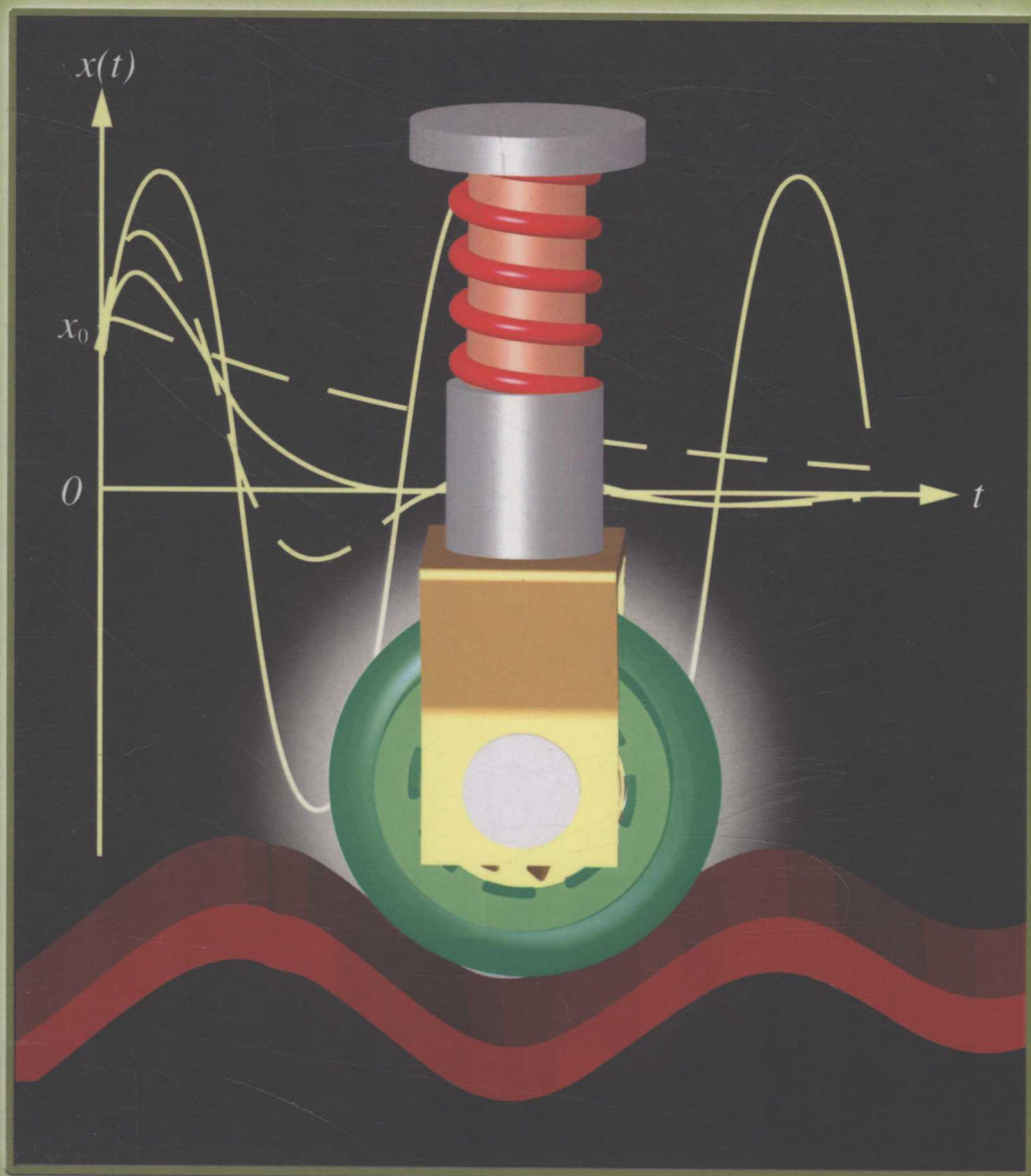


振動學

Vibrations

◎蕭庭郎 編著



高立圖書有限公司

港台書

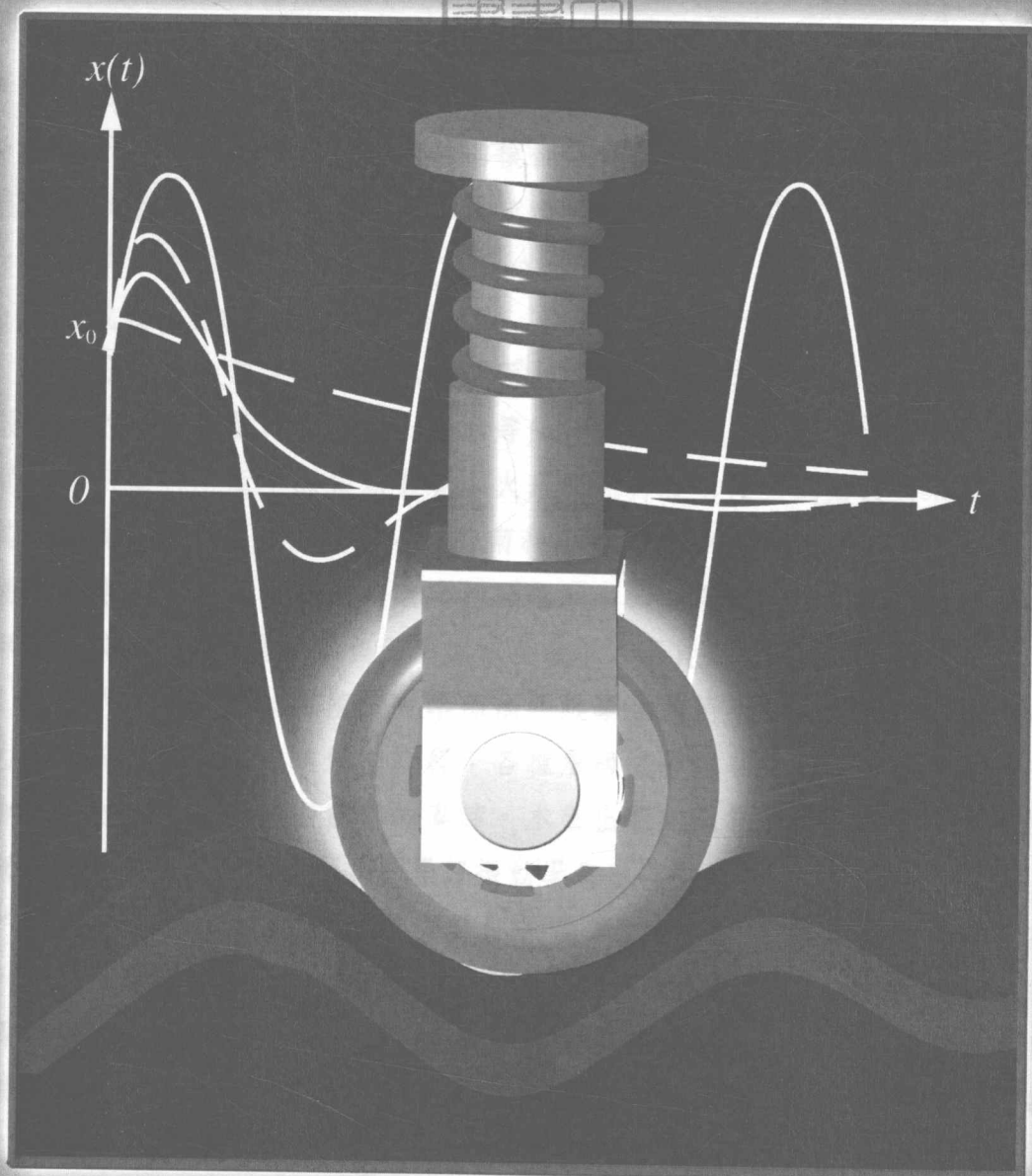
032
Jul 41

振動學

Vibrations



◎蕭庭郎 編著



國家圖書館出版品預行編目資料

振動學 / 蕭庭郎編著， -- 初版， -- 新北市五股工業區：高立，民 93
面： 公分

ISBN 978-986-412-170-0 (平裝)

1. 機械振動

332.26

93011799

振動學 (書號：107672)

中華民國 100 年 3 月二刷發行

編 著：蕭 庭 郎

出版者：高立圖書有限公司

電話：(02)22900318 郵撥：01056147

住址：新北市五股工業區五工三路116巷3號

網址：www.gaulih.com.tw

登記證：行政院新聞局局版臺業字第1423號

有著作權・翻印必究

定價：280 元整

ISBN：978-986-412-170-0



PREFACE

序 言

在過去數十年中，振動學的發展已從傳統科技時代經歷到現階段高科技時代。振動分析方法也從以前較簡單的模擬形式發展到日趨複雜的高自由度、高精密度模擬形式。由於電腦資訊工程技術的發展，使得以前不可能的計算或運算，現在亦可經由軟體功能之多樣化、普及化、高解析度、程式高速運算化等，來達成設計者的高品質化要求。

