

清华大学  
工程力学与工程热物理  
学术会议论文集

1988

清华大学出版社

TB12-53  
1001

(TK121-53)

1988年

清华大学工程力学与工程热物理  
清华大学工程力学与工程热物理系  
清华大学工程力学与工程热物理系

# 学术会议论文集



工程力学研究班创办  
纪念 三十周年  
工程力学系成立



清华大学出版社

1988年4月

635571

## 前 言

此论文集是 1988 年清华大学工程力学与工程热物理学术会议（1988 年 4 月 21～24 日北京）论文集，奉献给清华大学附设工程力学研究班创办、工程力学系成立三十周年纪念。

文集共包括论文 171 篇，其中全文（经学术会议学术委员会约稿）30 篇，详细摘要 141 篇。论文所涉及的学科范围包括固体力学、流体力学、一般力学、计算力学、实验力学、生物力学、工程热物理等。这些论文总结和交流了工程力学、工程热物理学科不同分支及其在各类工程中的应用的新成果，将有助于推动学科的进一步发展。

论文的作者共计 218 人，其中包括：曾经执教于工程力学研究班、工程力学系的教师；由工程力学研究班、工程力学系毕业的研究生、本科生；现在工程力学系工作、学习的教师和研究生、本科生；在全国各地各工作岗位上工作的其他力学和热物理工作者。我们对他们所作的贡献表示衷心的感谢。我们还特别感谢钱令希教授和胡海昌教授对学术会议的关心和支持，他们专门为会议撰写了学术论文。

1988 年清华大学工程力学、工程热物理学术会议论文集编辑工作组

1987 年 8 月

# 1988 年清华大学工程力学与工程热物理 学术会议顾问委员会名单

(以姓氏笔划为序)

主任: 张 维  
委员: 万嘉镛 卞荫贵 王和祥 王补宣 杜庆华 李敏华 吴承康 何友声  
林同骥 郑哲敏 张 维 张福范 胡海昌 赵访熊 钱伟长 钱学森  
解沛基

## 学术委员会名单

(以姓氏笔划为序)

主任: 黄克智  
副主任: 过增元 张涵信  
委员: 王照林 王勛成 刘英卫 刘延柱 过增元 庞家驹 何福保 陈大鹏  
沈孟育 郑兆昌 袁维本 周力行 张涵信 张兆顺 钟一谔 施玉山  
董曾南 钱壬章 席葆树 徐秉业 黄克智 嵇 醒 谢志成 戴福隆

## 组织委员会名单

(以姓氏笔划为序)

主任: 朱文浩  
副主任: 王勛成 苗日新 钱雪英  
委员: 丁文镜 王 烈 王学芳 王勛成 叶宏开 朱之墀 朱文浩 邵 敏  
朱德忠 余寿文 夏之熙 吴建基 李德鲁 沈观林 杨宗发 苗日新  
陈克金 郑思樾 范钦珊 张建堂 顾毓沁 钱雪英 郭大成 傅维标  
秘书长: 王勛成 (兼)  
副秘书长: 沈观林 (兼) 张建堂 (兼)

