XIAOXUE
SHUXUE ZHENGYOU

小学数学争优

阮祥富 主编

知识精讲
经典例题
发散思维训练
综合测评

金盾出版社
JINDUN CHUBANSHE

小学数学争优

阮祥富　主编

金 盾 出 版 社

内容提要

本书为**小学数学全能培优宝典**，包括各类数学问题，分30讲。每讲设知识精讲、经典例题、发散思维训练三个栏目，有综合测评及参考答案。

图书在版编目(CIP)数据

小学数学争优/阮祥富主编. —北京：金盾出版社，2009.1
ISBN 978-7-5082-5334-3

Ⅰ.小… Ⅱ.阮… Ⅲ.数学课—小学—教学参考资料 Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第139552号

金盾出版社出版、总发行
北京太平路5号(地铁万寿路站往南)
邮政编码：100036 电话：68214039 83219215
传真：68276683 网址：www.jdcbs.cn
封面印刷：北京印刷一厂
正文印刷：北京华正印刷有限公司
装订：北京华正印刷有限公司
各地新华书店经销

开本：850×1168 1/32 印张：9 字数：226千字
2009年1月第1版第1次印刷
印数：1～10 000册 定价：18.00元

前　言

随着时代的发展，竞争日趋激烈，只有高素质的人才才能立于不败之地。万丈高楼平地起，高素质人才的培养就应从小抓起，培养他们的思维能力和解决问题的能力，培养他们的创新精神和实践能力。

本书立足于小学数学的基础知识，融知识、能力、创新于一体，充分体现了小学数学新课标的目标和要求，以思维训练为核心，注重于开拓解题思路和解题技巧，使学生通过对本书的学习和训练，找到数学规律性的解题方法，达到举一反三、触类旁通的目的，从而提高小学生的整体素质。全书设多个专题，每个专题设计了“知识精讲”、“经典例题”、“发散思维训练”三个栏目。

知识精讲　主要是将本专题的基点、重点、难点、考点做概要性描述，涉及定律、公式、解决问题的策略，起指导作用。

经典例题　精选有一定代表性、典型性和综合性的例题，例题之间注意循序渐进地演变，每道例题在分析、解答过程中，引导学生分析、比较、总结、提炼，掌握方法，形成技能。

发散思维训练　数学练习题浩如烟海，我们结合每个专题的训练目标，精选梯度合理的经典训练题，题型有代

表性、规律性、层次性，让学生在最短的时间里，最有效地消化理解知识，掌握基本技能，拓展发散思维和逆向思维，提高学习成绩，提升能力。

参加编写的老师，除主编外，还有：袁红明、周茴香、桂东升、刘宝英、毛小娟、程丽霞、赵小刚、徐凯、戴兵、王玲、陈鑫明、黄进、彭晶、陈伟、肖钦、余俊华、彭兴花、王德才。

本书的编写人员全部来自省、市名师，学科带头人，但在编写过程中由于时间仓促，不足之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

目　录

第一讲　计算技巧

[知识精讲]

计算是小学数学学习中的重要内容，包括整数计算、小数计算、分数计算以及混合运算. 在进行计算时，除了要掌握常规的四则运算法则、运算定律、运算性质外，还应掌握一些特殊的运算技巧. 在计算中，应注意观察题目中数的特点，数的排列规律，巧妙地采用分解、组合、凑整、拆小补大、代数法等方法进行巧算，可以达到事半功倍的效果.

[经典例题]

例 1　计算 $1+2+3+4+\cdots+98+99+100$

分析　根据这一组加数的特点，依次运用加法的交换律和结合律，将首尾两数相加正好都等于 101，即：$1+100=101$，$2+99=101$，$3+98=101$，$4+97=101$，…，$50+51=101$，100 个数相加，每两个数相加和是 101，那么就有 50 个 101.

$$
\begin{aligned}
&1+2+3+4+\cdots+98+99+100\\
=&(1+100)+(2+99)+(3+98)+\cdots+(50+51)\\
=&101\times50\\
=&5050
\end{aligned}
$$

