

材料力学

(上册)

主 编/杨在林 杨丽红



HEUP 哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

前言

PREFACE

内容简介

本教材是根据教育部《工科材料力学课程教学基本要求》(2008年版)编写的。本书可作为高等院校工科各专业工程力学课程的教学用书,也可供从事工程力学工作的工程技术人员参考。

本书共分12章。第1章为绪论;第2~5章为材料力学的基本概念、基本理论和基本方法;第6~12章为材料力学的基本应用。本书在编写过程中,力求做到概念清晰、重点突出、由浅入深、循序渐进。

材料力学(上册)

本书在编写过程中,力求做到概念清晰、重点突出、由浅入深、循序渐进。本书可作为高等院校工科各专业工程力学课程的教学用书,也可供从事工程力学工作的工程技术人员参考。

本书由哈尔滨工程大学编写。主编:杨在林、杨丽红;副主编:郭晶、杨勇;主审:朱加铭。

本书由哈尔滨工程大学编写。主编:杨在林、杨丽红;副主编:郭晶、杨勇;主审:朱加铭。

限于编者水平有限,书中难免存在疏漏、不妥,甚至错误之处,恳请读者批评指正。

中国图书馆分类号:O342.3(2011) 中图分类号:O342.3(2011)

2011年2月

哈尔滨工程大学出版社
地址:哈尔滨市南岗区
邮编:150001
发行电话:0451-82519358
发行传真:0451-82519359
联系人:杨在林
地址:哈尔滨工程大学
邮编:150001
电话:0451-82519358
传真:0451-82519359
网址:www.hrbuep.com.cn

哈尔滨工程大学出版社

内 容 简 介

全书分为上下两册,共14章。上册包括反映材料力学基本要求的轴向拉伸与压缩、剪切、扭转、截面的几何性质、平面弯曲和压杆的稳定性等基本知识;下册包括应力状态理论与强度理论、组合变形、变形能法、超静定系统、动载荷、交变应力和疲劳强度、梁的纵横弯曲与弹性基础梁简介等专题知识。

本书适用于高等学校机械、土木、水利、航空航天、交通、动力工程等专业,也可供其他专业及有关工程技术人员参考。

(上册) 材料力学

图书在版编目(CIP)数据

材料力学. 上 / 杨在林, 杨丽红主编. — 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2011. 4
ISBN 978 - 7 - 5661 - 0106 - 8

I. ①材… II. ①杨… ②杨… III. ①材料力学 - 高等学校 - 教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 051256 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451 - 82519328
传 真 0451 - 82519699
经 销 新华书店
印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 10.75
字 数 261 千字
版 次 2011 年 4 月第 1 版
印 次 2011 年 4 月第 1 次印刷
定 价 40.00 元(上、下册)
<http://press.hrbeu.edu.cn>
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前言

PREFACE

本教材的基本教学内容是根据教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导委员会编制的《理工科非力学专业力学基础课程教学基本要求(试行)》(2008年版)编写的。

本教材本着以提高能力为主的教学指导思想,使学生掌握必要的专业知识,教材着重材料力学基本理论和方法的叙述,贯彻理论联系实际的原则,做到少而精,并注意难点分散,逐渐加深。全书分为上下两册,共14章。上册包括反映材料力学基本要求的轴向拉伸和压缩、剪切、扭转、截面的几何性质、平面弯曲和压杆的稳定性等基本知识;下册包括应力状态理论和强度理论、组合变形、变形能法、超静定系统、动载荷、交变应力和疲劳强度、梁的纵横弯曲与弹性基础梁简介等专题知识。不同院校不同专业可以根据实际情况选用本教材,同时本书也可供有关专业工程技术人员学习参考。

为了帮助读者对基本概念、基本理论和基本方法的理解和掌握,书中有相当数量的例题,每章后面还有一定数量的习题,习题的难易程度有别,在学习时可以选择。

本书均采用国际单位制,图中尺寸单位未注明的均为mm。

本书由哈尔滨工程大学杨在林、宋天舒、杨勇、周博、杨丽红、张治勇、郭晶编写,由朱加铭主审。第1,4,7,10章由杨勇编写;第2,3,8章由杨丽红编写;第5,9章由杨在林编写;第6,11章由郭晶编写;第12章由张治勇编写;第13章由周博编写;第14章由宋天舒编写。

