

MBA MPA MPAcc

2020^年

管理类联考专用辅导教材

数学考点 精讲

董璞 编著

精品配套视频

每个考点均配有免费视频讲解，不会随时学

全新知识体系

紧扣考点，科学架构，化繁为简

独家真题解析

全行业独家从考官出题思路及题目特征入手，直击考点

精品系统视频课免费学
海量题库，哪里不会扫哪里

扫码下载MBA大师APP



 MBA大师

2020年MBA\MPA\MPAcc
管理类联考专用辅导教材
数学考点精讲

董璞 编著

MBA大师

图书在版编目(CIP)数据

数学考点精讲/董璞编著. —西安:西安交通大学出版社,2019.8

MBA 大师 MBA\MPA\MPAcc 管理类联考专用辅导教材
ISBN 978-7-5693-1276-8

I. ①数… II. ①董… III. ①高等数学—研究生—入学考试—题解 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 162842 号

书 名 数学考点精讲
编 著 董 璞
责任编辑 贺彦峰

出版发行 西安交通大学出版社
(西安市兴庆南路1号 邮政编码 710048)

网 址 <http://www.xjtupress.com>
电 话 (029)82668357 82667874(发行中心)
(029)82668315(总编办)

传 真 (029)82668280
印 刷 陕西龙山海天艺术印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 21.625 字数 537 千字
版次印次 2019年8月第1版 2019年8月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5693-1276-8
定 价 69.00 元

版权所有 侵权必究

前言

Preface

数学在 MBA、MPA、MPAcc 管理类联考综合能力考试中分数占比较大,容易拉开考生之间的分数,因此考生在数学备考上花费的时间和精力也相对较多.选择一本好的辅导书可以大大提高考生复习效率,使其少走弯路.

本书严格契合考试大纲,以通俗易懂的语言阐述抽象的数学概念,并推翻以往“题海战术”的枯燥学习方法,从考官出题思路及题目特征入手,独家总结了题目特征的“标志词汇”,帮助考生准确定位考点及对应解题入手方向,真正地激发考生对数学的兴趣,帮助考生在最少的时间内斩获最高分数.

本书适用于各个知识层次考生,在编写上每一章都由浅入深,有利于不同基础的考生学习和理解.本书在编排上有如下特色.

一、本书特色

1. 通俗易懂的概念讲解

本书以通俗易懂的方式来阐述联考数学中的概念和定理,尤其对基础薄弱的考生从零开始搭建知识图谱过程当中需要经历的步骤以及每个阶段需要考虑的问题都给予了比较详细的解释,同时在必要的地方生动举例,帮助考生迅速而直观地把握相关概念和定理.

2. 以真题为蓝本,零距离贴近考试

本书每章按照考点划分,以具有代表性的真题为蓝本,详细总结和归纳了历年考试的重点考点和题型,帮助考生形成具体的知识结构树状图,使考生对该章所考的题目类型一目了然,且能够迅速找到自己的知识点薄弱部分,做到真正的有针对性地复习.

3. 独家解题标志词汇,将抽象问题具象化

本书在众多考点中都渗透了独有的简单化思维,将困难复杂的问题用通俗易懂的例子解释说明,帮助考生理解原本抽象的数学概念,加深对考点的印象,避免考生在枯燥的

公式定理上产生消极情绪,最大限度地提高考生对数学的兴趣,从而在主观上提高复习效率.

特别地,本书独家总结了联考真题中较常出现的固定的“标志词汇”,以及其对应的解题入手方向.例如题目中给定条件“二次方程在 (a,b) 范围中只有一个根”,实际上意味着 $f(a)$ 和 $f(b)$ 一正一负,即需要我们用算式 $f(a)f(b) < 0$ 进行求解.本书借由标志词汇,帮助考生精准解读题目文字背景下的数学含义,破除考题的神秘感.

二、考试题型解读

联考综合能力测试共200分,分为数学、逻辑、写作三部分.其中数学为试卷的第一部分,共有25题,全部为单项选择题,每题3分,共75分.具体题型分为问题求解和条件充分性判断两类.

