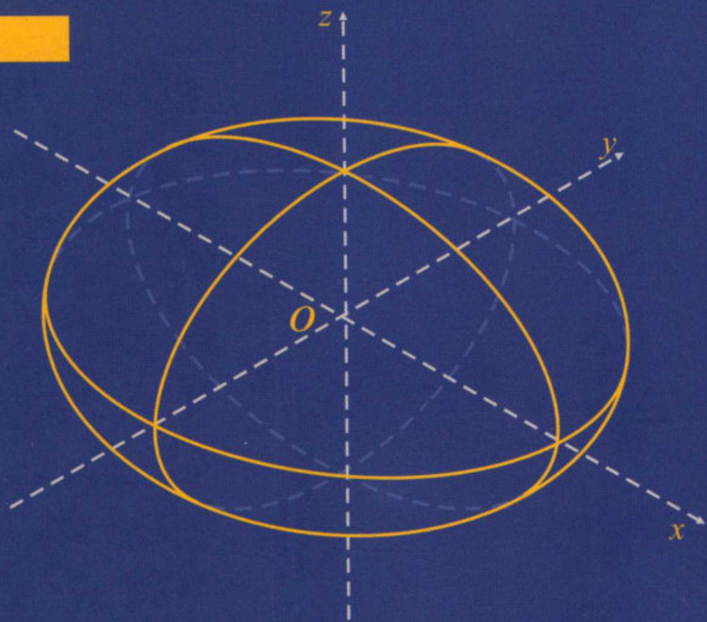
高等学校公共基础课
“十三五”规划教材



$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\quad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\mathrm{e}$$

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$$

$$\frac{\partial f}{\partial l}=f_x\cos\alpha+f_y\cos\beta$$

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\iint_D\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\oint_L P\mathrm{d}x+Q\mathrm{d}y$$

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$$

高等数学
试题与详解

西安电子科技大学高等数学教学团队 编

西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

高等学校公共基础课“十三五”规划教材

高等数学试题与详解

西安电子科技大学高等数学教学团队　编

西安电子科技大学出版社

内容简介

本书选编了32套西安电子科技大学近年来理工科高等数学期中、期末试题，并提供了详细的解题过程. 部分试题给出了多种解法和示意图，其解题过程力求依据明确、符号规范以及叙述简洁明了.

本书可作为高等院校理工科大学生学习“高等数学”课程的同步辅导教材或参加数学竞赛和报考硕士研究生的复习指导用书，也可作为教师的教学参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学试题与详解 / 西安电子科技大学高等数学教学团队编. —西安：西安电子科技大学出版社，2019.10

ISBN 978-7-5606-5498-0

Ⅰ. ① 高…　Ⅱ. ① 西…　Ⅲ. ① 高等数学—高等学校—题解　Ⅳ. ① O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 216085 号

策划编辑　刘小莉
责任编辑　王　瑛
出版发行　西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)
电　　话　(029)88242885　88201467　　邮　　编　710071
网　　址　www.xduph.com　　电子邮箱　xdupfxb001@163.com
经　　销　新华书店
印刷单位　陕西天意印务有限责任公司
版　　次　2019年10月第1版　2019年10月第1次印刷
开　　本　787毫米×1092毫米　1/16　印张　14.5
字　　数　231千字
印　　数　1～6000册
定　　价　33.00元
ISBN 978-7-5606-5498-0/O

XDUP　5800001-1

前　言

西安电子科技大学是以信息与电子学科为主，工、理、管、文多学科协调发展的“双一流”学科建设大学，学校一贯重视“高等数学”的教学实施与教学研究，数学与统计学院负责的高等数学教学团队坚持以学生为中心，不断提升教学质量．“高等数学”2004年被评为国家精品课程，2013年获得国家精品资源共享课资助建设，2016年获得国家精品资源共享课称号，2019年“高等数学”慕课上线运行．“高等数学”不仅是学习专业课程的工具，更重要的是它能培养和训练学生逻辑推理的理性思维，这种理性思维的培养对大学生全面素质的提高、分析能力的加强、创新意识的启迪都至关重要．随着教学信息化的不断推进，高等数学的教学改革不断加大，高等数学教学团队在积极建设网上资源的同时也在积极撰写同步辅导书，以帮助学生自主学习．

本书既是学习高等数学的同步辅导教材，又是自主准备期中/期末考试、数学竞赛和备考硕士研究生的复习资料．编写本书的目的旨在巩固和提升高等数学的教学效果和质量，为理工科大学生的高等数学自主学习提供辅助资料．

