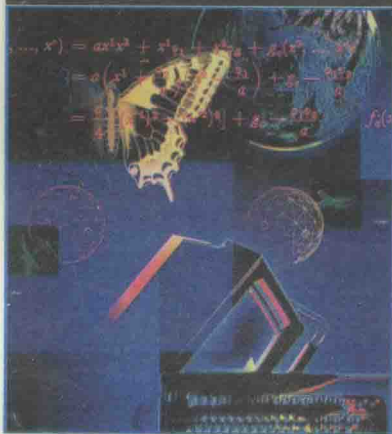


W E N

初 中 三 年 级

B A I D A

# 数学



中|学|各|科|同|步|百|问|百|答|

丛书



KAIMING PRESS

开 明 出 版 社

《中学各科同步百问百答》丛书

# 数 学

(初中三年级)

总策划	焦向英	
主 编	常文启	
编 著	史树德	傅永祥
	李海增	王玉芳

开 明 出 版 社

(京)新登字 104 号

《中学各科同步百问百答》丛书

数 学

(初中三年级)

常文启 主编

\*

开明出版社出版发行

(北京海淀区车道沟 8 号)

顺义康华印刷厂印刷 印刷

新华书店北京发行所经销

开本 787×1092 1/32 印张:9.125 字数:190 千字

1996 年 7 月北京第 1 版 1996 年 7 月北京第 1 次印刷

印数:00,001—10,000

ISBN 7-80133-051-x/G·784 定价:9.10 元

清华大学出版社、中国大百科全书出版社、北京人民教育出版社、北京人民教育出版社

北京人民教育出版社、北京人民教育出版社、北京人民教育出版社、北京人民教育出版社

## 前 言

问与答是传授与获得知识的重要途径和基本手段。在提出问题和解答问题过程中,可激发同学循问求解的学习热情;培养同学不仅知其然,而且知其所以然的学习品质。为提高理解、掌握、运用知识的能力,拓展知识视野,特编写《中学各科同步百问百答》丛书。

本丛书有以下特点:

(1)以各科教学大纲为依据,以新教材为蓝本,与新课时教学进度同步;

(2)密切结合教学实际,准确提出问题,准确解答问题;设疑着重于单元(章)的重点,释解突破难点,将应知应会的内容落到实处,加强变知识为能力的培养与训练;

(3)是教与学的双重助手。围绕大纲与教材适度拓宽延伸,既满足同学求知的欲望,又可弥补课堂教学缺漏;融知识性、实用性、可读性为一体;

(4)依教材结构,每单元(章)为一个编写单位,设问若干,问后即答,必要时在答文后单列出解答“提示”;

(5)可操作性强,每单元(章)问答后,设有“自我测试”题,用以巩固刚刚学过的知识。

(6)每本书后均有两套综合练习题(第一套侧重第一学期的内容,第二套兼顾全学年的内容)。所有测试题的参考答案与提示一并附于书后。

本丛书由北京四中、北京八中、北大附中、北师大附中和北京景山学校等知名学校的高级特级教师编写。

## 前 言

编 者

1996年3月于北京

1996年3月于北京

1996年3月于北京

1996年3月于北京

1996年3月于北京

1996年3月于北京

1996年3月于北京

1996年3月于北京

1996年3月于北京

1996年3月于北京

# 目 录

<b>第一单元 一元二次方程</b> .....	1
第 1 问:为什么要学习一元二次方程? .....	1
第 2 问:什么是一元二次方程? .....	2
第 3 问:直接开平方法可以解什么形式的一元 二次方程? .....	4
第 4 问:用配方法解一元二次方程有哪些步骤? .....	8
第 5 问:用公式法解一元二次方程要注意 什么? .....	12
第 6 问:用因式分解法适合解哪些一元二次 方程? .....	15
第 7 问:如何简捷地解出一元二次方程? .....	17
第 8 问:哪些问题可以用一元二次方程来解? .....	19
第 9 问:怎样应用一元二次方程根的判别式 判断一元二次方程根的情况? .....	21
第 10 问:怎样根据一元二次方程根的情况求 一元二次方程中字母系数的值? .....	22
第 11 问:用根的判别式可以证明一元二次方程 根的情况吗? .....	24
第 12 问:二次项系数含字母的一元二次方程应用	