1. 问题求解

套卷中数学部分第1~15题为问题求解,即为我们常见的单项选择题,不同于其他考试,联考中的问题求解为五选一.此处不再赘述.

2. 条件充分性判断

条件充分性判断题为联考数学中特有的题型,在套卷中为第16~25题.很多同学对于此类题目的考查模式理解得不够透彻,导致做题速度慢,正确率低,需要在复习时有意识地重点练习.

【定义】在条件A成立的情况下,若一定可以推出结论B成立,则称A是B的充分条件.若由条件A不能推出结论B成立,则称A不是B的充分条件.

下面以一道真题来说明条件充分性判断题目的求解:

【2014. 10. 16】(条件充分性判断) $x \geq 2014$.

(1) $x > 2014$.

(2) $x = 2014$.

解题说明:本题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论.阅读条件

(1)和(2)后选择:

A. 条件(1)充分,但条件(2)不充分.

B. 条件(2)充分,但条件(1)不充分.

C. 条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和条件(2)联合起来充分.

D. 条件(1)充分,条件(2)也充分.

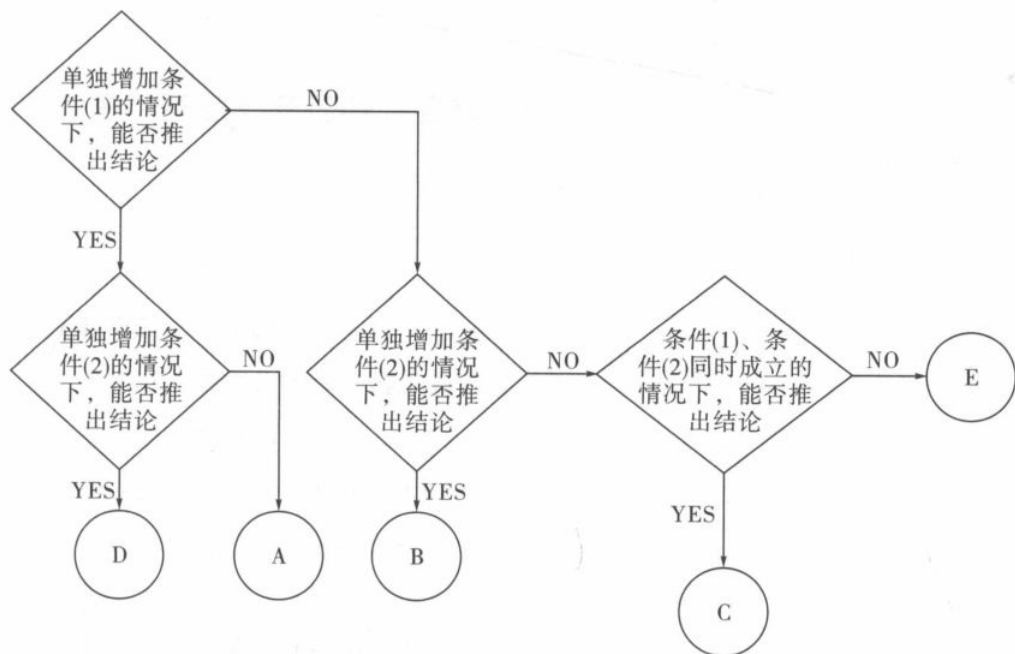
E. 条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

【解析】条件(1):若 x 为一个大于 2014 的数,则它一定满足 $x \geq 2014$,故条件(1)可充分推出题干结论,充分. 条件(2):若 $x = 2014$,则 x 一定满足 $x \geq 2014$,故条件(2)也可充分推出题干结论,充分.

根据条件充分性判断的选择原则,两条件均充分,选 D.

【答案】D

现将条件充分性判断的一般解题步骤总结如下:



事实上,条件充分性判断解题极具技巧性,我们往往可以根据题目结构和特征迅速排除多个选项,甚至直接定位至正确选项,这些技巧在本书正文真题解析中将进行具体解读.

三、结束语

本书倾注了整个 MBA 大师教材编写组在联考数学方面研究的心血,旨在尽全力让每一位考生高效学习,轻松应对管理类联考数学的复习,祝各位考生都能金榜题名!

