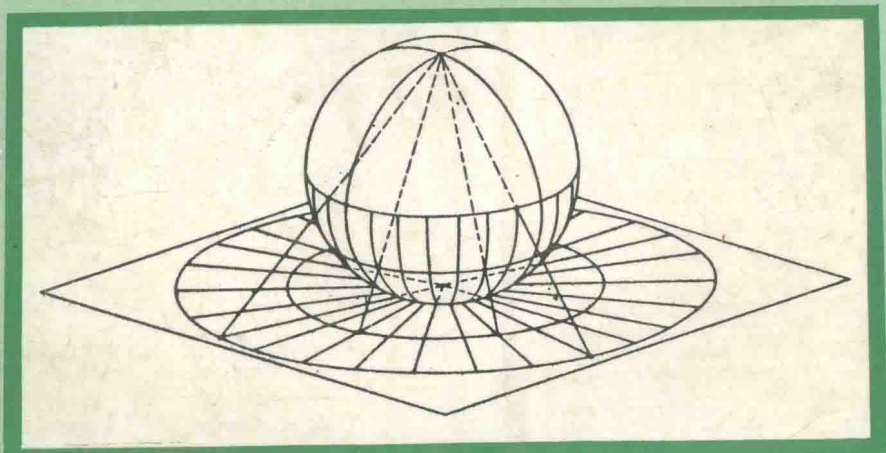


中學數學參考資料

數學史與數學家

陳茂松編著

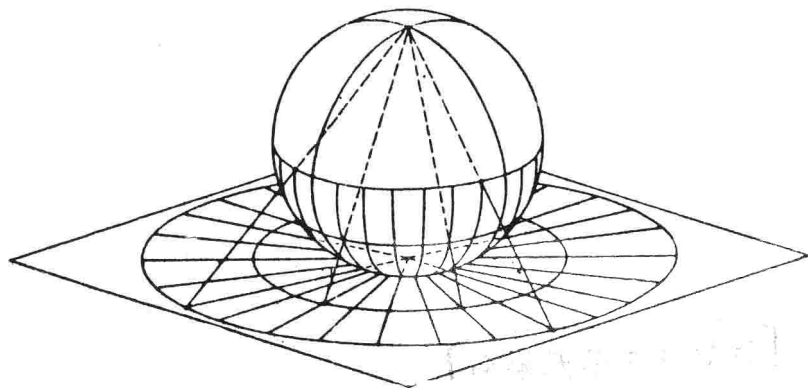


復文圖書出版社

中學數學參考資料

數學史與數學家

陳茂松編著



復文圖書出版社

數學史與數學家

版權所有
翻印必究

編著者：陳 茂 松
出版者：復文圖書出版社
地址：高雄市同慶路一〇六號
總經理：高雄復文書局
地址：高雄市同慶路一〇六號
電話：(07)2014432·2914357
郵撥：**0045658-1**號
地下街文化廣場有限公司
地址：高雄市政府正對面地下
街二層大門口
電話：(07)5314202·5315628
學英文化事業公司
地址：台北市羅斯福路4段52
巷6號
電話：(02)3946693·3966305
特 價：100 元整

中華民國七十四年三月初版

前 言

在多年的教學過程中，深感數學這個科目一直困擾著中學生，有人將它歸咎於聯考制度，有人則認為教材、教法的不當。其實數學本身就是一門比較嚴謹而枯燥的學科。

爾來，有些學者認為研讀數學史能提高學習數學的興趣。編者乃本此論點，將目前中學數學課程中的幾個主要內容，以趣味性的方式，寫出它的一些典故，並簡介幾位數學家的生平。期望讀者在閱讀這一本書之後，能對數學的發展有些認識，而對數學有一份親切感。若能進而建立起對數學的學習興趣，則更是編者所盼望的。