本书选编了32套西安电子科技大学近年来理工科高等数学期中、期末试题，并给出了试题详解．其中：上册期中试题的考核内容为函数与极限，导数与微分，微分中值定理，洛必达法则以及泰勒公式；上册期末试题的考核内容为函数与极限，导数与微分，微分中值定理与导数的应用，不定积分，定积分及其应用，常微分方程或向量代数与空间解析几何；下册期中试题的考核内容为多元函数微分法及其应用，二重积分的概念、性质与计算，向量代数与空间解析几何或重积分、曲线积分及格林公式及其应用；下册期末试题的考核内容为多元函数微分法及其应用，重积分，曲线积分与曲面积分，无穷级数，空间解析几何与向量代数或微分方程．

本书由杨有龙执笔，在此感谢参与西安电子科技大学高等数学命题、审核、检查的校内外各位老师，以及提出了许多宝贵建议和修改意见的老师，同时感谢长期致力于高等数学教学和研究的老教师给予的鼓励和支持．

本书的出版得到了西安电子科技大学出版社领导及编辑部的大力支持，策划编辑刘小莉为本书的出版付出了辛勤劳动，编者在此一并表示感谢．

由于编者水平有限，书中难免存在不妥之处，恳请同行专家和热心读者多多指教，不胜感激．

编　者

2019年8月于西安电子科技大学

目　　录

第一部分　试　题

第二部分　试题详解

第一部分　试　题

上册期中试题 1

考核内容：函数与极限，导数与微分，微分中值定理，洛必达法则以及泰勒公式.

一、填空题(每小题 4 分，共 36 分)

1. 设当 $x \leqslant -1$ 时，$f(x)=1+x$；当 $-1<x\leqslant 0$ 时，$f(x)=1-x$；当 $x>0$ 时，$f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$，则函数 $f(x)$ 的第一类间断点为 $x=$ ________.

2. 设 $x>0$，函数 $y=x-\ln(1+x)$，则其反函数的导数为 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y}=$ ________.

3. 设函数 $y=f(x)$ 在 $[0,1]$ 上满足 $f''(x)>0$，则 $f'(0)$、$f'(1)$、$f(1)-f(0)$ 的大小顺序为____________________.

4. 设数列 $\{x_n\}$ 收敛于 0，那么数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n\sin(nx)=$ ________.

5. 设 $a>0$，数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin\sqrt{n+a}-\sin\sqrt{n}}{a}=$ ________.

6. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{9}(x^3+8), & x\leqslant 1,\\ \sqrt[3]{x}, & x>1,\end{cases}$ 则左导数 $f'_-(1)=$ ________.

7. 设 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=x_0$，函数 $y=f(x)$ 在实数集 $\mathbb{R}$ 上连续且大于零，则对于 $\{x_n\}$ 的任意子列 $\{x_{n_k}\}$，极限 $\lim\limits_{k\to\infty}\dfrac{f(x_{n_k})}{f(x_0)}=$ ________.

8. 设函数 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)-3\sin x}{x}, & x\neq 0,\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，其中函数 $f(x)$ 具有连续导数，并且 $f(0)=0$，$f'(0)=\sqrt{2}$，则 $a=$ ________.

9. 设函数 $f(x)=\dfrac{x-\sin x}{x^2\sin x}$，则极限 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$ ______.

二、计算题(每小题 7 分，共 35 分)

1. 求极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x\sqrt{\cos2x}}{x^2}$.

2. 设函数 $y=\dfrac{x^2}{1+x^2}$，计算导数 y' 的微分 $\mathrm{d}y'$.

3. 已知$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin6x+xf(x)}{x^3}=0$，求极限$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{6+f(x)}{x^2}$.

4. 设函数 $f(u)$ 可导，计算函数 $y=(\sin x)^{f(\cos x)}$ 在点 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 处的导数 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=\frac{\pi}{2}}$.

5. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{t\to\infty}x\left(1+\dfrac{1}{t}\right)^{3xt}$，计算 $f''(x)$.

三、(10 分) 设曲线 $y=y(x)$ 是由方程 $y-xe^y=1$ 所确定的.

(1) 求此曲线在 $x=0$ 时的切线方程；

(2) 计算$\left.\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}$.

四、(9 分) 设 $f(x)=g(x)h(x)$，其中 $g(x)=(x-a)^3$，$h(x)$ 有二阶连续导数，$h(a)=\dfrac{1}{2}$，讨论函数 $f(x)$ 的三阶导数 $f'''(a)$ 的存在性. 若 $f'''(a)$ 不存在，则说明理由；若 $f'''(a)$ 存在，则求出其值 $f'''(a)$.