## 论文集编辑工作组成员

王勛成 朱锦林 沈观林 李德葆 周明德 金文织 姚振汉 孙学伟 葛占基  
潘真微

# 目 录

## 前言

### 学术会议顾问委员会名单

### 学术会议学术委员会名单

### 学术会议组织委员会及论文集编辑工作组名单

## 论文

- ① 贺工程力学研究班和工程力学系创办三十周年.....张 维 (1)
- ② 基于非关连流动法则的极限分析.....钱令希等 (5)
- ③ 裂纹尖端奇异场——清华大学工程力学系校友研究成果综述.....黄克智等 (15)
- ④ 横观各向同性球体轴对称弯曲问题的三维弹性理论解.....何福保等 (26)
- ⑤ 本构理论中的几个基本问题.....匡震帮 (39)
- ⑥ 平面无限域中调和函数的边界积分方程.....胡海昌 (49)
- ⑦ 边界积分方程——边界元法及其在机械结构不连续区  
⑧ 弹塑性应力分析中的应用.....杜庆华等 (57)
- ⑨ 固体力学数值方法两则.....杨海元 (69)
- ⑩ 阶梯脉冲作用下结构的弹塑性动力响应.....洪善桃等 (79)
- ⑪ 叠层复合材料梁的层间应力.....张福范 (88)
- ⑫ 混杂复合材料的混杂效应的动力学解释.....嵇 醒 (103)
- ⑬ 单向纤维复合材料横向拉伸就地强度的统计断裂力学分析.....范赋群等 (109)
- ⑭ 云纹干涉法的理论和发展.....戴福隆 (114)
- ⑮ 全息超缩微技术的进展.....袁维本 (126)
- ⑯ 声弹性应力测量方法研究.....吴克成等 (131)
- ⑰ 充液系统动力学与航天高技术问题.....王照林 (139)
- ⑱ 人体腾空运动的动力学.....刘延柱等 (148)
- ⑲ 空间飞行器贮箱设计和液体晃动.....莫欣农 (154)
- ⑳ 反扩散隐式方法的新发展.....张涵信 (162)
- ㉑ 平面跨音速叶栅正、反混合问题的一种高效率解法.....刘秋生等 (176)
- ㉒ 壁湍流的大涡结构及数值模拟.....张兆顺等 (188)
- ㉓ 论浅海环流及其输运的流体动力学基础.....冯士侗 (199)
- ㉔ 低速风洞微机控制闭环调速.....舒 玮等 (209)
- ㉕ 血管流动的人口效应.....岑人经 (215)
- ㉖ 湍流两相流动和燃烧模拟中颗粒相模型的新发展.....周力行 (227)

热流体力学	过增元(234)
大颗粒流化床对流与传导换热模型研究	钱壬章等(244)
大速差同向射流火焰稳定原理的发明思想及燃烧技术的新发展	傅维标(253)
空气电弧加热器的无因次广义特性	金佑民等(262)
小直径合金锭凝固过程传热分析及优化方案预估	俞昌铭等(268)

## 论文摘要

### 一、弹塑性力学与断裂力学

热弹塑性理论的广义应变原理	林钟祥(277)
结构塑性分析的研究	徐秉业等(279)
随动强化材料半球封头圆柱壳的安定分析	金永杰等(280)
速矢端线的主要性质及其塑性问题中的应用	蒋方辉等(281)
各向异性体弹性力学平面问题的一种解法	黄炎(282)
理想刚塑性板架在集中质量冲击作用下的有限变形分析	郑际嘉等(285)
理想 H 截面压棒弹塑性后屈曲的修正 Rabotnov 解	程莉(287)
核容器环带区裂缝热荷载下的应力强度因子	董亚民(288)
弹性小损伤的解耦计算方法	余寿文(290)
飞机结构的耐久性和损伤容限	王正(292)
地壳断裂构造体系的形成和扩展过程的断裂力学分析	张之立等(294)
随机载荷下疲劳裂纹扩展和寿命估算	李康先等(295)
谱载荷下高温疲劳裂纹扩展寿命试验和分析	山永寿等(297)
蒙特卡罗方法在疲劳寿命预测中的应用	王长明(299)
拉扭复合应变疲劳下应力应变曲线的实验研究	周春田等(300)
电位法测量裂纹扩展的优化试验	陈正新等(303)
用 HRR 解确定全塑性旋转角及旋转半径	蔡乾煌(304)
以准解析法分析各种试样 J 控制裂纹扩展稳定性及对中心 裂纹板的应用	田泽(306)
表面裂纹疲劳扩展特性的研究	孙学伟(307)
缺口试样疲劳裂纹起始寿命的实验研究	袁文国等(309)
金属材料在循环载荷下的本构关系	胡在谦等(310)
变换矩阵的极分解定理的三维问题分解公式	张延教等(311)
N 阶材料的能动量张量和守恒积分族	杨卫(313)

### 二、结构力学与复合材料力学

压棒的分段线性优化设计	林逸等(315)
作用空间力系的非线性单桩计算	黄诚始(316)
桥式起重机主梁改进设计	蔡榕钦(317)
自立式起重机塔架结构优化设计	苏军等(319)

