



普通高等教育“十三五”规划教材

中国石油和石化工程教材出版基金资助项目

化学工程与工艺 专业实验 (第二版)

李岩梅 周 丽◎主编



中国石化出版社

[HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM](http://www.sinopec-press.com)

普通高等教育“十三五”规划教材
中国石油和石化工程教材出版基金资助项目

化学工程与工艺专业实验

(第二版)

李岩梅 周 丽 主编

中国石化出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

化学工程与工艺专业实验/李岩梅, 周丽主编. —2 版.

—北京: 中国石化出版社, 2018. 3
ISBN 978-7-5114-4825-5

I. ①化… II. ①李… ②周… III. ①化学工程-化学实验
IV. ①TQ016

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 047625 号

未经本社书面授权, 本书任何部分不得被复制、抄袭, 或者以任何形式或任何方式传播。版权所有, 侵权必究。

中国石化出版社出版发行

地址: 北京市朝阳区吉市口路 9 号
邮编: 100020 电话: (010) 59964500
发行部电话: (010) 59964526
<http://www.sinopec-press.com>
E-mail: press@sinopec.com
北京科信印刷有限公司印刷
全国各地新华书店经销

*

787 × 1092 毫米 16 开本 12.75 印张 271 千字
2018 年 5 月第 2 版 2018 年 5 月第 1 次印刷
定价: 30.00 元

前 言

工程实践能力培养是化学工程与工艺专业教学计划的重要内容和主要任务之一。《化学工程与工艺专业实验》作为一门专业实践课程，从传统实验教学思想出发，拓宽专业领域，加强基础理论和实践环节的联系，并强调采用启发性教学和使用现代化教学的结合，增加学生自学和自由思考的时间，逐步树立独立思考和勇于创新的精神，以培养学生的基本素质、能力为目标的一门专业课程。基于此，本课程应有以下几个方面的教学要求：

(1) 使学生掌握工程问题的基本研究方法，培养学生的过程观念和实践能力。

(2) 验证有关化工专业领域的理论，巩固和加强对理论的认识和理解。

(3) 培养学生理论联系实际分析问题和解决问题的能力。具体体现为：观察和分析实验现象的能力、正确选择和使用化工测量仪器仪表的能力、正确处理实验数据获得实验结果的能力、运用文字阐述实验报告的能力等。

(4) 培养学生实事求是、严肃认真对待实验的科学工作态度和工作作风。

为此，本书在内容的编排、取材上力求知识结构完整全面，而又注重实验内容的代表性和典型性，实验内容紧贴化工专业课程，包括化工原理实验、化学反应工程实验、分离工程实验、化工工艺实验和高分子物理实验。在化工常用物理量的测量方面体现了测量方法的多样性和它们的不同特点以及适用场合。在数据的处理方面兼顾原始的和计算机软件的处理方法。同时，涵盖了实验室安全环保的基本常识，增强化工工业的安全环保意识。

本书由具有多年教学经验的老师编写而成，其中，绪论、第一章实验的误差分析与数据处理、第二章实验室测量技术和安全、第六章化工工艺实验及第七章高分子物理实验部分由李岩梅编写，第三章化工原理实验部分由周丽和李岩梅共同编写，第四章反应工程实验部分由王捷编写，第五章分离工程实验部分由于鲁汕编写。

由于编者水平有限，不妥之处在所难免，恳请大家批评指正。

目 录

绪论	1
第一章 实验的误差分析与数据处理	5
第一节 实验误差分析	5
第二节 实验数据的处理	12
第二章 实验室测量技术与安全	18
第一节 温度测量	18
第二节 压力测量	26
第三节 流量测量	32
第四节 实验室安全知识	43
第三章 化工原理实验	52
实验一 雷诺实验	52
实验二 机械能转化实验	54
实验三 流体流动阻力测定实验	58
实验四 离心泵特性测定实验	63
实验五 恒压过滤常数测定实验	67
实验六 空气-蒸汽对流给热系数测定	72
实验七 筛板塔精馏过程实验	79
实验八 填料塔吸收传质系数测定	84
实验九 干燥特性曲线测定实验	88
第四章 化学反应工程实验	94
实验一 连续流动反应器中的返混测定	94
实验二 连续均相管式循环反应器中的返混实验	97
实验三 固体小球对流传热系数的测定	101
第五章 分离工程实验	107
实验一 填料塔吸收、解析传质系数的测定	107
实验二 填料塔解吸传质系数的测定	112