振動分析是人類生活中時刻均須面對的問題，尤其是在國內地震頻繁，國人最關心的地震參數即為震央，振動等級、能量大概多少、深度……等等。另有關高鐵對南科所產生的振動影響，火車高速行駛所產生的震波 (shock wave) 及其他結構系統所產生的振動，均對南科高精度 IC、半導體、光電、精密機械等產業帶來影響。因此不但是政府相關部門，或是各產業公司相關技術人員，均無不力求將振動所產生的負面影響減至最低，可見振動之重要性。

一般大專院校、技職院校大學部高年級學生及研究生，均將振動學或結構動力學列為重要必修或選修的課程；各種層級之學生在修習振動學的過程中，均會面臨如何有效學得振動學的真諦。本書出版的最初且最重要的目的也就是以幫助學生如何很自然而順利的學好振動學為出發點。

本書共分六章，第 1 章首先介紹振動學的重要性、歷史發展及其基本概念，包括了專有名詞及振動型態之介紹、工程系統分析步驟……等。第 2 章主要探討單自由度機械系統振動，包含了單自由度之無阻尼及具阻尼系統之自由振動，並探討庫侖阻尼及遲滯阻尼的自由振動。第 3 章則探討當系統受簡諧外

力作用時，整體系統振動的情形，其中也分別討論無阻尼和有阻尼系統的振動分析。第 4 章將針對非簡諧之外力作用下，如何分析系統振動的情形，並介紹拉普拉斯轉換應用在單自由度系統的受力振動分析。第 5 章則是以多自由度系統來描述系統振動，並以雙自由度的系統來介紹系統動態特性，以及推導多自由度系統之響應所需要的觀念與技巧。第 6 章中所探討之系統主要為連續系統，將系統視為具有無限個自由度的連續體，討論連續系統的邊界值問題及特徵值問題。

有關本書內容第 1 章到第 3 章及部分第 4 章及第 5 章，可做為初級振動學的課程內容，適用於大三及大四之高年級學生；對於高級振動學的課程，則整個課本內容均可列入教材，適用於大四及研究所學生。本書內容撰寫以一學期之教材為主。庭郎在國內國立大學教授振動學及結構動力學、隨機振動學……等課程二十幾載，雖深知學生學習之關鍵問題，然而由於首次撰寫，且針對不同背景及程級學生考量亦有不同，若教材內容有疏漏及不當或須增加之處，期望諸位先進好友不吝來函指正及提供卓見，以利再版時加以修正及增加教材，使本書能日臻完善，不吝賜教，感恩不盡。

本書出版過程中承蒙李恩冠老師、徐煒峻老師，博班學生宜政、仲豪，研究生膺中、詠翔、運傑、健維、麗雯、博文、中豪等諸多協助，以及本系劉德騏教授校稿等，庭郎在此致上無上謝忱。謹以此書獻給我敬愛的母親及我尊敬的恩師。最後也要以此書獻給這生為我奉獻付出最多的愛妻素貞、岳父、岳母、兒子培元及博元，感謝他們在我撰寫本書時所做的奉獻付出。

葉庭郎 於中正大學

Contents

目

錄

Chapter 1



概 論

1.1 振動學的重要性.....	1
1.2 振動學歷史簡介.....	4
1.3 振動學之基本概念.....	5
1.3.1 剛體振動與結構振動之差異性.....	6
1.3.2 振動系統的基本組成.....	7
1.3.3 自由度.....	8
1.3.4 離散和連續系統之自由度.....	9
1.4 振動的分類.....	10
1.5 簡諧運動.....	12
1.6 振動的文獻.....	18
1.7 結構振動系統簡介及模型.....	19
1.8 各章內容簡介.....	20
本章習題.....	21