对称截面加肋薄板结构屈曲模态扰动与缺陷敏感性	范钦珊(321)
弹性球扁壳的稳定性分析	蔡金铭(325)
一般横向局部载荷作用下圆柱形薄壳屋顶的解析解	孙仁博等(327)
侧压下圆环壳的准确计算	孙仁博等(328)
贴壁浇铸式固体火箭发动机固化降温时热应力的一种算法	田常贞等(330)
钢质无缝气瓶设计综述	秋长鏊(331)
绕带容器技术研究的新进展	蒋家羚等(332)
分析计算合 Hertz 型接触面的结构之方法	王玉灵等(333)
用泰勒级数法求解横观各向同性球壳的轴对称弯曲问题	何福保等(334)
一种新的复合材料层合板的有限元	谢志成等(336)
多层正交各向异性复合材料板的弯曲	谢志成等(337)
复合材料层板的高阶剪切变形理论	何积范(338)
一种新的变分形式解 Mindlin 板	谢 昱等(339)
两种材料夹层板单向拉伸时层间分叉的有限元分析	沈成武(340)
筒支叠层梁在集中荷载作用下的三角级数解	罗开彬(342)
外壁绝热无限长正交异性圆筒内壁突加恒温恒压热源时准静态热应力瞬态解析解	白 坚等(345)

### 三、动力学

圆柱壳绕中心轴转动时的自然频率与临界转速	钟一谔(348)
用二次规划修改线性振动系统的特征参数	何衍宗(350)
关于非线性隔离系统的描述与应用	庄表中(351)
碰撞焊接过程的力学分析	张登霞(352)
转子-轴承系统的模态参数识别	王 正等(353)
同位素离心机稳定性若干问题	丁占鳌(354)
用传递矩阵法分析大型挖掘机动臂模型的振动特性	吴翘哲等(356)
线性系统随机响应分析的时域-频域法	丁奎元(357)
关于 Ibrahim 时域法	李德葆(358)
潘家口水库下池电站五千瓩贯流式水轮机组动态特性研究	黄昭度等(359)
海洋平台在冰排作用下的动态响应	吴建基等(362)
振动求解分块程序	高文远(363)
颤振分析中外挂载油的惯性等效问题	薛希超(365)
航空发动机轮盘的设计和试验	田德义(366)
多自由度迟滞系统在高斯随机激励下的响应计算	冯肇荣等(367)
人体振动模态实验研究	戴诗亮等(369)

### 四、计算固体力学

容器接管和管道三通温度应力的有限元分析	王勳成等(371)
粘弹性分析中一种新的增量叠加的边界元法	沈亚鹏等(372)

- 耦合效应的计算机分析.....冯振兴等(373)
- 弹性力学的正则边界积分方程边界元法解的稳定性问题初探.....刘维情(374)
- 一种基于渐近分析的回转壳半解析环元.....姚振汉(375)
- 加筋板壳结构弹性屈曲的有限元分析.....黄宝宗等(376)
- 杂交-混合有限元的数学理论.....薛伟民(377)
- 循环载荷作用下机械结构的弹塑性有限元分析.....雷雨田等(379)

## 五、实验固体力学

- 用焦散线法确定两物体的接触长度.....陈华丽(380)
- 光栅衍射频谱法用于应变场及中温光弹材料波桑比测量.....张鸿庆等(382)
- 激光散斑应变计.....周辛庚(386)
- 盲孔释放法测残余应力的云纹干涉法研究.....傅承诵(387)
- 贴片云纹干涉法.....刘文秀(388)
- 用云纹法测定复合材料的应变分布.....崔玉玺等(389)
- 信号处理技术在运动生物力学中的应用.....张如一(390)
- 多自由度力分布的测试和图象处理系统.....谢大吉(391)
- 高低温条件下应变电测技术研究进展.....沈观林(393)
- $\phi 2000\text{mm}$  带接管球形容器试验研究—测试与分析.....徐佩珠等(394)
- 超微型箔式应变计的研究.....冯仁贤(395)
- 栅长  $0.5\text{mm}$  箔式应变花及应变计链的研制.....段素琴(397)

## 六、一般力学

- 速度空间中的变分原理及应用.....黄昭度(399)
- 导数空间变分原理.....赵俊三(401)
- 最优空间机动轨道问题评述.....陈 实(402)
- 利用机械手冗自由度的准则.....李德昌(403)
- 闭链机械手受附加约束时的运动仿真.....周志成等(404)
- 自由液面晃动动力学参数的辨识.....丁文镜等(406)
- 带任意阶非线性非完整约束的力学系统的 Mac Millan 型方程.....张解放(407)