实验三	转盘萃取塔实验	116
实验四	膜分离实验装置	121
实验五	干燥速率曲线的测定实验	127
实验六	超滤微滤膜分离实验	131
实验七	纳滤反渗透膜分离实验	136
附:	膜组件工作性能与维护要求	139
实验八	液-液转盘萃取实验	140
第六章	化工工艺实验	145
实验一	填料塔分离效率的测定	145
实验二	液-液传质系数的测定	149
实验三	催化反应精馏制甲缩醛实验	153
实验四	液膜分离法脱除废水中的污染物	159
实验五	催化反应精馏法制乙酸乙酯	162
第七章	高分子物理实验	165
实验一	乌氏黏度计测定聚合物的相对分子质量	165
实验二	聚乙烯的挤出成型实验	167
实验三	偏光显微镜法观测聚合物的球晶生长	168
实验四	熔融指数测定	170
实验五	聚合物材料的维卡软化点测定	173
实验六	聚合物材料拉伸性能的测试	176
实验七	聚合物力学性能实验	177
附录		181
附录一	单位换算表	181
附录二	常用液体密度表	184
附录三	水的物理性质	185
附录四	饱和水蒸气表	186
附录五	干空气的物理性质 (101.33kPa)	190
附录六	酒精相对密度与百分含量对照表	191
附录七	常压下乙醇-水气液平衡组成 (摩尔) 与温度关系	192
附录八	50℃常压下乙酸在水相与酯相中的平衡浓度	192
附录九	二氧化碳液相浓度的气敏电极分析法	193
参考文献		196

绪 论

一、化学工程与工艺专业实验的教学目的

化学工程学是建立在实验基础上的科学，它不仅有完整的理论体系，而且有其独特的实验研究方法。化工教学除了系统地讲授基础理论外，实验实践教学也是一个必不可少的实践性环节。因此，实验教学在化工教学中的作用、地位及意义，不容忽视。

1. 培养学生从事实验研究的初步能力

应该努力培养学生对实验现象的敏锐观察力，运用实验手段采集攫取实验数据的能力，分析归纳实验数据的能力，由实验数据和现象实事求是得出结论，并提出自己见解的能力，对所研究探讨的问题具有探索和创造力。

2. 初步掌握一些化学工程学的实验研究方法和实验技术

督促学生认真学习，运用各种实验研究方法和实验技术，测量化工参数，解决化工生产实际问题，以适应不断发展的化工技术。

3. 培养学生运用所学的理论知识，分析和解决问题的能力

同时，巩固各门化学课程及化学基础课程的理论知识。在理论与实践的结合过程中，拓宽视野，增长才干，巩固和加深对基本原理的理解。

总之，化学工程实验应着重于学生科学思想的培养，着重于学生实践能力的培养。为从事新的探索的研究，打一点实践基础。

二、化学工程与工艺专业实验的教学要求

对于学生而言，化工专业实验和基础实验有着很大的不同，那就是用工程装置进行实验，往往感到陌生，无从下手；有的学生又因为是几个人一组而有依赖心理，其实实验组的方式也可锻炼学生的群策群力的合作能力。为了切实收到教学效果，要求每个学生必须做到以下几点。

1. 实验预习报告

化学工程与工艺专业实验装置及流程较为复杂，测试仪器较多，课前预习尤其重要。实验前学生必须写预习报告，老师也应要求只有有预习报告的学生方可进实验室进行实验。写预习报告前，必须做到以下步骤：

(1) 认真阅读实验教材,必要时参考理论课程教材的有关内容。清楚地掌握实验项目要求、实验所依据的原理、实验步骤及所需测量的参数。熟悉实验所用测量仪表的使用方法,掌握其操作规程和安全注意事项。