董 璞

MBA 大师教材编写组

2019 年 6 月

目录

Contents

第一章 整数、有理数、实数 / 1

模块一 基础知识 / 1

模块二 考点剖析 / 5

考点一 整除 / 5

考点二 带余除法 / 7

考点三 最大公因数、最小公倍数 / 9

考点四 质数与合数 / 11

考点五 奇偶性的判定 / 13

考点六 分数、小数运算技巧 / 15

考点七 无理数性质及有理化 / 17

考点八 数集之间关系 / 18

模块三 常见标志词汇及解题入手方向 / 20

标志词汇一 完全平方数 / 20

标志词汇二 质数 / 20

标志词汇三 必有因式/必能被某数整除 / 21

标志词汇四 整数 a 除以 b , 余数为 r / 21

标志词汇五 带有根号的分式 / 21

第二章 整式、分式 / 22

模块一 基础知识 / 22

模块二 考点剖析 / 27

考点一 整式的运算 / 27

考点二 恒等变形 / 29

考点三 分式 / 42

考点四 特值法在整式、分式中的应用 / 46

模块三 常见标志词汇及解题入手方向 / 49

标志词汇一 特值法 / 49

标志词汇二 因式定理 / 49

标志词汇三 余式定理 / 49

标志词汇四 齐次分式 / 49

标志词汇五 裂项相消 / 50

标志词汇六 倒数和 / 50

第三章 平均值、绝对值 / 51

模块一 基础知识 / 51

一、平均值 / 51

二、绝对值 / 52

模块二 考点剖析 / 54

一、平均值 / 54

考点一 算术平均值与几何平均值的基本计算 / 54

考点二 均值定理 / 56

二、绝对值 / 58

考点一 绝对值的性质 / 58

考点二 去掉绝对值 / 61

考点三 绝对值的几何意义 / 63

考点四 三角不等式 / 68

模块三 常见标志词汇及解题入手方向 / 70

标志词汇一 均值定理 / 70

标志词汇二 绝对值的性质 / 70

标志词汇三 去掉绝对值 / 70

标志词汇四 绝对值的几何意义 / 71

标志词汇五 三角不等式 / 71

第四章 方程与不等式 / 73

模块一 基础知识 / 73

模块二 考点剖析 / 82

考点一 一元二次方程 / 82

考点二 一元二次不等式 / 95

考点三 特殊方程、不等式 / 98

模块三 常见标志词汇及解题入手方向 / 117

标志词汇一 给出根的数量,求方程 / 117

标志词汇二 韦达定理 / 117

标志词汇三 仅给出根的正负性 / 117

标志词汇四 给出根的取值范围 / 117

标志词汇五 给出抛物线过点、对称轴、与坐标轴交点等 / 118

标志词汇六 一元二次不等式 / 118

标志词汇七 数轴穿根法 / 119

标志词汇八 降次 / 119

标志词汇九 带绝对值的不等式 / 120

标志词汇十 增根 / 120

第五章 应用题 / 121

模块一 基础知识 / 121

模块二 考点剖析 / 122

考点一 比与比例 / 122

考点二 利润、利润率 / 128

考点三 增长、增长率 / 130

考点四 浓度问题 / 133

考点五 工程问题 / 138

考点六 行程问题 / 145

考点七 集合问题 / 150

考点八 一般方程 / 152

第六章 数列 / 156

模块一 基础知识 / 156

模块二 考点剖析 / 158

考点一 数列基础: 三项成等比、等差数列 / 158

考点二 等差数列 / 160

考点三 等比数列 / 167

考点四 常数列特值法 / 170

考点五 一般数列 / 172

模块三 常见标志词汇及解题入手方向 / 175

标志词汇一 三项等差、等比数列 / 175

标志词汇二 数列的判定 / 175

标志词汇三 等差数列各项与下标间关系 / 175

标志词汇四 等差数列裂项相消 / 176

标志词汇五 等差数列过零点的项 / 176

标志词汇六 等差数列片段和 / 176

标志词汇七 等比数列各项与下标间关系 / 176

标志词汇八 等比数列片段和 / 176

标志词汇九 常数列特值法 / 177

标志词汇十 一般数列已知 S_n 求 a_n / 177

标志词汇十一 a_n 与 a_{n+1} 或 a_{n-1} 的递推关系式 / 177