五、(10 分) 设函数 $f(x)$ 在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内可导，$f'(x)\neq0$，且 $f(0)=0$，$f(1)=1$. 对任意给定的正数 a 与 b，证明：

(1) 存在 $c\in(0,1)$，使得 $f(c)=\dfrac{a}{a+b}$；

(2) 在$(0,1)$内必存在不相等的 ξ、η，使得$\dfrac{a}{f'(\xi)}+\dfrac{b}{f'(\eta)}=a+b$.

上册期中试题 2

考核内容：函数与极限，导数与微分，微分中值定理，洛必达法则以及泰勒公式.

一、选择题(每小题 3 分，共 18 分)

1. 如果数列$\{x_n\}$收敛，数列$\{y_n\}$有界，那么数列$\{x_n+y_n\}$(　　).

A. 收敛　　B. 有界　　C. 发散　　D. 无界

2. 极限$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^x-2e^{-x}}{3e^x+4e^{-x}}=$(　　).

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. 0　　D. 不存在

3. 函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x<0,\\ x, & x\geqslant 0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处(　　).

A. 可导　　B. 连续但不可导　　C. 不连续　　D. 左导不等于右导

4. 设函数 $y=f(x)$ 由方程 $y+x^2=e^{xy}+x$ 确定，则$\lim\limits_{n\to\infty}n\left[f\left(\dfrac{1}{n}\right)-1\right]$为(　　).

A. 0　　B. 2　　C. e　　D. 不存在

5. 设数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a_0$ 与函数极限 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ 存在，$2a_n=f(n)$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=$(　　).

A. $2a_0$　　B. $f(2a_0)$　　C. $f\left(\dfrac{a_0}{2}\right)$　　D. $\dfrac{a_0}{2}$

6. 设函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}\sin\dfrac{1}{x}$，则下列叙述错误的是(　　).

A. $x=0$ 为振荡间断点　　B. $x=1$ 为可去间断点

C. $x=0$ 为第二类间断点　　D. $x=1$、$x=0$ 均为第一类间断点

二、判断题(每小题 2 分，共 12 分，在正确的论述后标注“$\surd$”，否则标注“$\times$”)

1. 若函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续，则存在邻域 $U(x_0,\delta)$，使 $f(x)$ 在该邻域内连续.(　　)

2. 无穷多个无穷小之和仍为无穷小.(　　)

3. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处不可导，则曲线 $y=f(x)$ 在点$(x_0, f(x_0))$处一定没有切线.(　　)

4. 若连续函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 存在，则 $f'(x)$ 一定连续.(　　)

5. 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导与可微等价.(　　)

6. 当 $x>1$ 时，$e^x>ex$ 一定成立.(　　)

三、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导，且在 x_0 处取得极值，则 $f'(x_0)=$ ________.

2. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y-xe^y=1$ 所确定，则 $y'(0)=$ ______.

3. 设 $y=x^{1+2x}\sin x$，则 $dy\big|_{x=1}=$ ________________.

4. 曲线 $\begin{cases} x=t\cos t, \\ y=t\sin t \end{cases}$ 在 $t=\dfrac{\pi}{2}$ 处的法线方程为 ________________.

5. 数列 $\{\sqrt[n]{n}\}$ 的最大项是 ______.

四、计算下列各题(每小题 6 分，共 30 分)

1. 设 $a>0$ 且 $a\neq 1$，求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{a}-1)$.

2. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x^2}{x^2-\tan^2 x}$.

3. 设 $f(x)=\begin{cases} \arctan x, & x<0, \\ e^x-1, & x\geqslant 0, \end{cases}$ 求 $f'(x)$.

4. 设 $xy-\ln y=0$，求 $\dfrac{dy}{dx}\bigg|_{x=0}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}\bigg|_{x=0}$.

5. 求曲线 $y=x^4(12\ln x-7)$ 的拐点及凹凸区间.

五、(9 分)　设 $f(x)$ 在闭区间$[0, 2]$上有三阶连续导数，且 $f(0)=1$，$f(2)=2$，$f'(1)=0$，证明在开区间$(0, 2)$内至少存在一点 ξ，使得 $f'''(\xi)=3$.

六、(9 分)　在曲线 $y=\ln x$ 上求一点 $P(x_0, y_0)$，其中 $x_0\in(1, 3)$，使得由过 P 点的切线与直线 $x=1$、$x=3$ 及 x 轴所围成的梯形面积最小.