例 2　计算 $2008-2005+2002-1999+1996-1993+\cdots+16-13+10-7+4$

分析　根据题目中数的特点与排列规律，不难发现，从 2008 到 4，相邻两个数相差 3，加号和减号交替出现，因此采用组合法，将

每两个数归为一组，则每组数计算的得数都是 3，即：$2008-2005=3$，$2002-1999=3$，$1996-1993=3$，…，$16-13=3$，$10-7=3$. 共有 334 个 3，然后加上 4.

$$
\begin{aligned}
&2008-2005+2002-1999+1996-1993+\cdots+16-13+10-7+4\\
=&(2008-2005)+(2002-1999)+(1996-1993)+\cdots+(16-13)+(10-7)+4\\
=&3\times334+4\\
=&1006
\end{aligned}
$$

例 3 计算 $14.27\times37-142.7\times1.9+82\times14.27$

分析 根据题目中数字的特点，乘法算式中都有因数 14.27，其中 142.7×1.9 根据乘法算式的运算性质可变式为 14.27×19，然后运用乘法的分配律，可以先计算 $37-19+82=100$，再计算 $14.27\times100=1427$.

$$
\begin{aligned}
&14.27\times37-142.7\times1.9+82\times14.27\\
=&14.27\times37-14.27\times19+82\times14.27\\
=&14.27\times(37-19+82)\\
=&14.27\times100\\
=&1427
\end{aligned}
$$

例 4 计算 $(5.4\times3.6\times4.8)\div(2.7\times1.2\times1.6)$

分析 根据题目中算式及数字的特点，被除数中 5.4、3.6 和 4.8 分别是除数部分 2.7、1.2 和 1.6 的倍数，因此可以将上面的算式变形后，运用约分的方法进行计算.

$$
\begin{aligned}
&(5.4\times3.6\times4.8)\div(2.7\times1.2\times1.6)\\
=&(54\times36\times48)\div(27\times12\times16)\\
=&(27\times2\times12\times3\times16\times3)\div(27\times12\times16)\\
=&2\times3\times3\\
=&18
\end{aligned}
$$

例 5 计算$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}$

分析 根据题目中数字的特点，各个分母都是两个连续自然数的乘积，根据$\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，可将每个分数都拆分成两个分数的差，即：$\frac{1}{1\times2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，…

$$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}$$

$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}$$

$$=1-\frac{1}{10}$$

$$=\frac{9}{10}$$

例 6 计算$1\frac{1}{2008}+2\frac{2}{2008}+3\frac{3}{2008}+\cdots+2007\frac{2007}{2008}$

分析 根据题目中的数字可以发现：这道题中分数部分是同分母加法，带分数的整数部分是成等差数列（1，2，3，4，…，2007），分子也成等差数列，因此可先用等差数列求和公式求出 1～2007 的和，然后再进行计算.

$$1\frac{1}{2008}+2\frac{2}{2008}+3\frac{3}{2008}+\cdots+2007\frac{2007}{2008}$$

$$=(1+2007)\times2007\div2+\frac{(1+2007)\times2007\div2}{2008}$$

$$=1004\times2007+2007\div2$$

$$=2007\times(1004+\frac{1}{2})$$

$$=2016031.5$$

例 7 计算$\frac{245+327\times244}{245\times327-82}$

分析 观察分子部分和分母部分中相乘的两个数：分子中是 327×244，分母中是 245×327，可将分子部分变形为

$$
\begin{aligned}
&245+327\times244\\
=&245+327\times(245-1)\\
=&245+327\times245-327\\
=&327\times245-82
\end{aligned}
$$

分子部分与分母部分正好相等，可以用约分法进行计算.

$$
\begin{aligned}
&\frac{245+327\times244}{245\times327-82}\\
=&\frac{245+327\times(245-1)}{245\times327-82}\\
=&\frac{245+327\times245-327}{245\times327-82}\\
=&\frac{245\times327-82}{245\times327-82}\\
=&1
\end{aligned}
$$

例 8 计算 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$

分析 题目中各分数的分母依次是 $2^1,2^2,2^3,2^4,2^5$，我们计算 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$，$\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{8}$，因此可以先借用一个 $\frac{1}{32}$，然后再减去一个 $\frac{1}{32}$，使计算简便.

