2]$

$=(c+a-b)(c-a+b)(c+a+b)(c-a-b)$.

20 已知 $x^2-x+a-3$ 是一个完全平方数，求 a.

解： 其中二次项为 x^2，一次项为 $-x$，若是一个完全平方数，则常数项应为 $\frac{1}{4}$，得 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$. 故 $a-3=\frac{1}{4}$，$a=3\frac{1}{4}$.

21 把下列各式分解因式：

(1) $8m^3(m^2-n^2)-27n^6(n^2-m^2)$； (2) $(m-n)^2-(m^2-n^2)+\frac{1}{4}(m+n)^2$；

(3) $x^{2n+1}-xy^{2n}$； (4) $b^2-(a-b+c)^2$；

(5) $a^2(16x-y)+b^2(y-16x)$； (6) $-\frac{2}{3}x^5+4x^4-6x^3$；

(7) $(a^2+b^2)^2-4a^2b^2$； (8) $(x-y)k^3+(y-x)k$.

解： (1) 原式 $=8m^3(m^2-n^2)+27n^6(m^2-n^2)$

$=(m^2-n^2)(8m^3+27n^6)$

$=(m+n)(m-n)(2m+3n^2)(4m^2-6mn^2+9n^4)$；

(2) 原式 $=\left(m-n-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}n\right)^2=\left(\frac{1}{2}m-\frac{3}{2}n\right)^2=\frac{1}{4}(m-3n)^2$；

(3) 原式 $=x(x^{2n}-y^{2n})=x(x^n+y^n)(x^n-y^n)$；

(4) 原式 $=(b+a-b+c)(b-a+b-c)=(a+c)(2b-a-c)$；

(5) 原式 $=a^2(16x-y)-b^2(16x-y)=(16x-y)(a+b)(a-b)$；

(6) 原式 $=-\frac{2}{3}x^3(x^2-6x+9)=-\frac{2}{3}x^3(x-3)^2$；

(7) 原式 $=(a^2+b^2+2ab)(a^2+b^2-2ab)=(a+b)^2(a-b)^2$；

(8) 原式 $=(x-y)k^3-(x-y)k=k(x-y)(k+1)(k-1)$.

22 如果 $x^2+kxy+25y^2$ 是完全平方式，求 $\frac{1}{25}k^3$ 的值.

解： $\because$ $x^2+kxy+(5y)^2$ 是完全平方式，

$\therefore$ $k=\pm10$，$\therefore$ $\frac{1}{25}k^3=\pm40$.

23 把下列各式分解因式：

(1) $m^2+n^2+2m+2n+2mn+1$； (2) $(x-y)^2+12(y-x)z+36z^2$；

(3) $\left(x^3-9x^2+\frac{81}{4}x\right)-3x^2+27x-\frac{243}{4}$； (4) $6x^4-96y^4$；

(5) $x^{3n}+8y^{3n}$.

解： (1) 原式 $=(m+n)^2+2(m+n)+1=(m+n+1)^2$；

(2) 原式 $=(x-y)^2-12(x-y)z+36z^2=(x-y-6z)^2$；

(3) 原式 $=x\left(x^2-9x+\frac{81}{4}\right)-3\left(x^2-9x+\frac{81}{4}\right)$

$=x\left(x-\frac{9}{2}\right)^2-3\left(x-\frac{9}{2}\right)^2$

$=\left(x-\frac{9}{2}\right)^2(x-3)$;

(4) 原式 $=6(x^4-16y^4)=6(x^2+4y^2)(x^2-4y^2)$

$=6(x^2+4y^2)(x+2y)(x-2y)$;

(5) 原式 $=(x^n+2y^n)(x^{2n}-2x^ny^n+4y^{2n})$.

24 已知多项式 $2x^3-x^2+k$ 有一个因式是 $2x+1$,求 k 的值.

解: 已知多项式是三次式,且一个因式是 $2x+1$,

设 $2x^3-x^2+k=(2x+1)(x^2+ax+b)=2x^3+(2a+1)x^2+(a+2b)x+b$.