2.1	單自由度系統和自由振動	23
2.2	基本元素及等效系統	24
2.2.1	彈簧	24
2.2.2	彈簧的組合及等效系統	27
2.2.3	質量或慣量元素的組合及等效系統	31
2.2.4	阻尼元素	34
2.3	無阻尼系統運動方程式之推導	37
2.3.1	運用牛頓第二運動定律推導	38
2.3.2	利用能量守恆定律推導運動方程式	40
2.4	無阻尼系統簡諧自由振動	40
2.4.1	簡諧運動	41
2.4.2	無阻尼單自由度扭轉振動	45
2.5	阻尼系統簡諧自由振動	53
2.5.1	運動方程式求解	54
2.5.2	對數減少率	60
2.5.3	黏滯阻尼中的能量消散	62
*2.6	庫侖阻尼系統的自由振動	66
2.6.1	運動方程式	67
2.6.2	運動方程式的解	68
*2.7	遲滯阻尼系統的自由振動	71
	本章習題	74

Chapter 3 單自由度系統的簡諧力振動

3.1	無阻尼系統的簡諧力振動	81
3.2	具阻尼系統的簡諧力作用	87
3.3	旋轉系統不平衡力的激振響應	94
3.4	受基座簡諧振動的激振響應	97
3.5	振動測量儀	105
*3.6	具遲滯效應阻尼的簡諧力作用	108
*3.7	複數表示法	111
	本章習題	114

Chapter 4 單自由度系統的非簡諧力振動

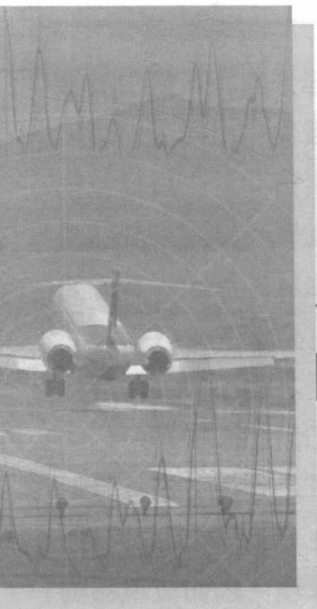
4.1	拉普拉斯轉換	122
4.1.1	各種時間函數的拉普拉斯轉換	122
4.1.2	拉普拉斯轉換的基本性質	128
4.2	瞬間脈衝力的振動響應	131
4.3	步階力的振動響應	134
4.4	脈波力的振動響應	136
4.5	斜坡力的振動響應	138
4.6	週期力的振動響應	139
4.6.1	一般週期力的振動響應	139
4.6.2	簡諧激振的拉氏轉換	142
*4.7	任意外力的振動響應	144
4.7.1	褶積定理的應用	144
4.7.2	分段連續激振的振動響應	148
	本章習題	152

Chapter 5 雙自由度系統的振動

5.1 系統架構	158
5.2 雙自由度系統的運動方程式	159
5.3 無阻尼系統的自由振動	167
5.4 雙自由度系統的受力響應	175
5.5 非週期性力的激振響應	180
*5.6 拍頻現象	185
*5.7 減振器	190
本章習題	193

Chapter 6 連續系統的振動分析

*6.1 離散和連續系統的邊界值問題	198
*6.2 漢米爾頓原理	204
*6.3 梁彎曲振動的邊界值問題	209
*6.4 自由振動	215
*6.5 正交模態	219
本章習題	228



CHAPTER

概 論

任何一門學問皆有其起源，了解起源就能掌握其中之重點。振動學也是一樣，其起源和人類生活關係相當密切，因而有振動學研究的歷史。一般而言，專業技術之歷史大都專注於關鍵性、突破性之研究及發現，然而其背後所隱含的意義即是振動學的關鍵點，也就是振動學的基礎，上述基礎若能下功夫徹底了解，則可順利學好振動學。



1.1 振動學的重要性

人類生活一直都和振動息息相關，例如欣賞悅耳美妙的音樂，包括小提琴、鋼琴、吉他、直笛……等演奏曲。振耳欲聾的噪音，如飛機起飛、降落時引擎的噪音，尤其是戰鬥機、轟炸機……等，火車快速通過及鳴笛之噪音，建築用的打樁機運作時之噪音，家裡用的洗衣機不平衡所產生之噪音，工地鑽孔洞機施工噪音，其他如颱風、地震等等，皆是人類隨時可能會遭遇到的問題。