根的判别式应该注意什么? .....	25
第 13 问:如何从反面提出问题推导一元二次 方程根与系数的关系? .....	26
第 14 问:怎样用一元二次方程根与系数的关系求 方程根的某些代数式的值? .....	27
第 15 问:已知方程的根怎样求一元二次方程 中待定的字母系数及其他? .....	29
第 16 问:已知两数的和与积怎样求这两数? .....	31
第 17 问:怎样用已知的两数为根,求作一元二次 方程? .....	32
第 18 问:怎样求与已知一元二次方程的根有关 新的一元二次方程? .....	33
第 19 问:怎样用公式法将二次三项式分解 因式? .....	35
第 20 问:利用公式法分解二次三项式的因式时 要特别注意什么问题? .....	37
第 21 问:怎样把一些分式方程化成一元二次方程 来解? .....	37
第 22 问:怎样把某些无理方程转化为一元二次 方程来解? .....	39
第 23 问:什么样的高次方程可以化成一元二次 方程来解? .....	40
第 24 问:一元方程的解题思路是什么? .....	42
第 25 问:为什么解分式方程、无理方程必须 检验? .....	44
第 26 问:解简单二元二次方程组的思想方法是	

.....	什么? .....	46
第 27 问:	如何列方程解应用题? .....	48
第 28 问:	一元二次方程根的判别式和根与系数的 关系有哪些综合应用? .....	51
第 29 问:	配方法只是用来推导一元二次方程 求根的公式吗? .....	54
第 30 问:	本单元渗透了哪些数学思想方法? .....	56
自我测试	.....	58
<b>第二单元</b>	<b>函数及其图象</b> .....	61
第 31 问:	为什么要学平面直角坐标系? .....	61
第 32 问:	你能求已知点关于 $x$ 轴、 $y$ 轴与坐标 原点的对称点的坐标吗? .....	63
第 33 问:	学习函数的概念应注意哪些方面? .....	65
第 34 问:	怎么样求自变量的取值范围? .....	68
第 35 问:	什么是函数的图象? 怎样画函数的 图象? .....	70
第 36 问:	函数有哪几种表示法? 你能谈谈它们的 优点和不足吗? .....	72
第 37 问:	什么叫一次函数? 图象是一条直线的 函数一定是一次函数吗? .....	73
第 38 问:	一次函数 $y=kx+b$ 有哪些性质? 其中 的 $k$ 、 $b$ 有什么功能? .....	75
第 39 问:	什么是待定系数法? 应用待定系数法 求函数解析式需要哪些步骤? .....	78
第 40 问:	一次函数与一元一次方程或不等式 有何关系? 怎样解释二元一次方程组	

	的解的几何意义? .....	81
第 41 问:	在现实生活中,一次函数的知识有哪些应用? .....	83
第 42 问:	什么是分段函数? 分段函数有哪些应用? .....	86
第 43 问:	什么叫做二次函数? 理解二次函数的意义应注意哪些问题? .....	89
第 44 问:	二次函数 $y=ax^2$ 的图象有哪些特点? .....	91
第 45 问:	为什么把二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式? .....	93
第 46 问:	已知二次函数图象上三个点的坐标,怎样求这个函数的解析式? .....	95
第 47 问:	怎样求二次函数的最大值或最小值? .....	98
第 48 问:	解答二次函数的综合问题,应注意哪些问题? .....	100
第 49 问:	什么叫做反比例函数? 反比例函数有哪些性质? .....	103
第 50 问:	本单元研究了函数哪些内容? 蕴含了什么数学思想方法? .....	104
第 51 问:	二次函数在生产、生活实际中有哪些应用? .....	106
	自我测试 .....	108
<b>第三单元 统计初步</b>	.....	112
第 52 问:	为什么要学习统计初步知识? 学习时应注意哪些问题? .....	112
第 53 问:	什么叫做平均数? 为什么还要学平均	

.....	数的简化公式? .....	114
第 54 问:	什么条件下应用加权平均数公式计算? 它与平均数公式①有何关系? .....	116
第 55 问:	结合实例说明什么叫做总体? 个体? 样本? 样本的容量? 为什么要用样本 平均数估计总体平均数? .....	118
第 56 问:	众数与中位数有哪些应用? 众数、中位数 与平均数有什么联系与不同? .....	120
第 57 问:	为什么有些文艺或体育比赛评分中先 去掉一个最高分和最低分、再用其余分数 平均数作为选手得分? .....	122
第 58 问:	为什么要学习方差、标准差? 怎样求 一组数据的方差、标准差? .....	123
第 59 问:	为什么引进计算方差的两个简化公式? 使用这些公式有哪些注意事项? .....	125
第 60 问:	列频率分布表需哪些步骤? 怎样画 频率分布直方图? .....	128
	自我测试 .....	131
<b>第四单元</b>	<b>解直角三角形</b> .....	135
第 61 问:	为什么要学习解直角三角形? .....	135
第 62 问:	怎样理解锐角三角函数的概念? .....	137
第 63 问:	怎样熟记 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 角的三角函 数值? .....	139
第 64 问:	你知道当角变化时, 相应的锐角三角 函数值怎样变化吗? .....	142
第 65 问:	正确使用三解函数表应注意哪几点? .....	144