(2) 到实验室现场熟悉实验设备和流程,摸清测试点和控制点位置。确定操作程序、所测参数项目、所测参数单位及所测数据点如何分布等。

(3) 写出实验预习报告。预习报告内容包括实验目的、原理、流程、操作步骤、注意事项等。准备好原始数据记录表格,并标明各参数的单位。

(4) 特别要思考一下设备的哪些部分或操作中哪个步骤可能会产生危险,如何避免,以保证实验过程中人身和设备安全。

2. 实验过程的操作训练

学生进入实验室,经教师考查预习情况合格及阅读说明书完毕,得到教师允许后,才能启动设备。实验操作是动手动脑的重要过程,一定要严格按操作规程进行。安排好测量范围、测量点数目、测量点的疏密等。实验进行过程中,操作要平稳、认真、细心。观察现象要仔细,记录数据要精心,实验数据要记录在备好的表格内,实验现象要详细记录在记录本上。学生应注意培养自己严谨的科学作风,养成良好的习惯。实验结束整理好原始数据,将实验设备和仪表恢复原状,切断电源,清扫卫生,实验数据和实验装置等经教师检查后方可离开实验室。

3. 撰写实验报告

实验报告虽以实验数据的准确性和可靠性为基础,但将实验结果整理成一份好的报告,却也是需要经过训练的一种实际工作能力。往往有这样的情况,有一些学生实验技能较好,实验也做得成功,却整理不出一篇像样的实验报告。撰写实验报告是对实验的全面总结,是对实验结果进行评估的文字材料。实验报告应简单明了、数据完整、结论明确,有讨论、有分析,得出的公式或图线有明确的使用条件。撰写实验报告的能力也需要经过严格训练来提高,为今后写好研究报告和科学论文打下基础。实验报告应包括以下内容:

(1) 实验时间、报告人、同组人等;

(2) 实验名称、实验目的与要求;

(3) 实验基本原理;

(4) 实验装置简介、流程图及主要设备的类型和规格;

(5) 实验操作步骤;

(6) 原始数据记录表格;

(7) 实验数据的处理。实验数据的处理就是把记录的实验数据通过归纳、计算等方法整理出一定的关系(或结论)的过程,应有计算过程举例,即以一组数据为例从头到尾把计算过程一步一步写清楚;

(8) 将实验结果用图示法、列表法或方程表示法进行归纳,得出结论;

(9) 对实验结果及问题进行分析讨论;



(10) 参考文献。

实验报告必须书写工整、文字通顺、数据完全、结论明确。图形、图表的绘制必须使用直尺或曲线板。实验报告必须采用学校统一印制的实验报告纸撰写。

三、化学工程与工艺专业实验注意事项

为了安全成功地完成实验，除了每个实验有每个实验的特殊要求外，在这里提出一些化工专业实验中必须遵守的注意事项和一些必须具备的安全知识。

(一) 注意事项

1. 设备启动前必须检查的事项

(1) 对于泵、风机、压缩机、电机等转动设备，用手使其转动（俗称盘车），从声响上判别有无异常，并检查润滑油位。

(2) 设备上各阀门的开、关状态。

(3) 接入设备的仪表开、关状态。

(4) 应有的安全措施，如防护罩、绝缘垫、隔热层等。

2. 仪器仪表使用前应做到的事项

(1) 了解仪表的原理与结构。

(2) 掌握连接方法与操作步骤。

(3) 分清量程范围，掌握正确的读数方法。

3. 操作过程中的注意事项

(1) 操作中要严守自己的岗位，精心操作。注意整个实验的进行，随时观察仪表示值的变动，保证操作过程稳定进行。产生不合规律现象时要及时观察研究，分析其原因。

(2) 操作过程中设备及仪表发生问题应立即按停车步骤停车，并报告指导教师。同时应自己分析原因供教师参考。未经教师同意不得自行处理。在教师处理问题时，学生应了解其过程，这是学习分析问题与处理问题的好机会。