編者 謹識

目次

第 一 篇	古代數學簡史	
第 一 章	遠古人類的數形概念	1
第 二 章	巴比倫的數學成就	5
第 三 章	埃及的數學成就	10
第 四 章	希臘數學簡史	15
第 五 章	中國數學簡史	29
第 二 篇	與中學數學有關的數學家簡介	
第 一 章	Thales (泰利斯)	47
第 二 章	Pythagoras (畢達哥拉斯)	49
第 三 章	Euclid (歐幾里得)	52
第 四 章	Archimedes (阿基米得)	55
第 五 章	祖沖之	58
第 六 章	Rene' Descartes (笛卡爾)	61
第 七 章	Pierre de Fermat (費瑪)	65
第 八 章	Blaise Pascal (巴斯卡)	67
第 九 章	Leonhard Euler (歐拉)	69
第 十 章	Carl Friedrich Gauss (高斯)	72
第 三 篇	中學數學主要單元簡史	
第 一 章	數系的發展	75
第 二 章	複數簡史	84
第 三 章	指數與對數簡史	89

第 四 章	三角學簡史·····	94
第 五 章	圓錐曲線與解析幾何·····	100
第 六 章	機率學的發展·····	105

第一篇 古代數學簡史

第一章 遠古人類的數形概念

所謂數學簡單的說，就是以邏輯的推理方式，來研究“數量”和“形狀”的問題；它原本是人類文化的一部份，世界上幾個古文明，例如：巴比倫、埃及、希臘及中國，其數學方面的成就，在古代的數學史上都有光輝燦爛的一頁。

如果我們要探討人類對於“數形”的概念，究竟是如何產生的，這實在是一個非常困難的問題。主要因為人類的“數形”概念早在有文字記載的歷史之前，就已經開始萌芽了。因此，我們要了解史前的數學活動情形，儘能憑考古學家所掌握的有限資料，作一些合理的臆測和推斷了！

現在我們就將人類對“數形”概念的了解，追溯到遠古的舊石器時代。由於這個時期的人類，都是居住在洞穴中，其生活狀況與動物相差無幾，他們的主要工作，就是到處去採拾食物。到了舊石器時代的後期（大約在一萬五千年前），人類爲了漁獵而製造了武器，並且發展了一些簡單的語言，以便相互交往。更有甚的，他們開始有繪畫和彫刻的創造，以便充實生活。在這些繪畫中，大多具有某種禮儀上的意義，但可顯示出當時人類對於簡單的幾何圖形，已有初步的認識。

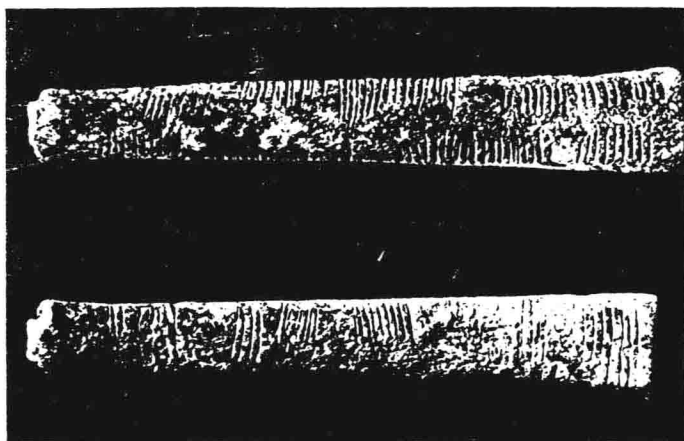
到了新石器時代（大約在一萬年以前），當時覆蓋歐亞兩洲的冰源開始融化，形成了許多肥沃的土地，人類逐草而居的漁獵生活漸漸

2 數學史與數學家

轉變為較安定的農耕生活。由於居住定所，而逐漸形成了許多小村落。

在這些小村落之間，已有顯著的貿易行為存在。由於貿易活動中，物物交換的需要，自然需要一些簡單的計數概念。“數量”的認識就這樣慢慢地展開了。並且在這個時候，人類也已創造了一些簡單的數詞和敘述圖形關係的句子。

由於人類有十個手指頭，最初計數時，很自然地藉著雙手來協助點算，後來他們也曾利用小石頭或小竹棍來點算，由於沒有文字來記載數字，所以古代保存數值的記錄方法，通常是刻痕於棍棒上，或在草繩上打結。在 1937 年考古學家發現了一根七吋長的幼狼撓骨，其上刻有 55 道很深的刻痕，其中前面的 25 道刻痕是每五道一羣，這似可說明當時的人已知用 5 作為底數以方便計數了！