## 七、计算流体力学

- 海洋内波和细小尺度过程研究现状简介.....方欣华(410)
- 计算港内波况的数值方法.....申震亚等(411)
- 考虑河宽随水深变化时河口环流的计算.....魏守林(413)
- 理想流体可压流动流函数方程的摄动边界元求解.....淮晓利等(415)
- 二维蝶阀不可压流场的边界元求解.....淮晓利等(416)
- 可动边界流动问题的边界元解法.....李正秀(417)
- 飞行器的亚音速气动力计算.....杜振凡等(418)
- 任意薄机翼的跨音速非定常气动力的数值解法.....张建柏(420)
- 地球轨道返回型卫星最小气动加热外形优化设计.....周其成等(423)

键图建模方法的几个新结果	贾欣乐(424)
圆管三维声传播数值计算	朱之墀等(425)
双重介质渗流特性的数值模拟	钮晋国等(426)
奇异摄动理论在双重介质二相渗流中的应用	钮晋国(427)
解 Stokes 流动的新方法	严宗毅(429)
潮流污染扩散的数值模拟和污染物监测的统计学方法的研究	林克宝(430)
<b>八、流体工程</b>	
流阻的表征及一种工程图解法	蔡敏学(433)
铁岭-大连原油长输管线瞬变流计算分析	王学芳等(435)
加热喷管流动的有效机械能概念	潘文全(437)
关于用正交设计法辨识船舶操纵运动方程的流体动力系数	夏尚钰(440)
盆地中近山平地近地层湍流结构特征研究	姚增权(440)
森林-水资源系统的理论分析	徐嵩龄(442)
液力爆破和超深压力的计算	杨文熊(444)
<b>九、实验及生物流体力学</b>	
激光测量转换状态下的突扩分离流动	沈熊等(446)
人工心瓣性能体外检测技术与装置研究	席葆树等(447)
用电化学技术测量主动脉弓模型的壁面剪切力分布	裴兆宏等(448)
流体测量中的数字图像技术	许宏庆等(450)
漩涡发射频率的热线测量技术	闻庆东等(451)
低温推换热器特性的实验研究	王宗森等(453)
超额定工作进气通的试验研究	赵克云(454)
国产运十二(Y12)飞机最小可操纵速度 $V_{MC}$ 的飞行试验 研究与确定	史明泉(455)
<b>十、传热与等离子体</b>	
物性变化对竖平板通道自然对流的影响	过增元等(457)
高频干扰对诊断射频等离子体电子能量分布的影响	朱文浩(458)
等离子体传热研究的最近进展	陈熙(460)
我国空间热物理的新进展	过九鎔(461)
液氧在火箭技术应用中的换热研究	王雪华(462)
热管理理论与技术的研究及发展的评述	徐通明(463)
碳钢-热水管及压力式热管换热器的研究	李子君(464)
多孔介质强化辐射传热的研究进展	刘宪秋(465)
大功率热等离子体发生器研究进展及其在热防护试验研究中的应用	韩寅达(466)
HHPG-1 型超音速多级等离子体发生器的研制	张冠忠等(468)
圆筒形加热烘道的传热分析	王兆元(469)

正交曲线网格的生成及有限理论解在导热和	陈晓东(471)
流体流动计算中的应用	李志信等(472)
等温竖直平板通道自然对流端部效应的实验研究	唐科奇等(474)
<b>十一、燃烧学</b>	谢玲等(475)
煤挥发份析出过程的控制因素	黄晓晴等(477)
引射式平焰烧咀在锻造半连续加热炉上的应用	
大速差射流预燃室内气粉两相流的研究	
<b>十二、热物理实验</b>	
悬浮粉末燃料燃烧时表面温度的测量	朱德忠等(479)
用激光加热法测量固体材料的热物理性质	顾毓沁(480)
半导体器件温度循环试验分析	黄晓齐(481)
细丝热电偶测量动态温度	张中亭(483)
大电流 SF <sub>6</sub> 断路器中电流过零期间电弧光谱的研究	胡槐林(484)
斯塔克展宽法测量真空电弧的电子浓度	赵文华(485)
激光散斑计量技术在热物理参数测量中的应用	宋耀祖等(487)
碳的一维稳态燃烧的实验研究	张人杰(488)
环形燃烧室出口温度场数理统计方法	姜之励(490)

# 贺工程力学研究班和工程力学系 创办三十周年

张 维\*

(清华大学)

工程力学系一九八八年夏即将达“三十而立”之年。回顾这三十年的历史进程，我系由诞生到发展、壮大，经历了不少艰难困苦，更经受了十年动乱中的生死存亡的考验，得以有今日的规模和较好的成绩，确是得来不易。期间的经验和教训是发人深醒的。值此庆祝我系诞生三十周年之际，略抒管见，以资纪念。