由待定系数法知对应项的系数应相等,得

$$\begin{cases}2a+1=-1\\ a+2b=0\\ k=b,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=\frac{1}{2}\\ k=\frac{1}{2},\end{cases}\quad 所以\ k=\frac{1}{2}.$$

25 求证:两个连续奇数的平方差一定是8的倍数.

证明: 设这两个连续奇数分别为 $2n+1$ 和 $2n+3$(n 为整数),则 $(2n+3)^2-(2n+1)^2=(2n+3+2n+1)(2n+3-2n-1)=2(4n+4)=8(n+1)$.

$\because$ $n+1$ 为整数,$\therefore$ 这两个连续奇数的平方差是8的倍数.

26 分解因式:$4-\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2$.

解: 原式 $=\left(2+x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(2-x^2-\frac{1}{x^2}\right)$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2\left[-\left(x^2-2+\frac{1}{x^2}\right)\right]$

$=-\left(x+\frac{1}{x}\right)^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$.

27 分解因式:$(1-x^2)(1-y^2)-(x^2-1)^2(y^2-1)^2$.

解: 原式 $=(x^2-1)(y^2-1)-(x^2-1)^2(y^2-1)^2$

$=(x^2-1)(y^2-1)[1-(x^2-1)(y^2-1)]$

$=(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)[1-(x^2y^2-y^2-x^2+1)]$

$=(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)(x^2+y^2-x^2y^2)$.

28 分解因式:$16a^4(x^2+1)^2-25b^4(x^2+1)^4$.

解: 原式 $=(x^2+1)^2[16a^4-25b^4(x^2+1)^2]$

$=(x^2+1)^2[4a^2+5b^2(x^2+1)][4a^2-5b^2(x^2+1)]$

$=(x^2+1)^2(4a^2+5b^2x^2+5b^2)(4a^2-5b^2x^2-5b^2)$.

29 分解因式:$(a^2-y^2+b^2-x^2)^2-4(xy-ab)^2$.

解: 原式 $=(a^2+b^2-x^2-y^2+2xy-2ab)(a^2+b^2-x^2-y^2-2xy+2ab)$

$=[(a-b)^2-(x-y)^2][(a+b)^2-(x+y)^2]$

$=(a-b+x-y)(a-b-x+y)(a+b+x+y)(a+b-x-y)$.

三、分组分解法

利用分组分解法把多项式 $2xy-x^2-y^2+1$ 分解因式，正确的分组方法是(　　).

A. $(2xy-x^2)-(y^2-1)$　　B. $(2xy-y^2)-(x^2-1)$

C. $(2xy+1)-(x^2+y^2)$　　D. $1+(2xy-x^2-y^2)$

解： 选 D.

已知 $m^3-m^2n-mn^2+n^3$ 有因式 $m-n$，则另外的因式是(　　).

A. m^2+n^2　　B. m^2-n^2

C. $(m-n)(m+n)$　　D. $(m+n)^2$

解： 原式 $=m^2(m-n)-n^2(m-n)=(m-n)(m^2-n^2)=(m-n)(m-n)(m+n)$. 选 C.

$-(3x-1)(x+2y)$ 是下列哪个多项式的分解结果(　　).

A. $3x^2+6xy-x-2y$　　B. $3x^2-6xy+x-2y$

C. $x+2y+3x^2+6xy$　　D. $x+2y-3x^2-6xy$

解： 可采用验证法. $-(3x-1)(x+2y)=x+2y-3x^2-6xy$. 选 D.

把下列各式分解因式：

(1) $5a-3ax-5b+3bx$；(2) $4a^2+3b-3ab-4a$；

(3) $4x^2-y^2+6x-3y$；(4) $a^3-b^3+2a-2b$；

(5) $x^3+y^3+y^2-xy+x^2$；(6) $a^2+6ab+9b^2-16x^2y^2$；

(7) $a^2-8ab+16b^2+6a-24b+9$；(8) $a^2-4ab+4b^2-x^2+4x-4$.