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}\\
=&(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32})-\frac{1}{32}\\
=&(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16})-\frac{1}{32}\\
=&(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8})-\frac{1}{32}
\end{aligned}
$$

$=(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})-\frac{1}{32}$

$=(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})-\frac{1}{32}$

$=1-\frac{1}{32}$

$=\frac{31}{32}$

例 9 计算 $2008\div 2008\frac{2008}{2009}+\frac{1}{2010}$

分析 根据题目中数字的特点，可先将 $2008\frac{2008}{2009}$ 化成假分数，变形后.再计算，$2008\frac{2008}{2009}=\frac{2008\times(2009+1)}{2009}$，再根据分数除法的计算法则. $2008\div\frac{2008\times(2009+1)}{2009}=2008\times\frac{2009}{2008\times 2010}=\frac{2009}{2010}$. 然后加上 $\frac{1}{2010}$，刚好等于 1.

$2008\div 2008\frac{2008}{2009}+\frac{1}{2010}$

$=2008\div\frac{2008\times 2010}{2009}+\frac{1}{2010}$

$=2008\times\frac{2009}{2008\times 2010}+\frac{1}{2010}$

$=\frac{2009}{2010}+\frac{1}{2010}$

$=1$

[发散思维训练]

1. 计算

(1) $1+3+5+7+9+\cdots+95+97+99$

(2) $8000-1-2-3-4-\cdots-97-98-99$

(3) $1-2+3-4+5-6+7-\cdots+99-100+101$

(4) $2000-1995+1990-1985+1980-1975+\cdots+20-15+10-5$

2. 计算

(1) $9.81\times0.1+0.5\times98.1+0.049\times981$

(2) $99\times0.17+0.17$

(3) $(7.2\times7.5\times5.4)\div(1.2\times2.5\times2.7)$

3. 计算

(1) $\frac{2}{3}+\frac{2}{15}+\frac{2}{35}+\frac{2}{63}+\frac{2}{99}$

(2) $\frac{3}{1\times4}+\frac{3}{4\times7}+\frac{3}{7\times10}+\cdots+\frac{3}{91\times94}$

(3) $\frac{1}{19}+\frac{3}{19}+\frac{5}{19}+\cdots+\frac{15}{19}+\frac{17}{19}$

(4) $8-\frac{3}{2}-\frac{5}{4}-\frac{9}{8}-\frac{17}{16}-\frac{33}{32}-\frac{65}{64}-\frac{129}{128}$

(5) $\frac{169\times183-182}{182\times169-13}$

4. 比较下面两个积的大小

$A=5.432\times2.345$

$B=5.433\times2.344$

5. 计算

(1) $\frac{1}{7}\times\left(16.35\div\frac{5}{14}-56\times\frac{1}{10}+5.65\times2\frac{4}{5}\right)$

(2) $51\frac{2}{3}\div\frac{5}{3}+71\frac{3}{4}\div\frac{7}{4}+91\frac{4}{5}\div\frac{9}{5}$

(3) $76\times(\frac{1}{23}-\frac{1}{53})+23\times(\frac{1}{51}+\frac{1}{76})-53\times(\frac{1}{23}-\frac{1}{76})$

6. 计算

(1) $\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}\right)\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}\right)-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}\right)\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}\right)$

(2) $\left(289+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+\frac{7}{10}\right)\div\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+\frac{7}{10}\right)$

(3) $\left(\frac{23}{57}+\frac{17}{61}+\frac{13}{29}\right)\times\left(\frac{17}{61}+\frac{13}{29}+\frac{57}{23}\right)-\left(\frac{23}{57}+\frac{17}{61}+\frac{13}{29}+\frac{57}{23}\right)\times\left(\frac{17}{61}+\frac{13}{29}\right)$

(提示:本题中总有相同的部分重复出现,可以设此部分为 A 来代换计算).