人類生活中無可避免的都會使用到機器，然而每一種機器的運作皆可能會產生振動，一些振動是可忽略的，一些振動則是不可容忍的，這些不

可容忍的振動也就是造成機器損壞的主要因素，而大部分的因素是由於機器產生共振或接近共振的情況所造成。這些情形可能發生在機器高速運轉時或在機器啓動及機器停止時。此種共振應力會逐步累積而產生裂縫並使裂縫增加及擴大，最後導致機器損壞。事實上機械振動學可以用來評估機械元件的壽命，以確保機器使用的期限。要了解機器損壞的原因，首先要了解為什麼這些機器會振動，並且要知道如何設計控制振動。

人類爲了追求高品質的生活，因此便有了提昇享受之動機。例如音響性能的提昇、樂器品質的提昇以及噪音的降低。此外如何縮減機器所佔之空間，同時又能提高機器性能，皆是現階段大家所追求之目標，當然降低成本更是製造業者所重視之課題。

爲了改善人類生活品質，科學家開始研究其中之原理，因而發現振動現象最關鍵的特性爲振動頻率及振幅，也就是每秒來回振動的次數及振動量的大小，因此只要控制系統的頻率及振幅，應可改善生活品質，當然是否還有存在其它因素則需要再作深入的研究。

在這個領域中早期的學者試圖去了解自然現象，並發展數學方法來描述物理系統的振動。近代有很多學者則致力在其應用如機械系統、地基、建築物、引擎、汽機車、工具機、積體電路、半導體封裝等之振動問題。

大部分的發動機由於內在的不平衡因素而有振動的問題。產生不平衡之原因可能是因爲錯誤的設計、不當的製造或長期使用所產生。柴油發動機若不平衡，會引起強大的地面波並傳遞大量的能量而造成一些麻煩。火車的輪子在高速行駛下，由於不平衡的影響會造成超過一公分的振動軌跡。其振動會使渦輪機造成機械的失效，工程界目前還不能避免渦輪機中由於葉片和轉盤振動所引起的失效。自然界中幾乎所有支撐大離心力的機械結構系統，由於受到振動的影響，材料受到週期性應力的長期作用而失效。此外，振動亦會使軸承和齒輪類之機械元件快速的損耗，同時也會製造出大量的噪音。

當機械結構振動的自然頻率與外界刺激的頻率相同時會發生共振的現象，進而導致過度的變形和系統失效。有很多系統失效的原因是由於元件和系統過度的振動和共振所引起（參閱圖 1.1）。因爲振動會對機械結構引起激烈的效應，所以在大部分工程系統的設計和發展上，振動測試已經被列爲一個標準的步驟（參閱圖 1.2）。



圖 1.1 由於風力導致塔科馬港市窄橋的斷裂，橋在 1940 年 7 月 1 日開始使用，在 1940 年的 11 月 7 日就倒塌（資料來源：Timoshenko, S. P., 1953）。

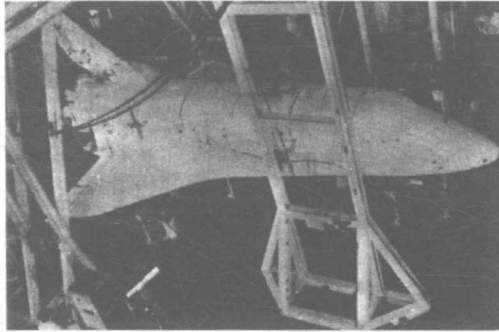


圖 1.2 太空梭公司的振動測試（資料來源：Cannon, J. T., 1981）。

在很多工程系統中，操作者或使用者亦屬於系統整體的一部分。系統若有振動現象，機器的振動會傳達到人體而引起不舒服的感覺，相對地系統效率亦會減低。儀器嵌板的振動可能會引起故障或很難讀到刻度。所以振動學的重要目的之一，就是利用適當的機械設計和它們的配件來減少振動。由於這些考量，機械工程師設計引擎或機器時，主要目的為減少不平衡，而結構工程師設計支撐結構主要是確保在不平衡力作用下系統不會失效。

儘管振動效應是有害的，但它卻可以應用在許多產業中。事實上近年來在工程界振動設備已被廣泛的應用。例如振動傳送帶、漏斗、過濾器、壓縮機、材料的振動測試、振動的磨光過程、電子電路過濾不需要的頻率（參閱圖 1.3）。振動也可以用來改進一些加工效率，鑄造、鍛造、焊接過