限于编者水平有限,书中难免存在疏漏、不妥,甚至错误之处,恳请读者批评指正。

编者

2011年2月

第1章 绪论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 工程构件的简化	2
1.3 内力与应力	4
1.4 位移与应变	6
1.5 杆件变形的基本形式	7
第2章 轴向拉伸与压缩	8
2.1 轴向拉伸与压缩的概念	8
2.2 拉(压)杆横截面上的内力	9
2.3 拉(压)杆横截面上的应力	11
2.4 拉(压)杆斜截面上的应力	13
2.5 杆件拉伸(压缩)时的弹性变形 变形能	14
2.6 材料在拉伸及压缩时的力学性能	18
2.7 拉(压)杆的强度计算	24
2.8 应力集中的概念	28
2.9 拉压超静定问题	29
习题	35
第3章 剪切	41
3.1 剪切的概念	41
3.2 剪切的实用计算	42
3.3 挤压的实用计算	44
习题	47
第4章 扭转	50
4.1 扭转的概念	50
4.2 外力偶矩、扭矩和扭矩图	50
4.3 薄壁圆筒的扭转	53
4.4 圆轴扭转时的应力及变形	56
4.5 圆轴扭转时强度和刚度的计算	60
4.6 圆柱形密圈螺旋弹簧	62
4.7 圆轴扭转时斜截面上的应力即扭转破坏分析	64
4.8 矩形截面杆扭转简介	65
习题	67
第5章 截面的几何性质	70
5.1 截面的静矩和形心	70

5.2 惯性矩 惯性积 惯性半径	72
5.3 平行移轴公式	76
5.4 转轴公式 主惯性矩	77
习题	80
第6章 平面弯曲	82
6.1 平面弯曲的概念及梁的计算简图	82
6.2 梁的内力——剪力和弯矩	85
6.3 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图	87
6.4 载荷集度、剪力和弯矩的关系	90
6.5 平面弯曲时横截面上的正应力	94
6.6 弯曲剪应力	99
6.7 梁的强度计算	104
6.8 非对称截面梁的平面弯曲 弯曲中心	108
6.9 梁的位移、刚度条件	112
6.10 梁的挠曲线微分方程及其积分	113
6.11 用叠加法计算梁的位移	118
6.12 简单超静定梁及其解法	123
6.13 提高梁承载能力的一些措施	127
习题	130
第7章 压杆的稳定性	139
7.1 压杆稳定性的概念	139
7.2 两端铰支细长压杆的临界压力	140
7.3 其他约束情况下细长压杆的临界压力	142
7.4 临界应力总图	143
7.5 压杆的稳定性计算	147
7.6 折减系数法	150
7.7 提高压杆稳定性的措施	151
习题	153
附录 型钢表性	156
参考文献	166

(1) 连续性假设

认为构件在其整个几何范围内连续, 没有空隙和缺陷。根据这一假设, 可

第1章 绪论

1.1 材料力学的任务

任何一个结构或机械设备都是由一些零部件组合而成的, 这些零部件称为构件。在静力学中, 根据力的平衡关系, 已经解决了构件承受外力时的计算问题。但是, 在外力作用下, 如何保证构件正常地工作, 仍是一个需要进一步解决的问题。

当工程结构或机械工作时, 各构件要受到载荷的作用。构件一般由固体材料制成, 在外力作用下, 固体将发生形状和尺寸的改变, 称为变形。当载荷大到一定程度时, 构件将会发生过度变形或断裂, 因而丧失了工作能力。为了保证结构或机械设备能正常地使用, 构件应具有足够的承受载荷的能力。为此, 从力学上讲各个构件都必须满足一些基本的要求。

1. 构件应具有足够的强度

所谓强度是指在载荷作用下构件抵抗破坏的能力。通常构件的破坏是指在载荷作用下构件发生断裂或产生塑性变形。构件受载后都会产生变形, 若载荷卸除后变形能随之消失, 这种变形称为弹性变形; 但若载荷卸除后不能随之消失的变形则称为塑性变形。任何构件在使用期间都不允许发生破坏。例如, 起重机的吊索不允许断裂; 齿轮相互接触时齿面不允许出现压坑, 否则齿形改变将影响正常工作。

2. 构件应具有足够的刚度

所谓刚度是指构件在载荷作用下抵抗过大弹性变形的能力。在工程中, 有时尽管构件没发生强度破坏, 但是产生的弹性变形却很大, 超出了正常工作允许的要求, 这也是不允许的。也就是说, 除要求构件有足够的强度外, 还要求构件不能发生过大的弹性变形。如图 1-1 所示, 桥式起重机大梁在吊重过程中变形太大, 会使梁上小车行走困难, 出现爬坡现象, 还可能引起梁的严重振动。因此, 必须要求构件在载荷作用下产生的变形不超过允许值, 即必须具有足够的刚度。

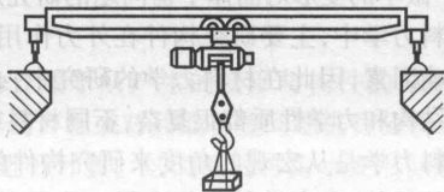


图 1-1 桥式起重机大梁

3. 构件应具有足够的稳定性

所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形式的能力。受轴向压力作用的细长直杆,如厂房的柱子、千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等,当压力较小时,它们能保持原有的直线平衡形式;但当压力超过某一数值时,这些构件可能在干扰力的作用下突然变弯。这种突然改变原有平衡形式的现象,称为丧失稳定性,简称失稳。为使这类构件能正常工作,还必须使它原有的平衡形式保持不变,即要求构件具有足够的稳定性。