第七章 平面几何与立体几何 / 178

模块一 基础知识 / 178

一、平面几何 / 178

二、立体几何 / 182

模块二 考点剖析 / 183

一、平面几何 / 183

考点一 三角形 / 183

考点二 四边形 / 195

考点三 圆与扇形 / 198

考点四 阴影图形 / 201

二、立体几何 / 206

考点一 正方体、长方体 / 206

考点二 圆柱体 / 207

考点三 球体 / 207

考点四 进阶：切割、打孔 / 208

考点五 进阶：平移 / 210

考点六 进阶：旋转 / 212

模块三 常见标志词汇及解题入手方向 / 214

标志词汇一 三角形判定 / 214

标志词汇二 直角三角形 / 214

标志词汇三 等腰三角形、等边三角形 / 214

标志词汇四 等高的三角形 / 214

标志词汇五 相似三角形 / 215

标志词汇六 阴影图形 / 215

标志词汇七 立体几何 / 215

第八章 平面解析几何 / 217

模块一 基础知识 / 217

模块二 考点剖析 / 221

考点一 点与直线 / 221

考点二 直线与直线 / 222

考点三 三角形、四边形 / 223

考点四 圆 / 226

考点五 圆与直线 / 227

考点六 抛物线 / 234

模块三 常见标志词汇及解题入手方向 / 237

标志词汇一 对称 / 237

标志词汇二 距离 / 239

标志词汇三 面积 / 239

第九章 排列组合 / 240

模块一 基础知识 / 240

模块二 考点剖析 / 246

考点一 组合问题 / 246

考点二 排列问题 / 269

考点三 分情况讨论 / 279

考点四 二项式定理 / 288

第十章 概 率 / 290

模块一 基础知识 / 290

模块二 考点剖析 / 298

考点一 古典概型 / 298

考点二 伯努利概型 / 318

第十一章 数据描述 / 328

模块一 基础知识 / 328

模块二 考点剖析 / 329

考点一 平均值与方差计算 / 329

考点二 总体均值和部分均值 / 330

考点三 不同数据方差、平均值比较大小 / 332

模块一 基础知识

本章涉及概念虽多,但较少单独考查,大多数属于基础知识,重点考点有质数、整除、带余除法等.要求同学们对典型数字和它们之间的关系要有一定敏感度(完全平方数,30以内质数及它们的简单加减运算结果等).

(一) 自然数与整数

1. 自然数(N)

0,1,2,3,⋯,叫作自然数(注意:自然数从零开始).

2. 整数(Z)

正整数、零、负整数统称整数.如⋯, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ⋯. 整数与自然数的关系如下:

$$\text{整数 } \mathbf{Z} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数 } \mathbf{Z}^+ \\ 0 \\ \text{负整数 } \mathbf{Z}^- \end{array} \right\} \text{自然数 } \mathbf{N}$$

(二) 整除与带余除法

1. 整除

如果一个整数 a 能表示为整数 b 和另一个整数相乘的形式,即有等式:

$$a = bq.$$

那么我们称 b 能够整除 a , 或者 a 能够被 b 整除. 其中 a 叫作被除数, b 叫作除数, q 叫作商.

【举例】50 可以表示为 5×10 的形式,那么我们就说,50 可以被 5 整除,商是 10. 当然,也可以说 50 可以被 10 整除,商是 5.

2. 带余除法

当整数 a 不能被整数 b 整除时,余下的部分就叫作余数,一般用 r 表示. 有以下等式:

$$a = bq + r, \text{ 其中 } 0 \leq r < b.$$

【举例】53 可以表示为 $5 \times 10 + 3$ 的形式,也就是 50 除以 5 的商是 10,余数为 3.

【拓展】当 $b=2$ 时,任何整数除以 2 的余数只有两种可能,即 $r=0$ 或 $r=1$,因此可以把所有的整数分为两类,也就是我们常说的偶数和奇数.