4. 实验结束时的注意事项

实验结束时必须做到的事项：应先将有关的气源、水源、热源、仪表的阀门或电源关闭，然后再切断电机电源。

5. 注意实验安全

化学工程与工艺专业实验要特别注意安全。进实验室后要搞清楚总电闸的位置和灭火器材的安放地点。

(二) 实验课堂纪律

(1) 准时进实验室，不得迟到或早退，不得无故缺课。

(2) 遵守课堂纪律，严肃认真地进行实验。实验室不准吸烟，不准打闹说笑或进行与实验无关的活动。

(3) 对实验设备及仪器等在没弄清楚使用方法之前, 不得开动。与本实验无关的设备和仪表不要乱动。

(4) 爱护实验设备, 仪器仪表。注意节约使用水、电、气及药品。

(5) 保持实验现场和设备的整洁, 禁止往设备、仪器和实验台等处乱写乱画。衣物、书包等勿挂在实验设备上, 应放在指定的地点。

(6) 实验结束后, 同学应认真清扫现场, 并将实验设备、仪器等恢复到实验前状态, 经检查合格后方可离开实验室。最后, 要严格遵守实验室的规章制度, 确保人身安全及设备的完整, 使得实验教学正常进行。

第一章 实验的误差分析与数据处理

第一节 实验误差分析

由于实验方法和实验设备的不完善,周围环境的影响,以及人的观察力、测量程序限制等,实验观察值和真值之间总是存在一定的差异,在数值上即表现为误差。为了提高实验的精度,缩小实验观测值与真值之间的差值,需要对实验的误差进行分析和讨论。

一、误差的基本概念

1. 真值与平均值

真值是一个理想的概念,一般是不可能观测到的。但是若对某一物理量经过无限多次的测量,出现误差有正有负,而正负误差出现的概率是相同的。因此,在不存在系统误差的前提下,它们的平均值就相当接近于该物理量的真值。所以,实验科学中定义:无限多次的观测值的平均值为真值。由于在实验工作中观测的次数总是有限的,由这些有限的观测值的平均值,只能近似于真值,故称这个平均值为最佳值。化工中常用的平均值有:

算术平均值:

$$x_m = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1-1)$$

均方根平均值:

$$x_s = \left(\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad (1-2)$$

几何平均值:

$$x_c = (x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n)^{\frac{1}{n}} = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1-3)$$

计算平均值方法的选择,取决于一组观测值的分布类型。在一般情况下,观测值的分布属于正态类型,即正态分布。因此,算术平均值作为最佳值使用最为普遍。

2. 误差表示法

某测量点的误差通常由下面三种形式表示:

(1) 绝对误差

某量的观测值与真值的差称为绝对误差, 通称误差。但在实际工作中, 以平均值 (即最佳值) 代替真值, 把观测值与最佳值之差称为剩余误差, 但习惯上称绝对误差。

(2) 相对误差

为了比较不同被测量物理量的测量精度, 引入了相对误差。

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \times 100\%$$

(3) 引用误差

引用误差 (或相对示值误差) 指的是一种简化和实用方便的仪器仪表指示值的相对误差, 它是以仪器仪表的满刻度示值为分母, 某一刻度点示值误差为分子, 所得比值的百分数。仪器仪表的精度用此误差来表示。比如 1 级精度仪表, 即为

$$\frac{\text{量程内最大示值误差}}{\text{满量程示值}} \times 100\% \leq 1\%$$

在化工领域中, 通常用算术平均误差和标准误差来表示测量数据的误差。

(4) 算术平均误差

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - x_m|}{n} \quad (1-4)$$

(5) 标准误差

标准误差称为标准差或称为均方根误差。当测量次数为无穷时, 其定义为

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_n)^2}{n} \right)} \quad (1-5)$$

当测量次数为有限时, 常用式 (1-6) 表示。

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2}{n - 1} \right)} \quad (1-6)$$