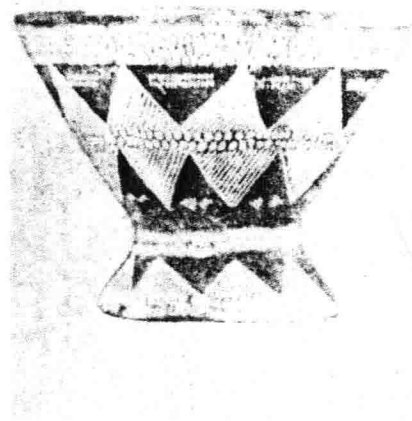


兩根 8000 年以上的幼狼骨頭，上面刻痕表示記數

古時候的人類也藉著觀察周遭的事物來發展“數形”的概念。例如他們只能分辨一棵樹、兩棵樹，或者一塊石頭、兩塊石頭，至於更多的樹或石頭，則無法區分它了。難怪初民的數詞，大多只有“一”，“二”，超過兩個單位以上，就稱為“許多”了！這個過程與小孩

子剛剛學數東西個數時的情形非常類似。慢慢地，隨著人類智慧的進步，人類知道了一對一的觀念，才懂得利用其它事物（如前述的小石頭）來幫助計數。古時候的牧羊人就是用一塊小石頭來對應一隻羊的方式，來點數他所擁有的羊隻。

人類最早研究的知識，不是關於人體本身的醫學或有關生活環境的生物學，而是天文學，這或許是人類認為生命是寄託於天象吧！既使在最原始的部落中，也可發現一些對日月星辰運動的知識。他們經由天文的觀測而獲得一些關於球、圓、角度、方向的觀念。另外有人



新石器時代以數學圖案裝飾的陶器

4 數學史與數學家

認為人類是由於觀察手臂的彎曲，而有“角”的概念。

在新石器時代的陶器及一些編織上，其圖案已表現出對稱和相似的概念了。此外，這些圖案中也有某種數值關係的存在（例如：三角數）。

由以上的討論，可知史前的人類對“數形”的概念，其形成的因素，主要有下列幾項：

一、它是人類智慧的結晶——人類爲了維持生命，充實生活，運用智慧，創造新事物，自然而然地引進了數形的概念。

二、觀察周遭實物的形狀——觀察各種不同的事物，經歸納抽象化而得某一概念，例如由觀察大小星球而得到圓球的概念。

三、村落之間的貿易行爲——爲了物物交換，而需要有一些簡單的計數概念。

總之，史前的數形概念，其形成相當緩慢，過程非常漫長，而且是日積月累的成果。它不是一個人或一個民族，而是遠古人類的集體經驗。由於史料的欠缺，我們只能作這些粗淺的臆測。