第 66 问:怎样使用三角函数表的修正值? .....	146
第 67 问:同一个锐角的四个三角函数有什么 关系? .....	147
第 68 问:互余的两个锐角的三角函数有什么 关系? .....	150
第 69 问:直角三角形的边与角之间有哪些关 系式? .....	152
第 70 问:怎样合理选用边角关系解直角三 角形? .....	154
第 71 问:解直角三角形的知识在实际问题中 有哪些应用? .....	156
第 72 问:你懂得应用问题中的一些常用术 语吗? .....	159
第 73 问:怎样解某些非直角三角形问题? .....	161
自我测试 .....	163
<b>第五单元 圆</b> .....	166
第 74 问:为什么要学习圆? .....	166
第 75 问:什么是圆? .....	167
第 76 问:直径是弦吗? .....	170
第 77 问:同圆、等圆或同心圆有哪些区别和 联系? .....	172
第 78 问:什么叫做点的轨迹? .....	173
第 79 问:命题“三点确定一个圆”对吗? .....	177
第 80 问:利用反证法证明问题应注意什么? .....	178
第 81 问:垂径定理有哪几个推论? .....	180
第 82 问:怎样利用垂径定理进行证明或计算? .....	182

第 83 问: 圆心角、弧、弦、弦心距之间有哪些 关系? .....	184
第 84 问: 圆周角定理是怎样证明的? .....	186
第 85 问: 圆周角定理及推论有哪些应用? .....	188
第 86 问: 圆内接四边形的性质是什么? .....	191
第 87 问: 直线和圆有哪几种位置关系? .....	194
第 88 问: 怎样判定一条直线是圆的切线? .....	196
第 89 问: 圆的切线有哪些性质? .....	198
第 90 问: 三角形一定有内切圆吗? .....	201
第 91 问: 怎样利用圆中的弦切角? .....	204
第 92 问: 应用相交弦定理要注意什么? .....	207
第 93 问: 切割线定理有哪些应用? .....	212
第 94 问: 什么是圆幂定理? .....	212
第 95 问: 怎样作一个正方形, 使其面积等于已知 矩形的面积? .....	216
第 96 问: 两个圆有几种位置关系? .....	219
第 97 问: 怎样判定两圆相交? .....	221
第 98 问: 相交两圆的连心线和公共弦有什么 关系? .....	222
第 99 问: 两圆相交或相切怎样添辅助线? .....	225
第 100 问: 怎样确定两圆的内公切线和外公 切线? .....	227
第 101 问: 怎样求两圆公切线的长? .....	230
第 102 问: 怎样理解相切在作图中的应用? .....	232
第 103 问: 怎样证明与圆有关的线段等积式? .....	234
第 104 问: 什么样的图形叫做正多边形? .....	236

第 105 问:正多边形的有关计算怎样进行? .....	238
第 106 问:圆弧长公式是怎样导出的? 它有哪些应用? .....	241
第 107 问:怎样理解、记忆扇形面积公式? 求弓形面积的过程对你有何启示? .....	243
第 108 问:怎样应用圆柱和圆锥的侧面展开图解题? .....	246
自我测试 .....	249
综合练习题(一) .....	252
综合练习题(二) .....	257
参考答案与提示 .....	264

## 第一单元 一元二次方程

第 1 问：为什么要学习一元二次方程？

答：我们知道算术里的四则应用题是从生产和生活实践中提炼出来的，在小学我们曾经解过许多实际问题，有些用小学的知识和方法解起来很困难的问题，学了一元一次方程以后解起来就显得容易的多了。用一元一次方程解题有一定的思想方法，掌握了它就可以顺利地做一些应用题了，而且不需要什么技巧。这种不需要什么技巧又容易掌握的方法我国的数学家吴文俊先生叫它“机械化”，也就是现代化。我们要学的一元二次方程也是机械化的。每一个掌握了它的人都可以利用它解决大量的问题。一元二次方程是初中数学中的重要内容，学习和运用一元二次方程，不仅综合运用了以前所学的多方面知识，同时也为进一步学习和应用打好基础。大家在学习过程中会逐步体会到的。