不同的构件,对强度、刚度和稳定性三方面的要求程度有所不同。例如,储气罐不能破裂,因而主要是要保证强度;而车床主轴主要是要保证刚度;受压的活塞杆则应保持稳定性。构件满足强度、刚度和稳定性要求的能力,称为构件的承载能力。

在设计结构时,除了应使构件满足这三方面要求,以保证工程结构或机械安全工作外,还应考虑如何合理使用和节省材料,即应考虑经济方面的要求。一般而言,前者要求用较多较好的材料,而后者要求少用材料,二者常常是矛盾的。材料力学的任务是:为承载构件的强度、刚度和稳定性计算提供理论基础,从而给构件选择适当的材料,确定其合理的形状和尺寸,以使所设计的承载构件能同时满足安全性和经济性的要求。

工程中还有另外一类构件,如为保护主要部件而设置的安全销,在超载时应首先破坏;为减轻缓冲作用而安装的缓冲装置,在载荷作用下应有较大的弹性变形。这类构件的计算也需要用到材料力学所提供的理论。

与其他基础科学相比,材料力学与工程实际有着更为密切的联系,它的研究方法包括实验、理论、实践循环发展的全过程。实验研究是材料力学赖以发展的重要方法。一方面,构件的强度、刚度、稳定性与所用材料的力学性能有关,而材料力学性能需通过实验来测定;另一方面,材料力学的理论结果需要用实验来验证;另外,还有一些单靠现有理论解决不了的复杂问题,需要借助实验来解决。

1.2 工程构件的简化

对实际的工程构件进行理论分析时,需忽略构件上影响较小的因素,通过适当的假设和简化建立简化模型。在材料力学中,建立简化模型通常从以下几个方面考虑。

1. 变形固体及其基本假设

工程构件一般由固体材料制成。固体材料在外力作用下都将发生变形,故称之为变形固体。在静力学中,由于微小的变形对固体平衡问题的研究影响甚微,可以忽略,故可把固体看作刚体。但在材料力学中,主要研究构件在外力作用下力与变形的关系,这时构件的变形上升为主要影响因素,因此在材料力学的研究中,必须把一切构件都看作变形固体。变形固体的微观结构和力学性质都很复杂,不同材料或同一种材料的不同部分都存在着差别。但因为材料力学是从宏观的角度来研究构件的承载能力,因此,为达到简化分析并运用数学工具的目的,在本学科中忽略了一些微观因素的影响,对变形固体作如下几个基本假设:

(1) 连续性假设

认为构件在其整个几何容积内连续地、毫无空隙地充满了物质。根据这一假设,可认为物体内部的物理量,如变形、位移等都是连续变化的,可以用空间坐标的连续函数来表示。

(2) 均匀性假设

认为构件中各点处的力学性能完全相同。根据这一假设进行研究时,可以从物体中取出任何微小部分进行分析,所得到的结论能应用于整个物体。

(3) 各向同性假设

认为构件材料沿任何方向都具有相同的力学性能。常用的工程材料,如金属、玻璃及浇筑得很好的混凝土等都可以被认为是各向同性的。

2. 构件的基本形式

工程中的构件是多种多样的,若按几何形状分类,则可简化为杆件、板壳和块体三类。

(1) 杆件

杆件是指长度比横向尺寸(高度和宽度)大得多的构件。横截面和轴线是杆件的两个主要几何特征。横截面是指垂直于杆件长度方向的截面,轴线是指各横截面形心的连线。轴线是直线的杆件称为直杆,轴线为曲线的杆件称为曲杆,如图1-2所示。所有横截面面积都相等的直杆称为等直杆,横截面大小不同的杆件称为变截面杆。

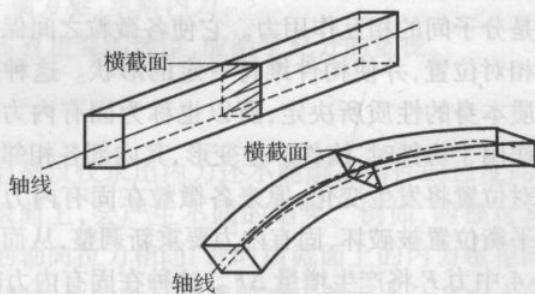


图1-2 杆件示意图

(2) 板壳

板壳是指厚度比其他两个方向的尺寸小得多的构件。板壳的两个主要几何特征是中面(平分厚度的面)和垂直于中面的厚度。中面为平面的称为板,中面为曲面的称为壳。

(3) 块体

长、宽、高三个方向尺寸相当的构件称为块体。材料力学的主要研究对象是杆件,并且着重研究等直杆。

3. 小变形限制条件

在工程中,构件在外力作用下所产生的变形与构件的原始尺寸相比通常是很微小的。因此,当建立构件的平衡方程或对其他一些问题进行分析时,可以不计构件的变形,而按其变形前的原始尺寸进行计算。这类问题称为小变形问题。例如计算图1-3所示结构固定端处的支座反力矩时,不需使用 $M = P(l - \Delta)$ 计算,而可以忽略 Δ 用 $M = Pl$ 计算。另外,对于计算过程中出现的一些变形量的二次幂或乘积,均可以忽略不计,这样能使计