(三) 因数与倍数

在整数除法中,若 b 能整除 a ,或 a 能被 b 整除,此时我们把 b 叫作 a 的因数、因子或约数,把 a 叫作 b 的倍数.也可以说,若整数 a 可以表示为另外两个整数乘积的形式: $a = bq$,那么 b 和 q 都是 a 的因数, a 称之为 b 和 q 的倍数.

【举例】 $42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$,因此 $1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42$ 都是 42 的因数.

注 对于一个整数来说,最小的因数是 1 ,最大的因数是它本身.零是任何非零整数的倍数.

(四) 公因数、最大公因数、公倍数、最小公倍数

1. 公因数、最大公因数

设 a, b 是两个整数,若整数 d 满足 $d|a$ 且 $d|b$,则称 d 是 a, b 的一个公因数.整数 a, b 的公因数中最大的数叫作 a, b 的最大公因数,记为 (a, b) .若 $(a, b) = 1$,则称 a, b 互质.

【举例】对于 18 和 30 这两个整数, 18 有 $1, 2, 3, 6, 9, 18$ 共六个因数; 30 有 $1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 共八个因数.其中共同拥有的因数 $2, 3, 6$ 就叫作它们的公因数,公因数中最大的一个数字 6 叫作它们的最大公因数.

2. 公倍数、最小公倍数

设 a, b 是两个整数,若整数 d 满足 $a|d$ 且 $b|d$,则称 d 是 a, b 的公倍数, a, b 的所有公倍数中最小的正整数叫作 a, b 的最小公倍数,记为 $[a, b]$.

可助记:两个整数共同的因数,叫作公因数,共同的倍数叫作公倍数.公因数和公倍数都可以有多个.

【举例】 18 的倍数有 $18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180 \dots$; 30 的倍数有 $30, 60, 90, 120, 150, 180 \dots$ 其中它们共同拥有的倍数就叫作公倍数.由于每个整数都有无穷多个倍数,所以两个整数也有无穷多个公倍数,其中最小的一个公倍数叫作它们的最小公倍数.比如说 18 和 30 的公倍数有 $90, 180, 270 \dots$ 它们的最小公倍数是 90 .

(五) 质数与合数

对于一个正整数 a ,若 $a = 1$,则它只有一个正因数;若 $a \geq 2$,则 a 至少有两个正因数(1 和它本身 a).我们根据大于等于 2 的正整数 a 所拥有的因数的个数将其分为质数与合数两类.

1. 质数

设 a 是大于等于 2 的正整数,若 a 有且只有两个正因数(除了 1 和其本身 a 之外没有其他的因数),我们则称 a 为质数、素数.即如果一个大于 1 的正整数,只能被 1 和它本身整除,或者说除了 1 和它本身以外没有其他的因数,那么这个数就叫作质数(又称素数).

2. 合数

设 a 是大于 2 的正整数,若 a 至少有三个正因数(除了 1 和其本身 a 之外至少还有一个其他因数),我们则称 a 为合数. 即如果一个大于 1 的正整数,除了 1 和其本身,还有其他的因数,那么这个数就叫作合数.

(六) 奇数与偶数

如果把所有的整数用 2 除,余数只有两种可能,能被 2 整除的数得到的余数为 0,不能被 2 整除的数得到的余数为 1. 因此我们可以将所有整数用除以 2 所得到的余数情况来分类:第一类整数除以 2 的余数为 1,这类数叫作奇数. 另一类整数除以 2 的余数为 0,这类数叫作偶数.

若已知 n 为偶数,它通常被表示为 $n = 2k(k = 0, 1, 2, \dots)$ 的形式.

若已知 m 为奇数,它通常被表示为 $m = 2k + 1(k = 0, 1, 2, \dots)$ 的形式.

(七) 有理数、分数、小数

1. 有理数

若一个数可以表示为两个整数之比的形式,如 $\frac{a}{b}$,则称它为一个有理数.

2. 分数与无限循环小数

有理数包括整数和分数(整数也可看作分母为 1 的分数),有理数的小数部分是有限或无限循环的,即任何分数都可以写成有限小数或无限循环小数的形式;反之亦然,任何一个有限小数或无限循环小数,也都可以写成分数的形式.