一九五六年，在党中央的直接领导下，全国集中了数百位理工农医的学者和专家，用了约半年的时间，讨论、制订了我国十二年科学发展远景规划。规划的后半期，在钱学森、钱伟长等几位同志的倡导下，与会的科学院和清华大学的力学方面的同志一致同意建议，之后并得到院和校领导的批准，由科学院和清华大学共同领导，成立了工程力学研究班。具体教学组织工作由清华大学负责，钱伟长同志任首届班主任\*\*。学员则由全国部分高等工科院校的青年力学教师、科研设计部门的青年科技人员以及工科专业毕业班中抽调优秀学生保送。学制为二年。除学习必要的政治、数学、外语外，着重学习一些基本的力学理论和实验技术，从而初步掌握处理和解决工程实际中的力学问题的方法。在第四学期时还要求在对生产单位调查和搜集资料的基础上，选择其中的力学问题予以解决，写出论文，进行答辩。其水平与现在的硕士相当。工程力学研究班先后共办了三届，共毕业 323 人。其中绝大多数现已成为我国当前力学学科的科研和教学的骨干。工程力学研究班的成立对我国力学学科发展起了很大的推动作用。这是培养力学人才的一个很成功的经验。工程力学研究班也为工程力学系的成立创造了良好条件，为我系初期教学工作打下了部分基础。因此，工程力学研究班可以看成工程力学系的前身。

建系初期，我们还参考了苏联列宁格勒多科性工学院的力学专业教学计划，并聘请了当时在北京大学工作的苏联专家托洛斯基副博士指导过教学工作。

一九五八年建系时，我们设立了固体力学、流体力学和计算数学三个专业。不久考虑到技术学科的共同性质，学校又将当时的动力机械系的工程热物理专业合并到当时的工程力学数学系。一九六八年以后，计算数学专业分别合并到学校先后成立的计算机工程系和应用数学系。

一九八二年基础课委员会中的理论力学和材料力学两个教研组（力学教研室）与原

\* 中国科学院学部委员、清华大学教授，工程力学系第一任系主任。

\*\* 当时同时成立的还有自动化进修班，由清华大学钟士模教授（已故）任班主任。

工程力学系合并，成为现在的工程力学系。从此工程力学系还承担起全校力学基础课的教学任务。

一九八五年从学科发展和社会需要出发，扩大学生的知识面，拓宽专业面，将固体力学流体力学两个专业合并为工程力学专业，现在工程力学系设有工程力学和工程热物理两个大学本科专业，设有固体力学、流体力学、一般力学、实验力学和工程热物理五个硕士研究生点，和固体力学、流体力学、一般力学和工程热物理四个博士研究生点。

一九八三年为更好地开展科学研究工作成立了工程力学研究所，并与热能工程系联合成立了工程热物理研究所，此外还参加了学校跨专业联合组织的有关研究所、室以及技术开发工作。工程力学系还受学校委托管理“强度与振动中心”，这个中心为全系和校内外科学研究、教学和技术开发服务。

工程力学系建系近三十年来，所培养的工程力学、工程热物理系专业的大学本科生共毕业 2100 余人。一九六六年以前培养研究生 15 人（工程力学研究班除外），一九七八年以来至今已毕业的硕士研究生约 170 人，博士研究生约 7 人。

三十年的经历给我们提供了什么经验和教训呢？以我一己之见，认为有以下三个方面：

## 一、工程力学学科属于技术科学范畴\*

工程力学（在美国多称为应用力学）从它的近百年的发展史看，是工业生产的蓬勃发展促进了它的成长。它所研究的对象不是一般的物质机械运动，而绝大部分是研究以生产实际为对象的机械运动规律。近百年来，它已发展成为独立的超出了物理学的范畴的一门学科。它是介乎自然科学与工程技术之间的，起着桥梁作用的技术科学的一个组成部分。因此应该明确地肯定：工程力学是一门技术科学，它既不属于理科，也不是哪一门工程技术所能包括的。