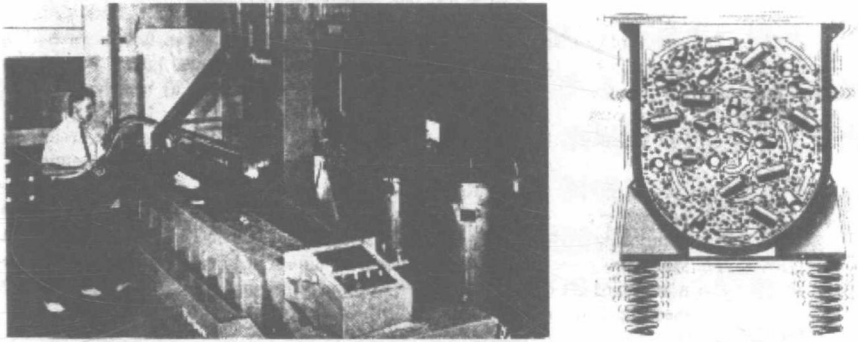


圖 1.3 振動的應用過程（資料來源：Bucciarelli, L. L., 1980）。

程等。地質研究者把振動應用在模擬地震，振動也被應用在核子反應爐的設計。



1.2 振動學歷史簡介

人類最初對振動感到興趣應追溯到一種樂器笛子或鼓被發現的時候，此後人類開始運用創造力研究思索振動現象。伽利略 (Galileo) 發現鐘長度和頻率的關係，並且獲知兩個物體的共振可利用能量傳遞方法而擁有相同的自然頻率。他更進一步發現彈簧密度、張力、長度，和振動頻率間的相互關係。雖然聲音是由於機械系統的振動所致，但人類仍不清楚如何決定音調，直到伽利略 (Galileo)、虎克 (Hooke) 證明頻率和音調的關係。

在歷史上，對振動理論的發展有很大的貢獻的包括泰勒 (Taylor)、白努利 (Bernoulli)、達蘭伯 (d'Alembert)、尤拉 (Euler)、拉格朗治 (Lagrange)、傅利葉 (Fourier)。關於金屬板振動理論的發展，在 1802 年克拉德尼 (Chladni) 把沙子放在振動的金屬板上發現有波形產生，並且觀察眾多振動金屬板它們的優點和複雜關係。1813 年蘇菲 (Sophie) 提出振動金屬板的微分方程式，但邊界條件是錯誤的。金屬板振動正確的邊界條件一直到 1850 年才被柯西荷夫 (Kirchoff) 所發現。

此後，振動學被應用在許多機械和結構系統上。在 1877 年，伯爵雷利 (Rayleigh) 出版一本有關聲音的書；這本書被公認為今日關於振動學的

模範。雷利最顯著的貢獻是利用能量守恆的原理計算保守系統振動的基本頻率的方法。有關現代振動理論有貢獻的學者專家有史托度拉 (Stodola)、提姆軒克 (Timoshenko)、米德林 (Mindlin) 等。史托度拉分析振動樑的方法也被應用在渦輪機的葉片上。提姆雪克和米德林的貢獻是提出樑和金屬板振動的改進理論。

很多機械基本的振動問題皆是非線性的。一般而言，在非線性系統中，常常發生線性系統理論不可能發生的現象。非線性振動的數學理論在彭克萊 (Poincare) 和李爾普納 (Lyapunov) 努力下，於二十世紀初開始發展。1920 年之後，杜芬 (Duffing) 和曼得普 (van der Pol) 發現非線性振動理論之有限解，此突破在工程上具有相當重要的意義。

一般討論複雜工程問題的振動學，初期大都考慮利用有限個自由度來描述。然而在 1950 年代高速電腦的出現，再加上有限元素法的蓬勃發展，使工程師能夠使用計算機精細地處理複雜的機械振動分析，例如高速主軸結構系統可以用好幾千個自由度來展現。圖 1.4 為高速主軸理想化的有限元素。