3. 实数的整数部分、小数部分

对任意实数,称不超过实数 x 的最大整数为 x 的整数部分,记为 $[x]$. 求取实数的整数部分称为取整. 令 $\{x\} = x - [x]$,称 $\{x\}$ 为实数 x 的小数部分.

由定义可知: $[x] \leq x, x - [x] = \{x\} \geq 0$.

【举例】 $[3] = 3;$ $[0] = 0;$ $[2.17] = 2;$ $[0.3] = 0;$
 $[-3] = -3;$ $[-1] = -1;$ $[-2.17] = -3;$ $[-0.3] = -1.$

(八) 无理数

无理数,也称为无限不循环小数,不能写作两个整数之比形式的数即为无理数. 若将它写成小数形式,小数点之后的数字有无限多个,并且不会循环. 常见的无理数有 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$, 圆周率 π , 自然对数的底 e 等.

常见无理数的近似值:

$\sqrt{2} \approx 1.414;$ $\sqrt{3} \approx 1.732;$ $\sqrt{5} \approx 2.236;$
 $e \approx 2.718;$ $\pi \approx 3.1416.$

需要注意的是,无限不循环小数也是一个确定的数,只是它的小数位有无限位,并且不能用有限位数来完全的表示而已.如图1-1所示一个直角边长为1的等腰直角三角形,它的三条边长分别为1,1, $\sqrt{2}$,这个斜边长是一个确定的值 $\sqrt{2}$,但是不能用有限的小数位数来准确表示.

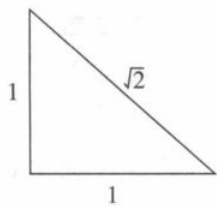


图 1-1

(九) 自然数、整数、有理数、无理数、实数之间的关系

自然数、整数、有理数、无理数、实数之间的关系如下所示:



模块二 考点剖析

考点一 整除

整除是本章的重要考点,常考题型有:①能被某数或某些数整除的数的特性及相关计算(如例题1、例题2);②判断或证明一个表示为分数形式的数是否可能是整数,即分子是否是分母的倍数,或分母是否是分子的因数(如例题3);③必有因数类问题(如例题4、例题5).

1. 必备知识点

1) 整除的等价表示

$\frac{a}{b}$ 是整数 $\Leftrightarrow a$ 能被 b 整除 $\Leftrightarrow b$ 能整除 a 或者表示为 $b|a \Leftrightarrow a$ 是 b 的倍数 $\Leftrightarrow b$ 是 a 的因数.

2) 整除的传递性

如果 $c|b$,且 $b|a$,则 $c|a$.

也就是说,如果 c 是 b 的因数,同时 b 又是 a 的因数,那么 c 一定也是 a 的因数.

如:3是12的因数,同时12又是60的因数,那么3一定也是60的因数.

如果 $c|a$ 且 $c|b$,则对任意的整数 m, n ,有 $c|(ma+nb)$.

也就是说,如果 c 是 a 的因数,同时 c 也是 b 的因数,那么 c 也是 a 的任意整数倍与 b 的任意整数倍之和的因数.

如:6是12的因数,同时6也是18的因数,那么对于任意的整数 $m \times 12 + n \times 18$,6也一定是它的因数.

3) 能被1~10整除的数的规律

能被2整除的数:个位数字为0,2,4,6,8.

能被3整除的数:各位数字之和必能被3整除.

能被4整除的数:末两位(个位和十位)数字必能被4整除.

能被5整除的数:个位数字为0或5.

能被6整除的数:同时满足能被2和3整除的条件.

能被8整除的数:末三位(个位、十位和百位)能被8整除.

能被9整除的数:各位数字之和能被9整除.

能被10整除的数:个位数字为0.

2. 题型解析

【例题1】有三个正整数的和是312,这三个数分别能被7,8,9整除,且商相同,则最大的数与最小的数相差().

A. 18

B. 20

C. 22

D. 24

E. 26

【解析】一般情况下,当题干中提及“某数能被另一数整除”的概念,我们常用商和除