解： (1) 原式 $=a(5-3x)-b(5-3x)=(5-3x)(a-b)$；

(2) 原式 $=a(4a-3b)-(4a-3b)=(4a-3b)(a-1)$；

(3) 原式 $=(2x+y)(2x-y)+3(2x-y)=(2x-y)(2x+y+3)$；

(4) 原式 $=(a-b)(a^2+ab+b^2)+2(a-b)=(a-b)(a^2+ab+b^2+2)$；

(5) 原式 $=(x+y)(x^2-xy+y^2)+(y^2-xy+x^2)=(x^2-xy+y^2)(x+y+1)$；

(6) 原式 $=(a+3b)^2-(4xy)^2=(a+3b+4xy)(a+3b-4xy)$；

(7) 原式 $=(a-4b)^2+6(a-4b)+9=(a-4b+3)^2$；

(8) 原式 $=(a-2b)^2-(x-2)^2=(a-2b+x-2)(a-2b-x+2)$.

把下列各式分解因式：

(1) $a^2-b^2+ax+bx$；(2) $4x^2-25y^2+9-12x$；

(3) $x^4y+2x^3y^2-x^2y-2xy^2$；(4) $x^2+9y^2-4m^2-n^2+6xy+4mn$；

(5) $10a^2b+21bc^2-14ab^2-15ac^2$.

解： (1) 原式 $=(a+b)(a-b)+x(a+b)$

$=(a+b)(a-b+x)$.

(2) 原式 $=(4x^2-12x+9)-25y^2$

$=(2x-3)^2-25y^2$

$=(2x-3+5y)(2x-3-5y)$.

(3) 原式 $=xy(x^3+2x^2y-x-2y)$

$=xy[x^2(x+2y)-(x+2y)]$

$=xy(x+2y)(x^2-1)$

$=xy(x+2y)(x+1)(x-1).$

(4) 原式 $=(x^2+6xy+9y^2)-(4m^2-4mn+n^2)$

$=(x+3y)^2-(2m-n)^2$

$=(x+3y+2m-n)(x+3y-2m+n).$

(5) 原式 $=5a(2ab-3c^2)-7b(2ab-3c^2)$

$=(2ab-3c^2)(5a-7b).$

35 已知 $a^2(a-b)+2ab^2-2a^2b-(b^3-ab^2)=-8$，求 $\dfrac{a^2+b^2}{2}-ab$ 的值.

解： $\because\ a^2(a-b)+2ab^2-2a^2b-(b^3-ab^2)=-8,$

$\therefore\ a^2(a-b)-2ab(a-b)+b^2(a-b)=-8,$

$(a-b)(a^2-2ab+b^2)=-8,$

$(a-b)(a-b)^2=-8,$

$(a-b)^3=-8.$

$\therefore\ a-b=-2.$

又 $\dfrac{a^2+b^2}{2}-ab=\dfrac{1}{2}(a^2-2ab+b^2)$

$=\dfrac{1}{2}(a-b)^2=\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=2.$

36 分解因式：$a^2-a(b+1)+b$.

解： 原式 $=a^2-ab-a+b=a(a-b)-(a-b)$

$=(a-b)(a-1).$

37 把下列各式分解因式.

(1) $21a^2+10xy-35ax-6ay$；

(2) $ac-bc-a^2+2ab-b^2$；

(3) $x^4-4x^3+4x^2-9$.

解： (1) 原式 $=7a(3a-5x)-2y(3a-5x)=(3a-5x)(7a-2y)$；

(2) 原式 $=c(a-b)-(a-b)^2=(a-b)(c-a+b)$；

(3) 原式 $=x^2(x-2)^2-3^2=[x(x-2)]^2-3^2=(x^2-2x+3)(x^2-2x-3)=(x^2-2x+3)(x-3)(x+1).$

38 把下列各式分解因式：

(1) $a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$；　(2) $a^2(a+1)+2(a^2+a)+a+1$；

(3) $(x+y)^3-x^3-y^3$；　(4) $x-y-3+3(x-y)^2-(x-y)^3$.

解： (1) 原式 $=a^3(a^2+a+1)+a^2+a+1$

$=(a^2+a+1)(a^3+1)$

$=(a^2+a+1)(a+1)(a^2-a+1).$

(2) 原式 $=a^2(a+1)+2a(a+1)+(a+1)$

$=(a+1)(a^2+2a+1)$

$=(a+1)(a+1)^2=(a+1)^3.$