算大大简化,而引起的误差非常微小。当构件在外力作用下的弹性变形很大,其影响不能忽略时,则须按构件变形后的尺寸来计算,这类问题称为大变形问题。材料力学通常只研究小变形问题。

综上所述,材料力学研究由均匀、连续、各向同性材料制成的杆件(主要是等截面直杆),并且在绝大多数场合只限于研究杆件受载后的变形为微小弹性变形的情况。

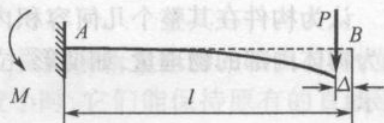


图 1-3 杆弯曲变形示意图

1.3 内力与应力

1. 内力的概念

众所周知,构件在未受外力作用时,其内部就有内力存在,例如图 1-4 中 A, B 两点之间的力 F ,这种内力是分子间的相互作用力。它使各微粒之间保持一定的相对位置,并使构件维持一定的形状。这种内力由物质本身的性质所决定,所以也称为固有内力。当外力作用于构件时,构件产生变形,其内部各相邻部分的相对位置将发生变化,原来各微粒在固有内力作用下的平衡位置被破坏,固有内力要重新调整,从而导致各相邻部分之间的作用力增加,如图 1-4 中力 F 将产生增量 ΔF 。这种在固有内力的基础上新增加的内力称为附加内力。附加内力是由外力而引起的,是对变形的一种抵抗力。它随外力的增大而增加,但是对各种材料制成的构件来说,附加内力的增加量是有一定限度的,超过这个限度,构件就会被破坏。因此它和构件的承载能力密切相关。材料力学所要讨论的内力就是这种附加内力。

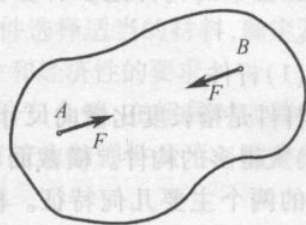


图 1-4 固有内力示意图

2. 内力的计算方法——截面法

下面介绍确定内力的基本方法——截面法。截面法的依据是:一个处于平衡状态的物体,其各部分都应保持平衡。图 1-5(a)所示物体受力系 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 作用处于平衡状态,为求其任意截面 $m-m$ 上的内力,设想将物体从 $m-m$ 截面切开,取其中的一部分,例如,部分 I 为研究对象,去掉部分 II。去掉部分与留下部分在切开处是相互作用的。切开后,这种作用以相应的力来代替。一般情况下,这些力是截面 $m-m$ 上的空间任意力系。过截面形心建立空间直角坐标系,如图 1-5(b)所示,其中 x 轴为过截面形心的外法线, y, z 轴与截面相切。将截面上各点的力向形心 O 简化,其简化结果为沿 x, y, z 轴的三个力 X, Y, Z 和对三个轴的力偶矩 M_x, M_y, M_z 。因为研究对象是平衡的,根据平衡条件建立平衡方程,可以求解截面 $m-m$ 上的六个内力分量。上述求内力的方法称为截面法。一般情况下,杆件截面上的六个内力分量中有一些为零,这时计算可以简化。

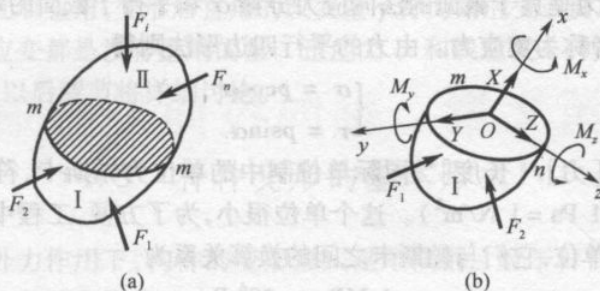


图 1-5 内力示意图

截面法求内力的步骤可归纳为:

(1) 切开 求哪个截面上的内力,就设想沿那个截面把构件切开,把构件分成两部分。任取其中一部分为研究对象,去掉另一部分。

(2) 代力 去掉部分对留下部分的作用以相应的力代替。相应力的性质可根据研究对象的平衡分析确定。

(3) 平衡 列出研究对象上力系的平衡方程,求解内力。

截面法求内力的方法在材料力学中占有重要的地位,应给予充分的重视。

3. 应力的概念

通过截面法可以求出构件的内力。但是仅仅求出内力还不能解决构件的强度问题,因为同样的内力,作用在不同大小的横截面上,会产生不同的结果。例如,两根材料相同,横截面面积不等的直杆,若两者所受的轴向拉力相同(此时横截面上的内力也相同),则随着拉力的增加,细杆先被拉断。这说明构件的危险程度取决于截面上分布内力的聚集程度,而不取决于分布内力的总和。在上述实例中,同样的轴力,聚集在较小的横截面时就比较危险;而将其分散在较大的横截面上时就比较安全。因此在讨论构件的强度问题时,还必须了解内力在截面上的聚集程度,以分布在单位面积上的内力来衡量它,称之为应力。

一般来说,构件截面上各点的应力是不同的。为了得到指定截面上某点 C 的应力,可环绕 C 点取一微小面积 ΔA (如图 1-6 所示)。如果作用在这一微小面积上的内力为 ΔP ,则此微小面积上各点的平均应力为

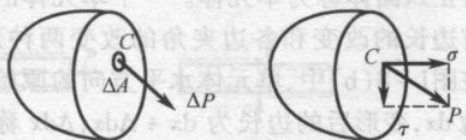


图 1-6 应力示意图

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (1-1)$$

为了得到该点应力的精确值,可将 ΔA 取得无限小,当 ΔA 趋近于零时,平均应力 p_m 的极限为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-2)$$

式中, p 称为指定截面上一点 C 的全应力。应力分析中,全应力的意义不大,材料力学中

通常将全应力分解为垂直于截面的法向应力分量 σ 和平行于截面的切向应力分量 τ 。前者称为正应力,后者称为剪应力。由力的平行四边形法则得

$$\begin{cases} \sigma = p \cos \alpha \\ \tau = p \sin \alpha \end{cases} \quad (1-3)$$

应力的量纲为[力]/[长度]²,国际单位制中的单位为帕斯卡,符号为“Pa”。1帕等于1牛顿/平方米(1 Pa = 1 N/m²)。这个单位很小,为了方便,工程中常采用兆帕(MPa)和吉帕(GPa)作为单位,它们与帕斯卡之间的换算关系为

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$$

1.4 位移与应变

1. 位移

构件受力变形后,其内部的各个点、各条线、各个面都可能发生空间位置的改变,这种改变称为位移。构件内某点的原位置与它的新位置之间的连线所代表的矢量称为该点的线位移。构件内某直线或某平面在变形时所旋转的角度,称为该直线或该平面的角位移。例如,图1-7所示直杆,在力 P 的作用下发生变形,如图中虚线所示。杆端面上 A 点的总位移为 AA_1 、轴向线位移为 u 、横向线位移为 v 、杆端面的角位移为 θ 。

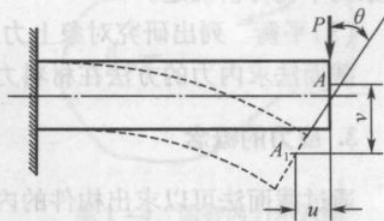


图1-7 位移示意图

2. 应变的概念

为研究构件内某点的变形,设想围绕该点取一微小的正六面体,如图1-8(a)所示,这种正六面体称为单元体。一个单元体的变形有边长的改变和各边夹角的改变两种形式。在图1-8(b)中,单元体水平方向的原始边长为 dx ,变形后的边长为 $dx + \Delta dx$, Δdx 称为边长 dx 的绝对线变形,或简称线变形。为了反映 dx 方向的变形程度,引入单位长度内平均线变形 ε_m ,即

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta dx}{dx} \quad (1-4)$$

式中, ε_m 称为平均线应变。当 Δdx 趋近于零时,有

$$\varepsilon = \lim_{\Delta dx \rightarrow 0} \varepsilon_m = \lim_{\Delta dx \rightarrow 0} \frac{\Delta dx}{dx} \quad (1-5)$$

式中, ε 称为构件内一点的线应变。变形后长度增加为拉应变,长度减小为压应变。

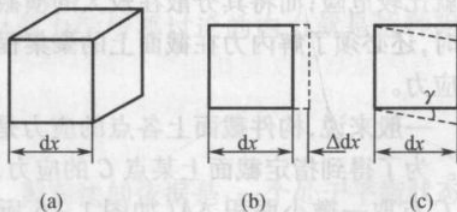


图1-8 应变示意图

原单元体各边互成直角,变形后直角的改变量 γ 称为角应变或剪应变,如图1-8(c)所示。线应变和剪应变都是无量纲的量。正应力 σ 和线应变 ε 、剪应力 τ 和剪应变 γ 存在着紧密的关系,以后章节将详细讨论。