式中 n ——观测次数;

x_i ——第 i 次的测量值;

x_m —— n 次测量值的算术平均值。

标准误差的大小说明, 在一定条件下等精度测量的数据中每个观测值对其算术平均值的分散程度。如果测的数值小, 该测量列数据中相应小的误差占优势, 任一单次观测值对其算术平均值的分散程度就小, 测量的精度高; 反之, 精度就低。

3. 误差的分类

(1) 系统误差

系统误差是指在同一条件下, 多次测量同一量时, 误差的数值和符号保持恒定, 或在条件改变时, 按某一确定的规律变化的误差。系统误差的大小反映了实验数据准确度的



高低。

产生系统误差的原因：①仪器不良，如刻度不准，仪表未经校正或标准表本身存在偏差等；②周围环境的改变，如外界温度、压力、风速等；③实验人员个人的习惯和偏向，如读数的偏高或偏低等引入的误差。系统误差可针对上述诸原因分别改进仪器和实验装置以及提高实验技巧予以清除。

(2) 随机误差（或称偶然误差）

在已经消除系统误差的前提下，随机误差是指在相同条件下测量同一量时，误差的绝对值时大时小，其符号时正时负，没有确定规律的误差。随机误差的大小反映了精密程度的高低。这类误差产生原因无法预测，因而无法控制和补偿。但是倘若对某一量值作足够多次数的等精度测量时，就会发现随机误差完全服从统计规律，误差的大小和正负的出现完全由概率决定。因此随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值必趋近于零。所以，多次测量结果的算术平均值将更接近于真值。

(3) 过失误差（或称粗大误差）

过失误差是一种显然与事实不符的误差，它主要是由于实验人员粗心大意，如读错数据或操作失误等所致。存在过失误差的观测值在实验数据整理时必须剔除，因此测量或实验时只要认真负责是可以避免这类误差的。

显然，实测到数据的精确程度是由系统误差和随机误差的大小来决定的。系统误差愈小，测到数据的精确度愈高；随机误差愈小，测到数据的精确度愈高。所以要使实测到数据的精确度提高就必须满足系统误差和随机误差均很小的条件。

二、误差的基本性质

实测到数据的可靠程度如何？又怎样提高它们的可靠性？这些都要求我们应了解在给定条件下误差的基本性质和变化规律。

1. 偶然（随机）误差的正态分布

如果测量数列中不包含系统误差和过失误差，从大量的实验中发现偶然误差具有如下特点：

- (1) 绝对值相等的正误差和负误差，其出现的概率相同；
- (2) 绝对值很大的误差出现的概率趋近于零，也就是误差值有一定的实际极限；
- (3) 绝对值小的误差出现的概率大，而绝对值大的误差出现的概率小；
- (4) 当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时，误差的算术平均值趋近于零，这是由于正负误差相互抵消的结果。也就说明在测定次数无限多时，算术平均值就等于测定量的真值。

在经过大量测量数据的分析后知道，偶然误差的分布规律是服从正态分布的，其误差函数 $f(x)$ 表达式为

$$y = f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \quad (1-7)$$

或者：

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1-8)$$

式中 $h = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$ ——精密指数;

x ——测量值与真实值之差;

σ ——均方根误差。

上式称为高斯误差分布定律。根据此方程所给出的曲线则称为误差分布曲线或高斯正态分布曲线,如图 1-1 所示。此误差分布曲线完全反映了偶然误差的上述特点。

现在我们来考虑一下 σ 值对分布曲线的影响,由式 (1-8) 可见,数据的均方误差 σ 愈小, e 指数的绝对值就愈大, y 减小的就愈快,曲线下降的也就愈急,而在 $x=0$ 处的 y 值也就愈大,反之, σ 愈大,曲线下降的就愈缓慢,而在 $x=0$ 处的 y 值也就愈小。图 1-2 对三种不同的 σ 值 (σ 值为 0.5 单位, σ 值为 1 单位, σ 值为 2 单位) 给出了偶然误差的分布曲线。