7. 计算

$\frac{1}{2009}+\frac{2}{2009}+\frac{3}{2009}+\cdots+\frac{2007}{2009}+\frac{2008}{2009}$

8. 计算

(1) $\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\cdots+\frac{1}{9\times10\times11}$

(2) $\frac{2}{1\times2\times3}+\frac{2}{2\times3\times4}+\cdots+\frac{2}{28\times29\times30}$

(3) $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+50}$

(4) $1-\frac{1}{1+2}-\frac{1}{1+2+3}-\cdots-\frac{1}{1+2+3+\cdots+20}$

第二讲　等差数列

[知识精讲]

1. 什么是等差数列

按照某种规律排列的一串数叫做数列.数列里的每一个数叫做数列的项,第几个数就叫做数列的第几项,其中第一项叫做首项,最后一项叫做末项,项的个数叫做项数.

如果一个数列,从第二项起,每一项与它前一项的差都相等,这样的数列叫做等差数列,这个差就叫做等差数列的公差.例如:1,4,7,10,13,…,100,在这个等差数列中,首项是1,末项为100,公差为3.

2. 等差数列中的基本数量关系

(1)求和公式

总和=(首项+末项)×项数÷2

(2)求项数公式

项数=(末项－首项)÷公差+1

(3)求末项公式

末项=首项+公差×(项数－1)

(4)求首项公式

首项=末项－(项数－1)×公差

运用等差数列中的基本数量关系,可以帮助我们计算或解决一些实际问题.

[经典例题]

例 1 计算 $1+3+5+7+\cdots+1997+1999$

分析 这是一个公差为$(3-1=2)$的数列,它一共有$(1999-1)\div2+1=1000$ 项.根据加法的交换律和结合律,我们可以把题目中的数字顺序做适当调整:$1+1999,3+1997,5+1995,\cdots$这样的结合总共有 $1000\div2=500$ 个,并且它们的和都相等.

可以运用等差数列的求和公式进行计算.

$$\begin{aligned}&1+3+5+7+\cdots+1997+1999\\=&(1+1999)\times1000\div2\\=&2000\times1000\div2\\=&2000000\div2\\=&1000000\end{aligned}$$

例 2 有一数列按如下规律排列:2,5,8,11,…这列数中前 100 个数的和是多少?

分析 观察题目中的数列,可以知道:首项是 2,公差是 3,项数是 100,要想求出前 100 项的和.必须先求出末项,再根据等差数列的求和公式进行计算.

$$\begin{aligned}\text{末项}&=2+3\times(100-1)\\&=2+297\\&=299\end{aligned}$$

所以这列数中前 100 个数的和是:

$$\begin{aligned}&2+5+8+11+\cdots+296+299\\=&(2+299)\times100\div2\\=&15050\end{aligned}$$

例 3 数列 1,3,5,7,…的第 2008 项是多少?

分析 这是一个首项为 1,公差为 2 的等差数列,求它的第 2008 项是多少,可以运用求末项的公式进行计算.

末项$=1+2\times(2008-1)$

$=1+2\times2007$

$=1+4014$

$=4015$

例 4 求所有被 5 除余数是 2 的三位数的总和是多少?

分析 因为这些三位数都是"被 5 除余数是 2"的数,所以这些数就构成了一个公差是 5 的等差数列. 要求出所有这些三位数的总和,也就是要求出这个等差数列的总和. 那么,必须先确定这个等差数列的首项、末项和项数.

根据题意,我们不难想到,首项应为 102,末项应为 997,项数$=(997-102)\div5+1=180$. 根据等差数列的求和公式,可以求出:

$(102+997)\times180\div2$

$=1099\times180\div2$

$=98910$

例 5 在 1～100 这 100 个自然数中所有不能被 3 整除的数的和是多少?

分析 在 1～100 这 100 个自然数中,能被 3 整除的数构成了一个首项是 3,公差是 3 的等差数列,从 1～100 这 100 个自然数的和中减去能被 3 整除的数的和就可以求出题目的结果.

首先,能被 3 整除的数的首项是 3,公差是 3,末项为 99. 其项数$=(99-3)\div3+1=33$.

那么 $(1+2+3+4+\cdots+98+99+100)-(3+6+9+\cdots+96+99)$

$=(1+100)\times100\div2-(3+99)\times33\div2$

$=5050-1683$

$=3367$

例 6 100 个连续自然数的和是 6450,那么这组自然数中最小和最大的数是多少?