1.5 杆件变形的基本形式

在不同形式的外力作用下,构件的变形形式是不同的。对于杆件来说,其受力后所产生的变形有以下几种基本形式。

1. 轴向拉伸和压缩

杆件在一对大小相等、方向相反、作用线与轴线重合的外力作用下,变形表现为沿轴线方向的伸长或缩短,如图1-9(a),(b)所示。

2. 剪切

杆件在一对大小相等、方向相反、作用线与轴线垂直且相距很近的横向力作用下,变形表现为杆件两部分沿外力作用方向发生相对错动,如图1-9(c)所示。

3. 扭转

在一对大小相等、转向相反、作用面与杆轴垂直的力偶作用下,变形表现为任意两个横截面发生绕轴线的相对转动,如图1-9(d)所示。

4. 平面弯曲

在垂直于杆件轴线的横向力或作用面与杆件轴线平行的力偶作用下,变形表现为杆件的轴线由直线变成平面曲线,如图1-9(e)所示。

实际工程中的构件可能同时承受多种形式的外力而发生比较复杂的变形,但任何复杂的变形在一定的条件下都可以看成是上述几种基本变形的组合,如图1-9(f)所示。因此,对杆件基本变形的研究是材料力学的基础。

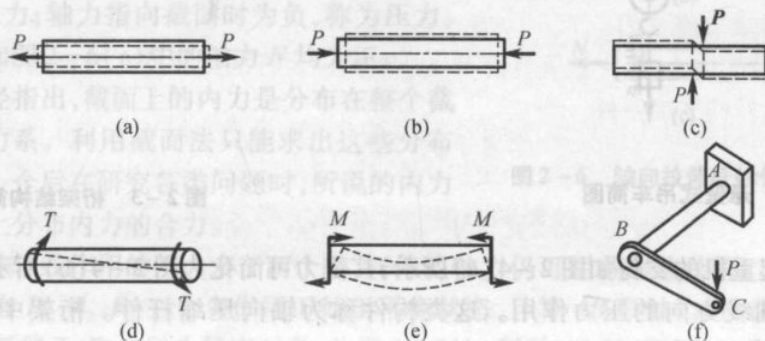


图1-9 杆件基本变形示意图

(a) 拉伸;(b) 压缩;(c) 剪切;(d) 扭转;(e) 平面弯曲;(f) 组合变形

第2章 轴向拉伸与压缩

轴向拉伸与压缩变形是杆件的基本变形形式之一。通过对拉伸与压缩变形的研究,读者将对杆件变形与内力的关系,材料的基本力学性质以及强度计算的步骤等问题建立初步的概念。因此本章所介绍的一些基本概念和研究方法,是后面各章的基础。

2.1 轴向拉伸与压缩的概念

工程中有很多发生轴向拉伸或压缩变形的构件。例如,图2-1(a)所示的汽轮机盖紧固螺栓受到缸体和缸盖的反向力作用,其受力情况如图2-1(b)所示,将作用在螺栓上的分布力求和,其合力的作用线与螺栓的轴线重合,即螺栓受到一对沿轴线方向的拉力作用。同样,悬臂式吊车的AB杆(图2-2),桁架中的拉杆(图2-3)等,它们都可以简化成这种受力情况。这类构件称为轴向拉伸杆件。

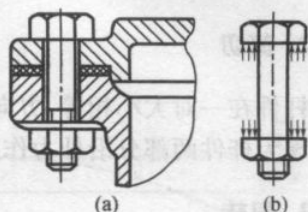


图2-1 紧固螺栓及其受力简图

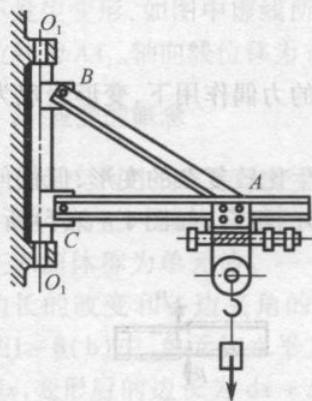


图2-2 悬臂式吊车简图

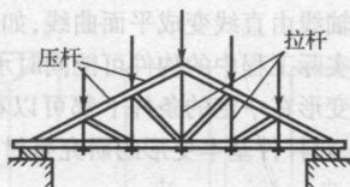


图2-3 桁架结构简图

汽车式起重机的支腿如图2-4(a)所示,其受力可简化为图2-4(b)所示的情况,即受到一对沿轴线方向的压力作用。这类构件称为轴向压缩杆件。桁架中的压杆(图2-3)也是轴向压缩杆件。