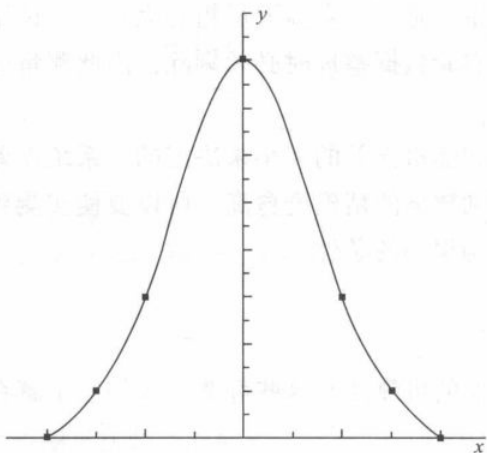


图 1-1 误差分布曲线 (高斯正态分布曲线)

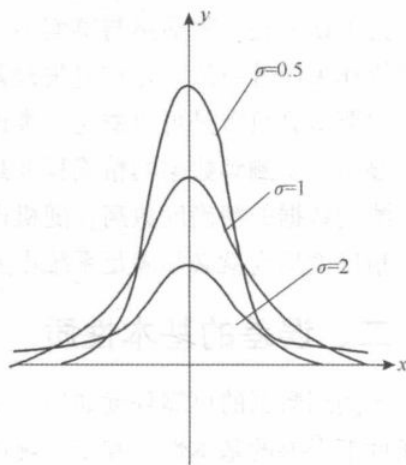


图 1-2 不同 σ 值时的误差分布曲线

从这些曲线以及上面的讨论中可知, σ 值愈小,小的偶然误差出现的次数就愈多,测定精度也就愈高。 σ 值愈大,就会经常碰到大的偶然误差,也就是说,测定的精度也就愈差。因而实测到数据的均方根误差,完全能够表达出测定数据的精确度,也即表征着测定结果的可靠程度。

2. 可疑的实验观测值的舍弃

由概率积分知,偶然误差正态分布曲线下的全部面积,相当于全部误差同时出现的概率,即

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (1-9)$$

若随机误差在 $-\sigma \sim +\sigma$ 范围内,概率则为

$$P(|x| < \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\sigma}^{+\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (1-10)$$

令 $t = \frac{x}{\sigma}$ ，则 $x = t\sigma$

$$\therefore P(|x| < \sigma) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 2\phi(t) \quad (1-11)$$

即误差在 $\pm t\sigma$ 的范围内出现的概率为 $2\phi(t)$ ，而超出这个范围的概率则为 $1 - 2\phi(t)$ 。

概率函数 $\phi(t)$ 与 t 的对应值在数学手册或专著中均附有此类积分表，现给出几个典型的 t 值及其相应的超出或不超出 $|x|$ 的概率，见表 1-1。

表 1-1 t 值及相应的概率

t	$ x < t\sigma$	不超过 $ x $ 的概率 $2\phi(t)$	超过 $ x $ 的概率 $1 - 2\phi(t)$	测量次数 n	超过 $ x $ 的测量次数 n
0.67	0.67σ	0.4972	0.5028	2	1
1	σ	0.6226	0.3174	3	1
2	2σ	0.9544	0.0456	22	1
3	3σ	0.9973	0.0027	370	1
4	4σ	0.9999	0.0001	15626	1

由表 1-1 可知，当 $t = 3$ ， $|x| = 3\sigma$ 时，在 370 次观测中只有一次绝对误差超出 3σ 范围，由于在测量中次数不过几次或几十次，因而可以认为 $|x| > 3\sigma$ 的误差是不会发生的，通常把这个误差称为单次测量的极限误差，这也称为 3σ 规则。由此认为， $|x| = 3\sigma$ 的误差已不属于偶然误差，这可能是由于过失误差或实验条件变化未被发觉引起的，所以这样的数据点经分析和误差计算以后予以舍弃。

3. 函数误差

上述讨论主要是直接测量的误差计算问题，但在许多场合下，往往涉及间接测量的变量，所谓间接测量是通过直接测量与被测的量之间有一定函数关系的其他量，并根据函数关系计算出被测量，如流体流速等测量变量。因此，间接测量就是直接测量得到的各测量值的函数。其测量误差是各原函数。