这一点从各国本专业设置的情况看，也可以得到一些实例。无论在北美洲（美国和加拿大）或是欧洲各国的绝大多数大学的理学院中均找不到力学系和力学专业。反而在工学院的土木系、机械系或航空、航天系开设了工程力学或应用力学的课程或设置专门化，而且他们往往只在研究生院而不是在大学本科阶段培养力学专门人才。在英国或西德某些个别大学则习惯于称它为应用数学专业；国外只有极个别的大学设有力学系，培养本科生。

在我国则由于一些原因，在工程力学或应用力学学科的性质问题上还存在着不同的看法，有待于讨论。

## 二、工程力学专业应培养什么样的人 and 如何培养

从上面的论述，我们明确了工程力学属于技术科学范畴，而且它的发展是与生产实

\* 这里主要是指工程力学专业。至于工程热物理则大家都认为它属于技术科学。

践和技术进步密切关联的,也就是说,它研究的问题是由不同的工程技术领域的发展中提炼出的力学问题,但这些问题又往往不局限于某一特定的工程技术领域,例如塑性力学既来源于工程设计又来源于金属压力加工。

因此从事于工程力学专业的大学生,既要对力学的理论和实验具有坚实的基础,同时对于某一个方面的工程专业具有基本的知识,也可以说对于某一方面的工程实际也应具有一定的感性认识,以便对于力学问题的来龙去脉有所理解。在大学毕业,经过几年的实际工程的锻炼和研究工作的训练,这样的力学专业毕业生才将会成为较理想的力学工作者。

从几十年来著名的力学家的学历和经历,也就是他们成长的历史来看,可以得到更多的启发。象普朗特、冯·卡门、铁木辛柯等大师,和我国的钱学森等同志,都是在大学先受过工科教育、而后从事力学研究和一段生产实际工作,并在力学发展中做出了卓越的贡献的。

工程力学研究班的经验也说明了这点,三届绝大多数的学员是经过不同工程专业教育或从其应届毕业生中选拔出来的、然后在工程力学的理论和实验技术上得到培训。

我系本科教学计划大体上也是沿着上述的思路制定的。

从我系二十一届毕业生的学习过程看,可能是我们在教学计划中对学生要受到一定程度的工程训练的思想还不够明确和强调,加上一些其他因素的影响,学生在毕业后暴露出重理论轻实际的思想倾向。如何将学生的专业思想引导到正确的方向上来,使之得到全面发展,这是今后我系进一步改革中应认真研究的一个首要问题。

在培养什么样的力学人才问题上,还值得讨论乃至试验的另一种方式是吸取工程力学研究班的经验和参考其他许多国家的做法,在全国范围内考虑,应逐步减少力学专业的数目和招本科生名额而增加硕士生和博士生的比重,以提高培养的质量。

### 三、提高教师队伍的业务素质

我系教师队伍经过二十多年的培养和锤炼,由少到多,由薄弱到较为强大,由幼稚到较为成熟。在教学方面经过大家的努力可以说基本上已建立了一套较完整的课程系列。当然还应该看到,在学科分支方面,我们还有缺门和薄弱点,在力学不断发展中,更有一些新领域有待我们尤其是中青年的新生力量去掌握和占领。

在科学研究方面,由六十年代初期的起步阶段,中间经过十年动乱的混乱和停滞阶段,到今天达到较全面的主动开展科研阶段。我们研究的课题中,不少在理论方面和实验技术方面达到了现代的国际水平,并且有相当数量的课题是来自我国生产实际的。对这方面,我们应该充分予以肯定并建立自信心。与此同时,我们今后在科研方面还应百尺竿头,更进一步,不断攀登高峰,为我国的经济建设做出更多的贡献,以便从长远看,更有利于我国经济的独立自主的发展。

要做到这一点,关键问题是教师的素质和经历。应该看到,由于我国人事制度的原因,我系大多数教师的经历是比较单一的。一般是从大学毕业后就留校从事教学科学研



# 基于非关连流动法则的极限分析

钱令希\* 王志必

(大连工学院 工程力学研究所)

## 摘 要

本文提供了库伦型材料考虑非关连流动法则时的近似屈服准则,用以估计挡土墙土压力的下限解。这个屈服准则为:

$$f' = \tau - (c' + \sigma_n \tan \varphi') \leq 0$$

其中  $\varphi' = \arcsin(\sin \varphi \cos(\varphi - \alpha))$  为修正的摩擦角;  $c' = c \tan \varphi' \cot \varphi$ ; 而  $\alpha$  为流动方向与屈服剪应力方向的夹角。