七、(7 分)　已知函数 $f(x)$ 在闭区间$[0, 1]$上连续，在开区间$(0, 1)$内可导，且 $f(0)=0$，$f(1)=1$，证明：

(1) 在开区间$(0, 1)$内至少存在一点 ξ，使得 $f(\xi)=1-\xi$；

(2) 存在 η，$\mu\in(0, 1)$ 且 $\eta\neq\mu$，使得 $f'(\eta)f'(\mu)=1$.

上册期中试题 3

考核内容：函数与极限，导数与微分，微分中值定理，洛必达法则以及泰勒公式.

一、选择题(每小题 4 分，共 20 分)

1. $f(x)=|x|^3+\sin x$ 在其定义域$(-\infty,+\infty)$上是(　　).

A. 奇函数　　B. 单调函数　　C. 周期函数　　D. 可导函数

2. 设 $a<b$，$ab<0$，$f(x)=\dfrac{1}{x}$，则使 $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$ 成立的 ξ(　　).

A. 不存在　　B. 有两点

C. 只有一点　　D. 不能断定是否存在

3. 设 $y=\ln(1+x)-x+\dfrac{x^2}{2}$，其中 $x>0$，则其反函数的导数$\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y}=$(　　).

A. $\dfrac{1+y}{y^2}$　　B. $\dfrac{x^2}{1+x}$　　C. $\dfrac{1+x}{x^2}$　　D. $\dfrac{y^2}{1+y}$

4. $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$ 是函数 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处连续的(　　).

A. 充要条件　　B. 必要条件　　C. 充分条件　　D. 非必要条件

5. 若 $f(x)$、$g(x)$ 在点 x_0 处均不可导，则 $F(x)=f(x)-g(x)$ 在点 x_0 处的导数(　　).

A. 不存在　　B. 一定存在　　C. 为 0　　D. 不一定存在

二、填空题(每小题 4 分，共 24 分)

1. 极限$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)=$ ______.

2. 极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x^2}=$ ______.

3. 设 $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-3)^3}{(x^2+1)(x^4+1)}$，则导数 $f'(0)=$ ______.

4. 已知 $f(x_0)=0$，$f'(x_0)=1$，$g(x_0)=1$，$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=3$ 以及 $F(x)=f(x)g(x)$，则 $F'(x_0)=$ ______.

5. 设 $y=(x-1)(x-2)\cdots(x-2016)$，则高阶导数 $y^{(2016)}=$ ______.

6. 已知当 $x\to 0$ 时，$\sqrt[n]{1+x}-1=\dfrac{1}{n}x+o\left(\dfrac{1}{n}x\right)$，$1-\cos x=\dfrac{1}{2}x^2+o\left(\dfrac{1}{2}x^2\right)$ 以及 $\dfrac{(\sqrt[n]{1+x}-1)^3}{1-\cos x}=f(x)+o(f(x))$，则存在一个 $f(x)=$ ______.

三、计算下列各题(每小题 7 分，共 42 分)

1. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}n(a^{\frac{1}{n}}-a^{\frac{1}{n^2}})$，其中 $a>0$.

2. 求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left[x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-x\right]$.

3. 设函数 $f(x)$ 可导，求 $y=f(\arctan x)+\arcsin f(x)+f^n(x)$ 的微分 $\mathrm{d}y$.

4. 求由参数方程 $\begin{cases}x=\ln\sqrt{1+t^2},\\ y=\arctan t\end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

5. 求函数 $f(x)=\dfrac{\sin x\cos\dfrac{\pi}{2}x}{|x|(x^2+x-2)}$ 的间断点，并判断其类型.

6. 设函数 $y=f(x)$ 由方程 $y-x=\mathrm{e}^{x(1-y)}$ 所确定，求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}n\left[f\left(\dfrac{1}{n}\right)-1\right]$.

四、(6 分) 设函数 $f(x)$ 具有二阶导数且 $f''(x)>0$，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，证明 $f(x)\geqslant x$.

五、(8 分) 设 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，在开区间 (a,b) 内可导，且 $f(b)=1$，$a<c<d<b$，$f(a)+f(c)+f(d)=3$. 证明至少存在一点 $\xi\in(a,b)$，使得 $f'(\xi)=0$.

上册期中试题 4

考核内容：函数与极限，导数与微分，微分中值定理，洛必达法则以及泰勒公式.

一、选择题(每小题 4 分，共 20 分)

1. 设 $f'(x_0)=2$，则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0+3x)-f(x_0-2x)}{x}=$(　　).