我们初中所学的代数叫做初等代数，人们为了寻求有系统的，更普遍的方法解决各种数量关系的问题，于是产生了以解方程的原理为中心的初等代数。

我国最古老的算经之一《九章算术》成书于公元 1 世纪，书中的第八章的内容就是“方程”。宋朝的杨辉著的《田亩比类乘除捷法》(1275 年)书中有一题：“直田积八百六十四(方)步，只云阔不及长一十二步，问阔及长各几步？”用现在的话说就是：“有一块长方形的田地，面积是 864 平方步，已知宽比长少 12 步，问宽、长各是多少步？”这实际上就是今天的解一元二次方程的问题。这里的步

是我国古老的丈量土地的长度单位，一步就是成年人左脚起步迈出一次接着右脚迈出一次止的距离，约一米。

可见一元二次方程也是从实践中提炼出来的，是人类宝贵的文化遗产，我们应该继承下来。它现在仍然有着广泛的应用，是生产、科学技术领域中经常应用的知识。

第2问：什么是一元二次方程？

答：第1问中杨辉的问题，解决它时如果设长方形田地的宽为 $x$ 步，依题意可知长为 $(x+12)$ 步。根据题意，得

$$x(x+12)=864$$

去括号，得

$$x^2+12x=864$$

这方程就是一个一元二次方程。

像下面的方程

$$2x^2=4x+1$$

$$(1-x)(x+2)=0$$

$$\frac{1}{2}(x-5)^2+1=x^2-x$$

经过整理，分别为：

$$2x^2-4x-1=0$$

$$x^2+x-2=0$$

$$\frac{1}{2}x^2+4x-13-\frac{1}{2}=0$$

它们都是一元二次方程。一元二次方程是整式方程，也就是说方程的两边都是关于未知数的整式。

一元二次方程是一元方程，也就是说方程中只含有一个

未知数,并且未知数的最高次数是2,这样的整式方程叫做一元二次方程.

任何一个关于  $x$  的一元二次方程,经过整理,都可以化成一般形式:

$$ax^2+bx+c=0(a \neq 0).$$

这里  $a \neq 0$  是非常必要的.判断一元方程是否是一元二次方程,必需只需看它的最高次项是否是二次的,二次项的系数不是0.

如:  $x^2=0$   $1+2x-x^2=0$

$$\sqrt{2}x^2+5x=0 \quad 3x^2-2=0$$

都是一元二次方程.只要最高次项二次项的系数不是0的一元方程就是一元二次方程,一次项系数、常数项可以是零.

判断一个方程是不是一元二次方程最好先把方程化成一般形式.

〔例1〕 下列关于  $x$  的方程是一元二次方程吗?

(1)  $x=x^2-(2x+1)(1-x)$ ;

(2)  $x^2+2x=(x+1)(x-1)$ ;

(3)  $\sqrt{5}x+\sqrt{3}x=x^2$ ;

(4)  $\frac{1}{3}x^2=\frac{1}{x}-2$ ;

(5)  $2mx^2+nx-1=0(m \neq 0)$ .

解:(1)原方程整理,得

$$x=x^2-(-2x^2+x+1), \quad 3x^2-2x-1=0$$

是一元二次方程.

(2)整理原方程,去括号,得

$$x^2+2x=x^2-1,$$

移项,得  $2x+1=0$ .  
此方程不是一元二次方程.

(3)原方程整理,得

$$x^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{3})x = 0$$

是一元二次方程.

(4)不是一元二次方程. 因为方程右边的  $\frac{1}{x}$  不是整式.

(5)是一元二次方程.

〔例2〕形如  $ax^2+bx+c=0$ , 关于  $x$  的方程一定是一元二次方程吗?

答:形如  $ax^2+bx+c=0$ , 关于  $x$  的方程不一定是一元二次方程.

当  $a \neq 0$  时, 是一元二次方程.

当  $a=0, b \neq 0$  时方程变为  $bx+c=0$ , 是一元一次方程.

当  $a=0, b=0$  时, 方程变为  $c=0$ . 此时, 若  $c=0$ , 即  $0=0$  是一个恒等式, 若  $c \neq 0$  是一个矛盾等式.

〔例3〕 $(m-1)x^2+mx+2=0$ , 当  $m$  为何值时是一个一元二次方程?

解: 当  $m-1 \neq 0$  即  $m \neq 1$  时,

$$(m-1)x^2+mx+2=0$$

是一元二次方程.

第3问: 直接开平方法可以解什么形式的一元二次方程?

答: 用直接开平方法可以解形如

$$(x-a)^2=b(b \geq 0)$$

的方程.