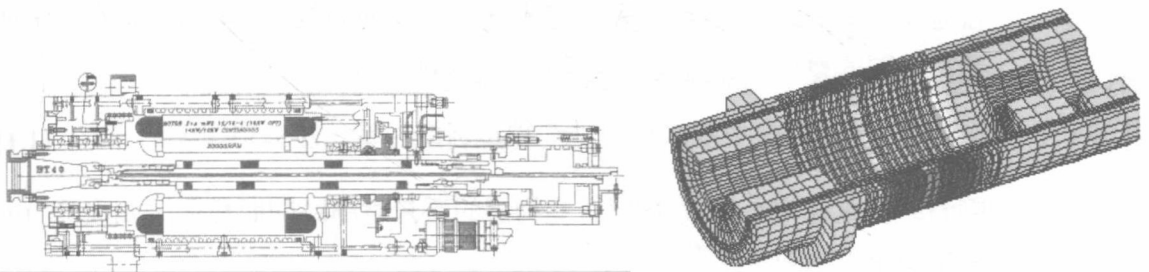


圖 1.4 高速主軸理想化的有限元素 (資料來源：Strutt, J. W., 1945)。



1.3 振動學之基本概念

在一定時間內會做重複或來回或上下之動作的任何運動均稱為振動或擺動。鐘擺和受力的彈簧是振動的典型例子。振動理論主要在討論物體搖擺的運動學和支配在物體上的力量，振動一般可分剛體振動及結構振動。

1.3.1 剛體振動與結構振動之差異性

所謂剛體運動即是一物體在外力的作用下，於運動過程中在物體上任意兩點之距離不變，其運動可利用牛頓第二運動定律來分析。實際上任何機械系統或其元件在承受外力時都會變形，因此事實上均屬結構振動亦即有考量系統結構彈性及阻尼效應之振動，甚至只要元件受微小的力就會產生少許的變形，另有些情況雖然受很大的力也不會產生顯著的變形。一般而言需要承受很大的力才產生少許變形的機器元件均可近似為剛體。然而並沒有嚴格的界定什麼是少許的變形，界定的標準是採取相對比較的方式。舉一個例，考慮一個安置在汽車底盤的內燃機引擎，通常利用支撐彈簧將引擎安置在汽車底盤上，當外力作用在引擎外殼時，彈簧很容易就變形，但在較小的外力作用下引擎本身並不會變形。這種情況下便可將引擎視為剛體。

一個質量為 m 的剛體，速度為 \mathbf{v} ，它的線性動量定義為質量 m 和速度 \mathbf{v} 的乘積。我們使用 SI 單位，質量的基本單位是公斤 (kg)，速度的單位是米 / 秒 (m/s)。牛頓第二運動定律 (Newton's 2nd Law) 描述系統動量對時間的變化率等於系統所受的外力，如下式：

$$\mathbf{F} = d(m\mathbf{v}) / dt \quad (1.1)$$

剛體的質量通常是常數 (但有些物體的質量會隨時間而變化，如火箭)，由牛頓第二運動定律可知

$$\mathbf{F} = m \times d\mathbf{v} / dt = m\mathbf{a} \quad (1.2)$$

上式加速度 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ 。

達蘭伯將上式牛頓第二運動定律重新整理成

$$\mathbf{F} - m\mathbf{a} = 0 \quad (1.3)$$

上式即所謂達蘭伯定律 (d'Alembert Principle)。

機械元件通常受的外力如重力、氣體燃燒產生的作用力、驅動元件所受的阻力、還有所有鄰近機械元件間的反作用力，在靜力學中，我們通常把像這樣的所有力加起來，並且考慮它們處於平衡狀態。如果我們把達蘭伯定律解釋成外力的總合，並假設一虛力以用來維持物體的平衡，其大小

為 ma ，作用方向與物體加速度方向相反，此時任何運動中物體的平衡稱為動力平衡。

單位對於數值的計算是很重要的，現在幾乎所有的標準是用 SI 單位，如力量單位是牛頓 (N)，質量單位是公斤 (kg)，加速度單位是米 / 秒平方 (m/s^2)。

1.3.2 振動系統的基本組成

簡易振動系統通常包含儲存位能的彈簧或彈性體、儲存動能的質量或慣量和消耗能量的阻尼器。一個系統的振動包括從位能轉換為動能和從動能轉換為位能之間的相互轉換。若系統有阻尼，一些能量在每個循環的振動中會被消耗，要維持穩定振動的狀態，則必須要有外力來補償系統能量。

舉一個例子，考慮一個簡單單擺的振動，如圖 1.5 所示。有一個質量為 m 的球從角度 θ 釋放。在位置 1 時，球的速度為零，所以其動能為零。因為受重力導致對 O 點產生扭力 $mg\ell(1 - \cos\theta)$ ，球開始從位置 1 向左邊擺動。此現象告知我們球所受角加速度在順時針的方向，當它到達位置 2，全部的位能將轉換成動能。所以球不會在位置 2 停留，會繼續擺動到位置 3。值得注意的是，當它通過位置 2 後，重力產生逆時針的力矩開始作用，並且