计算了一个最简单的例子,表明流动法则的影响在  $\varphi \leq 20^\circ$  时很小 ( $< 5\%$ ),但随着  $\varphi$  的增大,其影响发展很快,不宜忽视。

## 一、上下限定理

工程结构极限分析有两个特别有力的工具,即计算结构极限承载能力的上、下限定理。它们是建立在塑性力学的“关连流动法则”上的。所谓关连,是指塑性流动的方向是沿着材料屈服函数面的法向,所以也称为“法向流动法则”。这个法则对金属那样的塑性材料是相当符合实际的,它是塑性力学的重要基础。

本文所指“非关连流动法则”是指塑性流动的方向并不是屈服函数的法向。这时,原来的上、下限定理自然就不能用了。这个问题之所以引人注意,是因为像土壤那样的材料,其流动法则是非关连的。而跟土壤有关的工程问题,例如挡土墙的土压力,边坡的稳定和地基的沉陷等,大多属于极限分析问题。所以有必要研究非关连流动法则的极限分析,最好是跟塑性材料一样,找到比较实用的上、下限定理。

在弹塑性力学的基本方程中可以用关连的,也可以用非关连的流动法则,然后用间隔步,将变形过程分段,每步用有限元法求解,这样一步一步向极限状态逼近。不少学者这样做,Zienkiewicz<sup>[6]</sup>还做了用两种流动法则计算的结果比较。这种逐步逼近的方法,工作量非常浩大,逼近过程的稳定性和步长很有关系,而步长的选择至今还没有可靠的办法。钟万勰等<sup>[9,7]</sup>提出的参数变分原理和相应的二次规划算法来代替每一步的正规有限元计算,使工作量大减,可以在微机上进行。但仍是逐步逼近的方法,这跟一步

\* 中国科学院学部委员,大连工学院教授。

就能估计出极限状态的极限分析是不同的。

对于非关连流动法则的极限分析,下面是前人提供的上、下限定理<sup>[2,3,4]</sup>可以供我们参考:

1. 上限定理——基于关连流动法则可使结构破坏的荷载,亦将使材料是非关连流动法则的同样结构破坏。

该定理表明,关连问题的真实解是非关连问题的上限解。可以这样来解释:一个只要求满足平衡和屈服条件的静力允许应力场跟流动法则无关,所以非关连问题真实解的静力允许应力场对关连问题也是静力允许的。而根据经典的下限定理,对应于静力允许应力场的外荷载是关连问题的下限解,所以非关连问题的极限荷载真实解必定不会大于关连问题的真实解。但是,因为关连问题的真实解一般很难求得,这时只得把关连问题的上限解做为非关连问题的上限了。

2. 下限定理<sup>[3]</sup>——根据材料的屈服函数  $f(\sigma_{ij})$  和非关连流动法则找出一个修正屈服函数  $g(\sigma_{ij})$ 。如果有一应力场  $\sigma_{ij}$ , 满足内部平衡和力的边界条件,并到处满足  $g(\sigma_{ij}) \leq 0$ , 则这个外荷载不会导致结构破坏。

现介绍Palmer<sup>[3]</sup>建立势函数曲面  $g(\sigma_{ij}) = 0$  的方法。图1的凸实曲线表示屈服面  $f(\sigma_{ij}) = 0$ , 箭头表示各屈服应力点的流动方向,它们并不垂直于屈服面,虚直线表示这些流动方向的法向面。内包虚曲线就表示势函数曲面  $g(\sigma_{ij}) = 0$ 。如果它超越  $f(\sigma_{ij}) = 0$ , 则上述下限定理不成立。如果它不超越  $f(\sigma_{ij}) = 0$ , 则根据凸集理论,这个  $g(\sigma_{ij}) = 0$  是个凸曲面。以这个  $g(\sigma_{ij}) = 0$  曲面代替  $f(\sigma_{ij}) = 0$ , 用经典的关连流动法则问题的下限定理的证法就可以证明上述下限定理。