(1) 函数误差的一般形式

在间接测量中，一般为多元函数，而多元函数可用式 (1-12) 表示。

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (1-12)$$

式中 y ——间接测量值；

x ——直接测量值。

由泰勒级数展开得

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n \quad (1-13)$$

或

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \quad (1-14)$$

它的极限误差为

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right| \quad (1-15)$$

式中 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ ——误差传递系数;

Δx ——直接测量值的误差;

Δy ——间接测量值的极限误差或称函数极限误差。

由误差的基本性质和标准误差的定义, 得函数的标准误差

$$\sigma = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-16)$$

式中 σ_i ——直接测量值的标准误差。

(2) 某些函数误差的计算

1) 设函数 $y = x \pm z$, 变量 x 、 z 的标准误差分别为 σ_x 、 σ_z 。

由于误差的传递系数 $\frac{\partial y}{\partial x} = 1$, $\frac{\partial y}{\partial z} = \pm 1$ 则

$$\text{函数极限误差} \quad \Delta y = |\Delta x| + |\Delta z| \quad (1-17)$$

$$\text{函数标准误差} \quad \sigma_y = (\sigma_x^2 + \sigma_z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1-18)$$

2) 设 $y = k \frac{x \cdot z}{w}$ 变量 x 、 z 、 w 的标准误差为 σ_x 、 σ_z 、 σ_w 。

由于误差传递系数分别为

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x} &= \frac{kz}{w} = \frac{y}{x} \\ \frac{\partial y}{\partial z} &= \frac{kx}{w} = \frac{y}{z} \\ \frac{\partial y}{\partial w} &= -\frac{kxz}{w^2} = -\frac{y}{w} \end{aligned} \quad (1-19)$$

则函数的相对误差为

$$\Delta y = |\Delta x| + |\Delta z| + |\Delta w| \quad (1-20)$$

函数的标准误差为

$$\sigma_y = k \left[\left(\frac{z}{w} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{x}{w} \right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{xz}{w^2} \right)^2 \sigma_w^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1-21)$$

3) 设函数 $y = a + bx^n$, 变量 x 的标准误差为 σ_x , a 、 b 、 n 为常数。

由于误差传递系数为

$$\frac{dy}{dx} = nbx^{n-1} \quad (1-22)$$

则函数的误差为

$$\Delta y = |nbx^{n-1} \Delta x| \quad (1-23)$$



函数的标准误差为

$$\sigma_y = nbx^{n-1}\sigma_x \quad (1-24)$$

4) 设函数 $y = k + n \ln x$ ，变量 x 的标准误差为 σ_x ， k 、 n 为常数。

由于误差传递系数为

$$\Delta y = \left| \frac{n}{x} \cdot \Delta x \right| \quad (1-25)$$

函数的标准误差为

$$\sigma_y = \frac{n}{x}\sigma_x \quad (1-26)$$

5) 算术平均值的误差

由算术平均值的定义知

$$M_m = \frac{M_1 + M_2 + \cdots + M_n}{n} \quad (1-27)$$

其误差传递系数为

$$\frac{\partial M_m}{\partial M_i} = \frac{1}{n} \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (1-28)$$

则算术平均值的误差

$$\Delta M_m = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta M_i|}{n} \quad (1-29)$$

算术平均值的标准误差

$$\sigma_m = \left(\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-30)$$

当 M_1, M_2, \cdots, M_n 是同组等精度测量值，它们的标准误差相同，并等于 σ ，所以

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-31)$$

除了上述讨论由已知各变量的误差或标准误差计算函数误差外，还可以应用于实验装置的设计和实验装置的改进。在实验装置设计时，如何选择仪表的精度，即由预先给定的函数误差（实验装置允许的误差）求取各测量值（直接测量）所允许的最大误差。但由于直接测量的变量不是一个，在数学上则是不定解。为了获得唯一解，假定各变量的误差对函数的影响相同，这种设计的原则称为等效原则或等传递原则，即

$$\sigma_y = \sqrt{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \sigma_i \quad (1-32)$$

或

$$\sigma_i = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)} \quad (1-33)$$