综上所述,轴向拉伸和压缩杆件的受力特点为,作用在杆件上的外力合力作用线与杆件的轴线重合;变形特点为,杆件产生沿轴线方向的伸长或缩短。轴向拉伸与压缩杆

件的计算简图如图 2-5 所示。

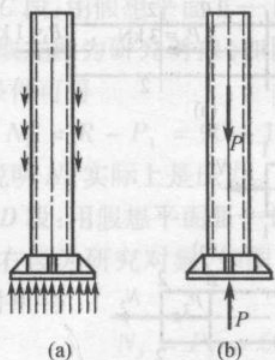


图 2-4 汽车式起重机机腿及其受力简图

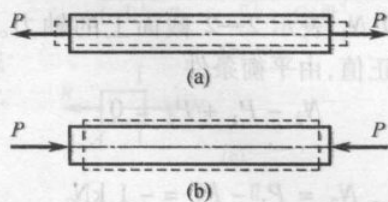


图 2-5 轴向拉伸与压缩杆件的计算简图

2.2 拉(压)杆横截面上的内力

下面将分析轴向拉伸(压缩)杆件横截面上的内力。以图 2-6(a)所示的拉杆为例,应用截面法,用假想的平面将杆件沿横截面 $m-m$ 分成两部分。杆件左右两部分在横截面 $m-m$ 上相互作用的内力是一个分布力系,如图 2-6(b)和图 2-6(c)所示。设其合力为 N ,由平衡条件

$$N - P = 0$$

得

$$N = P$$

因为外力 P 的作用线与杆件的轴线重合,所以内力合力 N 的作用线也必然与杆件的轴线重合。这种内力称为轴力,通常用记号 N 表示。为了使由左右两部分计算所得的同一截面上的轴力具有相同的正负号,联系变形情况,通常规定:轴力背离截面时为正,称为拉力;轴力指向截面时为负,称为压力。

图 2-6(b)和图 2-6(c)中的轴力 N 均为正。

前面曾经指出,截面上的内力是分布在整个截面上的分布力系。利用截面法只能求出这些分布内力的合力。今后在研究各类问题时,所说的内力就是指截面上分布内力的合力。

当沿杆件轴线作用的外力多于两个时,杆件的轴力仍可用截面法计算。图 2-7(a)所示杆 ABC 在 P_1, P_2, P_3 三个力作用下处于平衡状态,计算 AB 段轴力时,在 AB 段内沿 1—1 截面将杆截开,取左段为研究对象,如图 2-7(b)所示,以 N_1 表示 1—1 截面上的轴力。由左段的平衡条件

$$N_1 - P_1 = 0$$

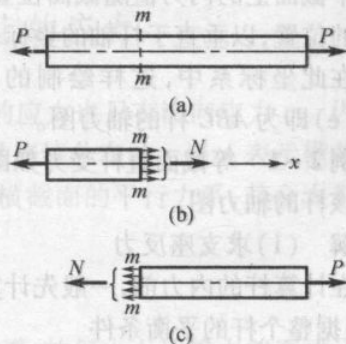


图 2-6 轴向拉伸杆标件的内力

得

$$N_1 = P_1 = 2 \text{ kN}$$

即 AB 段内的轴力为 $N_1 = 2 \text{ kN}$ 。同样,计算 BC 段轴力时,在 BC 段内沿 2—2 截面将杆截开,仍取左段为研究对象,如图 2-7(c) 所示,以 N_2 表示 2—2 截面上的轴力。 N_2 先设为正值,由平衡条件

$$N_2 - P_1 + P_2 = 0$$

得

$$N_2 = P_1 - P_2 = -1 \text{ kN}$$

即 BC 段内的轴力为 $N_2 = -1 \text{ kN}$ 。所得结果为负,说明假设的轴力方向与实际方向相反, N_2 应是压力。计算 BC 段轴力时,也可取右段作为研究对象,如图 2-7(d) 所示, N_2 也先设为拉力,由右段平衡条件同样可得

$$N_2 = -P_3 = -1 \text{ kN}$$

用截面法将杆截开以后,为了计算的简便,一般取外力个数较少的部分作为研究对象。

由以上讨论可见,在若干外力作用下,直杆各段内横截面上的轴力值彼此不同。在强度和刚度计算中,经常利用图线来表明杆件各个截面上的内力值随截面位置变化的情况。一般以平行于杆轴的坐标表示各个横截面的位置,以垂直于杆轴的坐标表示内力的代数值。将求得的各个横截面的内力按比例画在此坐标系中,这样绘制的图线称为内力图,表示轴力的图线称为轴力图,图 2-7(e) 即为 ABC 杆的轴力图。

例 2-1 等截面直杆受力如图 2-8(a) 所示, $P_1 = 120 \text{ kN}$, $P_2 = 90 \text{ kN}$, $P_3 = 60 \text{ kN}$, 试画出该杆的轴力图。