第二章 巴比倫的數學成就

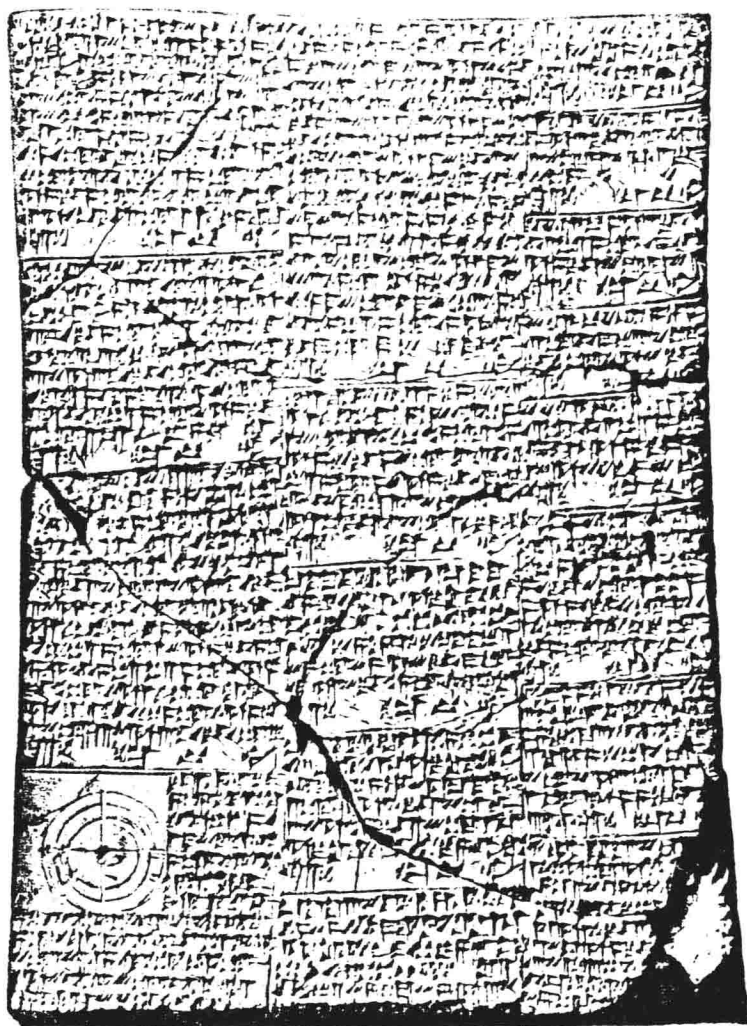
當紀元前 5000 年至 3000 年間，在亞非兩洲的亞熱帶及近亞熱帶地區中，沿著幾支大河流的兩岸，人類從石器時代發展出更進步的社會形式。這些河流是尼羅河，底格里斯河、幼發拉底河、印度河、恆河、黃河及長江。在這些河流的兩岸，正是幾個古文明的發祥地。其中，巴比倫和埃及是建立數學骨架的兩支早期文明，而由許多文獻資料顯示，巴比倫的數學成就比埃及稍早。

所謂巴比倫人，是指一系列民族（如蘇美人、阿卡丹人），他們居住在兩河流域，就是我們所習稱的美索不達米亞地區，而現在是伊拉克的一部份。五千多年前巴比倫人在兩河流域建立了巴比倫帝國，也形成了一支高水平的文化。

現在我們所用的「星期制度」是古代巴比倫人所建立的。他們把一年分為十二個月，七天組成一個星期，而在每個星期的最後一天減少工作，用來舉行宗教禮拜，這就是我們現在的禮拜日。另外一天有二十四小時，一小時有六十分，一分有六十秒，這種時間分法就是巴比倫人創立的。在數學上把圓分成三百六十度，一度有六十分，這種角度衡量單位也是巴比倫人的貢獻。

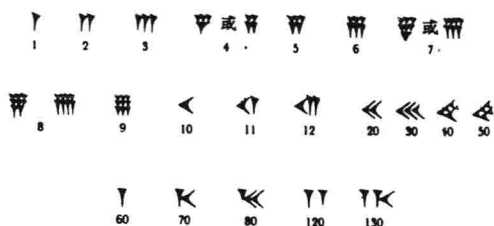
古代巴比倫人的書寫工具是很奇特的，由於造紙尚未發明，他們利用粘土，製成一塊塊長方形薄板，然後用一端磨尖的金屬棒，在上面刻劃，寫成「楔形文字」，就這樣製成了泥板書（clay tablets）。我們對於巴比倫的文明和數學之認識，都是來自泥板書。最近幾十年，由於考古學家 O. Neugebauer 及 F. Thureau-Dangin 的發現，並辨識出大量的泥板書，以致於我們對巴比倫的數學有更多的

了解。



計算面積的泥板書上面用的是楔形文字

巴比倫民族中的阿卡丹人，在算術方面有高度的發展，他們所用的楔形文字是早期蘇美人的衍生物。他們的數字符號如下：



巴比倫人採用的記數法，有兩種進位制：一是十進位制，一是六十進位制；並且首先用位值表示法。由於沒有“零”的記號，如遇缺位通常以空白表示，因此造成很多數值含糊不清。

例如，在六十進制中，“ $\Upsilon \lll$ ”前一個“ Υ ”表示一個 60，後面“ \lll ”表示 20，所以 $\Upsilon \lll$ 表示 80，而“ $\Upsilon \Upsilon \lll$ ”中前面“ $\Upsilon \Upsilon$ ”表示兩個 60，而後面“ \lll ”表示一個 10，所以 $\Upsilon \Upsilon \lll$ 表示 130。