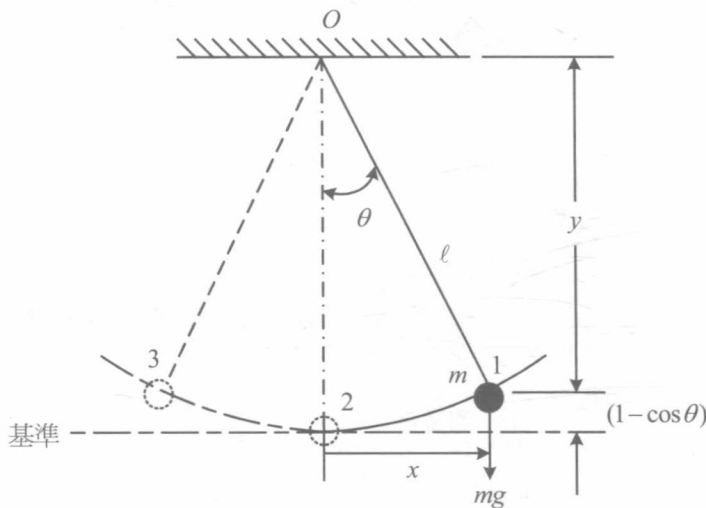


圖 1.5 單擺系統

會使球減速。最後球的速度在最左邊端點的時候，將會減少到零。這個時候球的動能將會全部轉換成位能。爾後球會開始慢慢增加速度回擺到位置 2，這個過程會一直重覆，也就是鐘擺運動會繼續進行。然而鐘擺會由於空氣阻力或所謂阻尼效應的影響，使得擺動角度會逐漸地減小直到最後停止。

1.3.3 自由度

系統自由度的定義為在任何瞬間能完整地描述系統所有元件位置所需要最少獨立座標的數目。如圖 1.5 所示的單擺代表一個簡單的單一自由度系統。因為簡單單擺的運動可用角度 θ 來描述，或利用卡氏座標 X 、 Y 來描述。如果用座標 X 、 Y 來描述端點運動，吾人發現其限制條件為 $x^2 + y^2 = \ell^2$ ， ℓ 為鐘擺擺長。因此任何一個座標軸都可以描述鐘擺運動，亦可選擇 θ 當獨立座標。在圖 1.6(a) 中，線性座標 x 可以用來說明物體運動；對扭轉系統而言，如圖 1.6(b)，利用角度位置 θ 可以描述整個系統運動。

系統擁有兩個和三個自由度的例子，分別如圖 1.7、圖 1.8 所示。圖 1.7(a) 描述兩個質量兩個彈簧系統，吾人可用兩個線性座標 x_1 、 x_2 來描述。另如圖 1.7(b) 所示，系統的運動可以用 X 和 θ 或利用 x 、 y 和 X 完整地描述，其中 x 和 y 須滿足 $x^2 + y^2 = \ell^2$ 之限制， ℓ 是桿長。圖 1.8 之 $\theta_i (i=1, 2, 3)$ 表示質量 $m_i (i=1, 2, 3)$ 的位置。

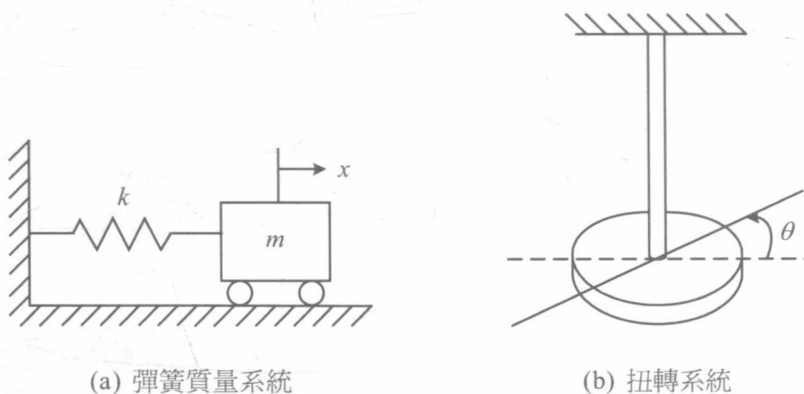


圖 1.6 單自由度系統