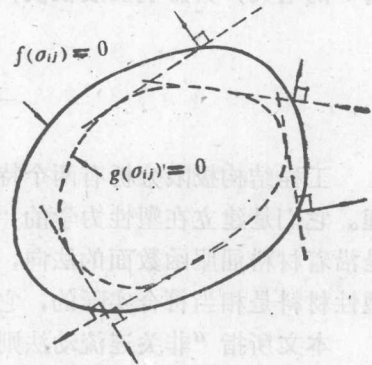


图 1

## 二、挡土墙的土压力

上节的上、下限定理虽然能成立,但在应用上并不理想。因为上限定理以关连问题的真实解作为非关连问题的上限,而此真实解一般是难求得的,于是只好用关连问题的上限解。用非关连问题的下限定理时,首先要做出一个缩小了的修正屈服准则  $g(\sigma_{ij}) = 0$ , 在主应力空间  $\sigma_{ij}$  里,这是不容易的。即使做到了,如果它和  $f(\sigma_{ij}) = 0$  相距较大,则下限解会过低。这样,上、下限相差比较大,实用意义就比较小了。

这里提供一个例子,以引发进一步研究的途径。

图2示一直立挡土墙,土壤容重为  $\gamma$ , 内摩擦角为  $\varphi$ , 粘着力为零,墙面光滑,同土壤无摩擦。1776年Coulomb用极限平衡的概念给出主动土压力的值为

$$P = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1)$$

这个解流传应用至今,但亦常为人所怀疑,因为极限平衡法出发于三个力  $W$ ,  $P$  和  $F$  的平衡,但它们是否交汇于一点未被证明。现在用基于关连流动法则的上下限定理可以证明这个解既是上限又是下限,所以是个把土壤视为塑性材料的真实解,见文献[4]的344—346页。这是土力学中少有的真实解之一。稍为复杂一点的问题就只能满足于一个近似的上限解了。所以本文就用这个例子,把这个真实解作为非关连流动问题的上限解(公式1),然后再设法找一个下限解,看相差多少。

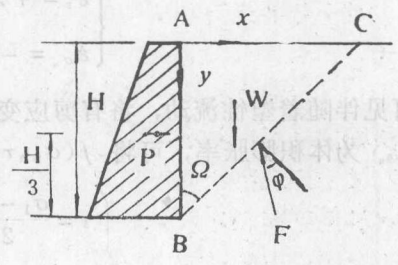


图 2

首先构造一个适用于土壤非关连流动的屈服准则面,经典的库伦 (Coulomb) 屈服准则为:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (2)$$

其中  $\tau$  和  $\sigma_n$  分别为屈服点的剪应力和法向压应力,  $\varphi$  和  $c$  为土壤的内摩擦角和粘着力。

在图 2 的问题中,  $c = 0$ 。所以屈服准则面为:

$$f(\sigma_n, \tau) = \tau - \sigma_n \tan \varphi = 0 \quad (3)$$

在应力  $(\sigma_n, \tau)$  空间中, 它把应力空间划分为两个区域 (图 3 a):

- $f \leq 0$ , 允许应力域
- $f > 0$ , 不允许应力域

土壤各处的摩尔应力圆应不超越允许应力域。

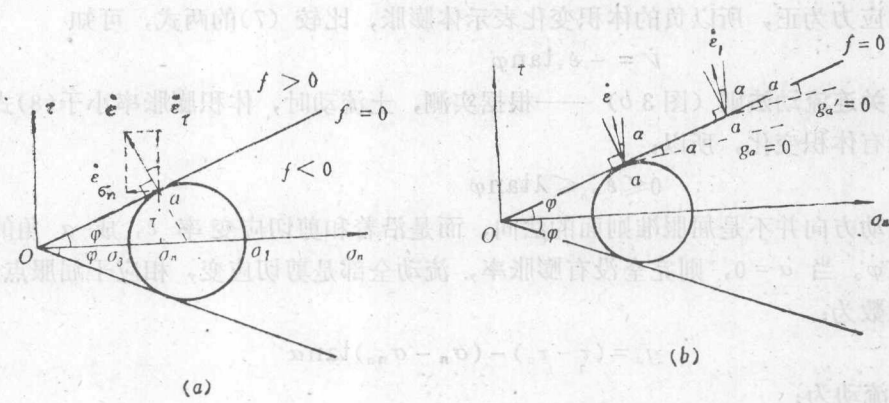


图 3 (a) 关连流动势函数  $\dot{\epsilon} \perp (f=0), g=f$  (b) 非关连流动势函数  $0 \leq \alpha < \varphi, g \neq f$

关连流动法则 (图 3 a) —— 按塑性力学理论, 屈服点塑性应变率  $\dot{\epsilon}$  的方向将沿屈服准则面的法向, 即

$$\dot{\epsilon} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (4)$$