但是 $\Upsilon \lll \lll = 1 \times 60 + 2 \times 10 = 80$ ，或 $\Upsilon \lll \lll = 1 \times 60^2 + 2 \times 60 + 0 \times 1 = 3620$ ，這要視最右邊是否有一缺位而定了。

巴比倫除了有數學符號之外，它們已稍有分數的概念。並且製成了簡單的平方、立方、平方根、立方根表。

在代數方面，巴比倫已有二次方程式解法公式的芻形。早期有一個基本問題：就是計算一個數，它與它的倒數之和為一已知值。這個問題以現代符號寫法，就是求方程式 $x + \frac{1}{x} = k$ 的解（ k 為定數）。

他們用已製成的數值表，先求 $(\frac{k}{2})^2$ ，再求 $\sqrt{(\frac{k}{2})^2 - 1}$ ，最後寫成 $\frac{k}{2} - \sqrt{(\frac{k}{2})^2 - 1}$ 和 $\frac{k}{2} + \sqrt{(\frac{k}{2})^2 - 1}$ 而得到解答。由於巴比倫人並未發展出負數，所以方程式的負根均被略去。

8 數學史與數學家

另外巴比倫人在一些實際問題中，計算等差級數及等比級數。Neugebauer在法國羅浮宮收藏的巴比倫文物中，發現兩個反映巴比倫對級數有研究的泥板書，記載著底下的結果：

$$1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^9 = 2^9 + 2^9 - 1$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 10^2 = \left(1 \times \frac{1}{3} + 10 \times \frac{2}{3}\right) \times 55$$

從這裏可以看出巴比倫人知道這樣的結果：

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

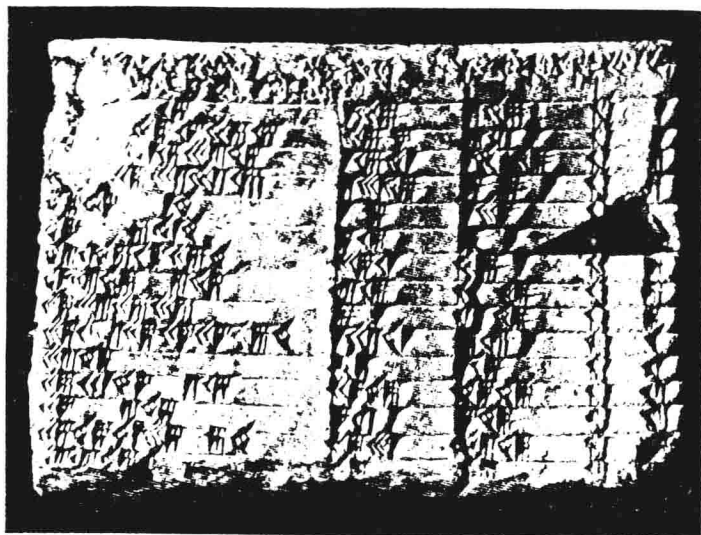
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \left(1 \times \frac{1}{3} + n \times \frac{2}{3}\right) (1 + 2 + \cdots + n)$$

上面第二式等號右邊的式子，經整理後正是我們所熟知的 $\frac{n(n+1)(2n-1)}{6}$ ，至於巴比倫人如何得到這些公式，則仍然不清楚。

在幾何方面，巴比倫人已有些計算田園面積，收成分配的公式，也有關於運河水壩及天文學上的應用，但都很草率。圓面積似乎是根據 $A = \frac{c^2}{12}$ 來計算的（其中 c 是圓周長），這公式相當於取圓周率為 $\pi = 3$ 。然而他們又另外以正多邊形的周長和外接圓周長的關係來計算得出圓周率為 $3\frac{1}{8}$ 。