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

2. 曲线 $xy+e^{x+y}=1$ 在点(0，0)的切线斜率为(　　).

A. -1　　B. 1　　C. 0　　D. $\dfrac{1}{e}$

3. 设 $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x}, & x>0, \\ x^2 g(x), & x\leqslant 0, \end{cases}$ 其中 $g(x)$ 有界，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处(　　).

A. 极限不存在　　B. 极限存在但不连续

C. 连续但不可导　　D. 可导

4. 下列极限中能直接使用洛必达法则的是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\dfrac{1}{x}}{\sin x}$　　B. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}$　　D. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\cos x}{x}$

5. 设 $f(x)$ 在 x_0 点既左可导又右可导，则 $f(x)$ 在 x_0 点一定(　　).

A. 可导　　B. 不可导

C. 连续　　D. 不连续

二、填空题(每小题 4 分，共 16 分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\sin\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x}\sin x\right)=$ ______.

2. 设 $f(x-1)=x^2-2x+3$，则 $f(x)=$ ________.

3. 设 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$，则 $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=$ ________，$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{f(x)}=$ ________.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^k-(n-1)^k}{n^{2015}}=a(\neq 0,\infty)$，则 $a=$ ________，$k=$ ________.

三、计算题(每小题 5 分，共 20 分)

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x)$.

2. $\lim\limits_{x\to0}(1+3\tan^2x)^{\cot^2x}$.

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+1}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n}\right)$.

4. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(\sqrt[3]{1+\sin^2x}-1)+x^3\cos\dfrac{1}{x}}{\ln(1+x^2)}$.

四、解答题(每小题 8 分，共 24 分)

1. 设 $f(x)$ 可微，$y=x^{\sin x}+f(\tan x^2)$，求 dy.

2. 设$\begin{cases}x=\cos^3t,\\ y=\sin^3t,\end{cases}$求$\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

3. 设 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$，求 $f(x)$ 的间断点并判断其类型(可去、跳跃、无穷、振荡).

五、证明题(每小题 10 分，共 20 分)

1. 设函数 $f(x)$ 在$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$上连续，在$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$内可导，且 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$，求证：存在 $\xi\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，使得 $f(\xi)=-f'(\xi)\tan\xi$.

2. (1) 求 $f(x)=e^{2x}$ 的带拉格朗日型余项的 n 阶麦克劳林公式；

(2) 利用(1) 的结论导出 e 的展开式并由此证明 e 是无理数.

上册期中试题 5

考核内容：函数与极限，导数与微分，微分中值定理，洛必达法则以及泰勒公式.

一、填空题(每小题 4 分，共 16 分)

1. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为$[0,1]$，则 $f(\sqrt{3^x-1})$ 的定义域为________.

2. 设函数 $f(x)=x^2\sin x$，则 $f^{(2014)}(0)=$____.

3. 方程 $ke^x=1+\dfrac{x^2}{2}$(k 为任意正常数)的根的个数为____.

4. 已知当 $x\to 0$ 时，$f(x)=x-(a+b\cos x)\sin x$ 为 x^3 的高阶无穷小，那么 $a=$____，$b=$____.

二、单选题(每小题 4 分，共 16 分)

1. 设 $f(x)$ 满足 $f(2)=0$ 且 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x-2}=1$，则下列结论中错误的是(　　).

A. $f(x)$ 在点 $x=2$ 连续　　B. $f(x)$ 在点 $x=2$ 的一个邻域内有界

C. $f(x)$ 在点 $x=2$ 可导　　D. $f(x)$ 在点 $x=2$ 的一个邻域内连续

2. $x=0$ 是函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{|x|(x^2+1)}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0\end{cases}$ 的(　　).

A. 跳跃间断点　B. 可去间断点　C. 振荡间断点　D. 无穷间断点

3. 设函数 $f(x)$ 在点 a 的某邻域内有定义，则 $f'(a)$ 存在的充分条件为(　　).

A. $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(a+t)-f(a-t)}{2t}$ 存在　　B. $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(a+2t)-f(a+t)}{t}$ 存在

C. $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(a)-f(a-t)}{t}$ 存在　　D. $\lim\limits_{t\to +\infty}t\left[f\left(a+\dfrac{1}{t}\right)-f(a)\right]$存在

4. 下列叙述中正确的是(　　).

A. 若$\{x_n\}$为无界数列，则$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\infty$

B. 若 $f(x_0^+)$ 与 $f(x_0^-)$ 都存在，则$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 一定存在