解 (1) 求支座反力

在计算杆的内力前,一般先计算其支座反力。设杆的支座反力为 R , 如图 2-8(b) 所示, 根据整个杆的平衡条件

$$-R + P_1 - P_2 + P_3 = 0$$

求得

$$R = P_1 - P_2 + P_3 = 120 - 90 + 60 = 90 \text{ kN}$$

(2) 计算各段杆的轴力

AB 段: 用假想平面 I—I 在 AB 段内将杆截开, 取左段为研究对象, 如图 2-8(c) 所示, 截面上的轴力假设为拉力, 用 N_1 表示。由平衡条件

$$N_1 - R = 0$$

得

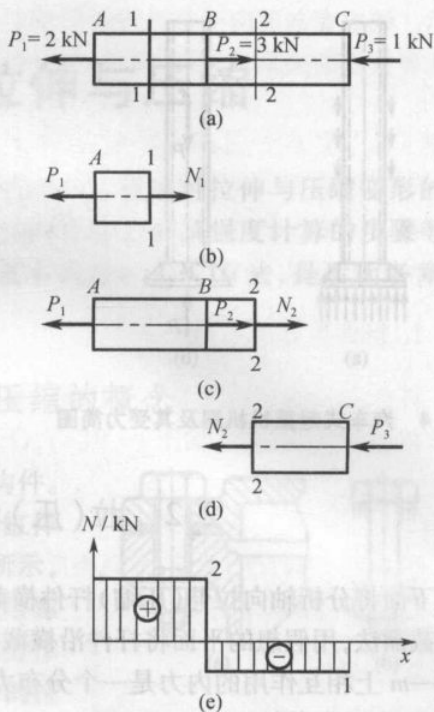


图 2-7 多个外力作用杆件的轴力及轴力图

$$N_1 = R = 90 \text{ kN}$$

BC段:用假想平面Ⅱ—Ⅱ在BC段内将杆截开,仍取左段为研究对象,如图2-8(d)所示,由平衡条件可得

$$N_2 = R - P_1 = 90 - 120 = -30 \text{ kN}$$

负号说明 N_2 实际上是压力。

CD段:用假想平面Ⅲ—Ⅲ在CD段内将杆截开,取右段为研究对象,如图2-8(e)所示,由平衡条件可得

$$N_3 = P_3 = 60 \text{ kN}$$

(3)画轴力图

杆的轴力图如图2-8(f)所示。注意此图应与计算简图2-8(a)上下对应。由轴力图可见,AB段内的轴力值最大, $N_{\max} = N_1 = 90 \text{ kN}$ 。

此题在求内力时须注意,BC段内各截面上的内力不能主观地认为等于截面附近所作用的外力,即认为 $N_2 = -P_2$ 。轴力是内力,它与外力有关,但又不同于外力。当用截面法将杆截成两部分时,截面上的内力与作用在其中任一部分上的所有外力组成平衡力系,据此可求出截面上的内力。

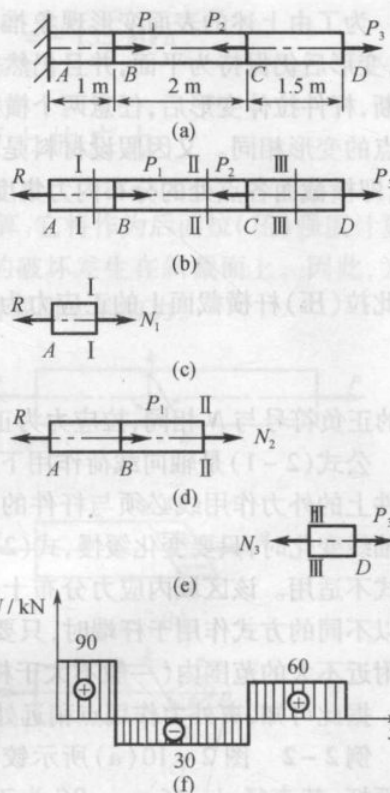


图2-8 例2-1图

2.3 拉(压)杆横截面上的应力

轴向拉(压)杆件的横截面上只有轴力,因此相应的应力也只有法向应力 σ 。因为假设杆件是均匀连续的变形固体,所以内力在横截面上是连续分布的。以 A 表示横截面面积,在微分面积 dA 上,内力元素 σdA 组成一个垂直于横截面的平行力系,其合力就是轴力 N 。于是得

$$N = \int_A \sigma dA$$

因为横截面上应力 σ 随点位置的变化规律还不知道,故仅由上述静力关系式还不能确定 σ 和 N 之间的具体关系。下面从研究杆件的变形入手来寻求 σ 的变化规律。取一等直杆,受力变形前,在杆侧面上画上垂直于杆轴线的横向直线 ab 和 cd ,如图2-9所示,让杆发生拉伸变形,变形后可观察到如下现象:

(1)杆件被拉长,受形后的杆件如图2-9中虚线所示。横向直线 ab 和 cd 分别平移到 $a'b'$ 和 $c'd'$,但它们仍为直线。

(2)变形后,横向线仍垂直于杆件轴线。

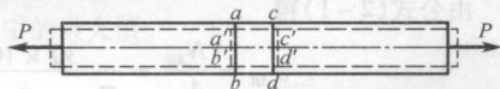


图2-9 轴向拉伸杆件