另外，巴比倫人很早就知道直角三角形三邊的平方關係（即畢氏定理）。例如在距今三千多年前的泥板書上，有一個這樣的幾何問題：「一樹枝長 $\frac{1}{2}$ 單位，靠在牆上，頂端滑下 $\frac{1}{10}$ 單位後，問此樹枝底端離牆多遠？」這個問題需要用畢氏定理來解決。

又在 1945 年 Neugebauer 研究現在藏在美國哥倫比亞大學的一塊泥板書，發現上面寫著一些整數，這些整數能組成直角三角形的三邊，這些資料顯示巴比倫人早在三千年前就已經知道求方程式 $x^2 + y^2 = z^2$ 的整數解了！

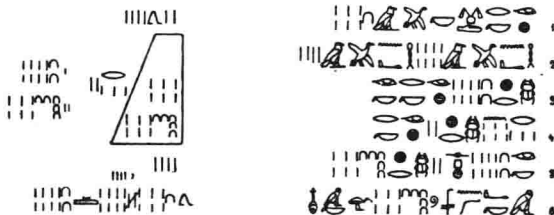


保存在哥倫比亞大學編號 322 的泥板書

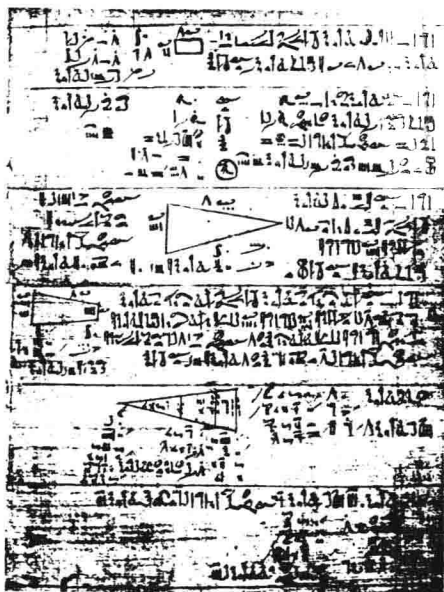
巴比倫人使用了特殊的術語和符號來代表未知數和運算符號，他們解出幾種簡單的方程式，這些形成了代數的初胚。有了整數和分數的概念，使算術的層次加深了。不過他們所處理的都是具體的數字和問題，但對於事實的證明，似乎沒有什麼概念。總之，巴比倫人的數學成就，在整個數學領域中，雖然沒有發展出高層次的理論知識，但是這個民族給數學思想的開發和創意，使得美索不達米亞作為數學的發源地而當之無愧。

第三章 埃及的數學成就

正當巴比倫文明在茁壯之際，埃及的文明也在尼羅河的兩岸默默地發展。在這個區域裡原本有兩個王國，約在紀元前 3500 年至 3000 年間，Menes 統一了南北埃及。從此埃及就以朝代統治。Menes 是第一個朝代的建立者，到第三個朝代，埃及的文化發展到了顛峯，金字塔就是建於這個時期。直到紀元前 332 年，亞歷山大征服埃及之前，埃及的文明都是獨立發展。自此之後到紀元 600 年，埃及的歷史和數學都成了希臘文明的一部份。



莫斯科紙草書卷的一部份，下面為象形文字的改寫



萊茵紙草書卷的一部份

我們對於埃及數學的了解，大多是來自紙草寫成的古書卷。所謂紙草紙是將植物的髓質切薄展成紙張，由於紙草紙易於乾化和細碎，所以保存下來的資料非常少。現在留下來的數學文件主要有二：一是莫斯科紙草書卷（Moscow papyrus）現存於莫斯科；另一是萊茵紙草書卷（Rhind papyrus），現存於大英博物館，它是1858年由不列顛人 Henry Rhind 所發現的，後來考證其為 Ahmes 所作，所以又稱為 Ahmes papyrus。這些紙草書卷的內容，大多是問題集和解答（主要是日常工作所遇到的典型問題）其中莫斯科紙草含有25個問題，萊茵紙草含有85個問題。這些書卷形成的年代大約在紀元前1700年左右，但其所記載的數學內容，埃及人早在紀元前3500年左右就已經非常熟悉了。

在記數符號方面，埃及人有兩種書寫系統，一是象形文字，一是