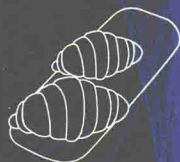


午餐时间 聊数学



(意) 毛里奇奥·科多尼奥 / 著

有道 / 译

一场关于数学的饕餮盛宴
网罗有趣的数学冷知识

看完之后，让你惊呼“原来如此！”

在不知道答案的情况下，最佳的瞎蒙方法是什么？

为什么过早买彩票会降低你中奖的概率？

“我知道你知道”和“我知道你知道我知道你知道”是一回事吗？

数学将为你揭开谜底！

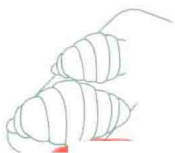
全国百佳图书出版单位



化学工业出版社

午餐

时间 聊数学



(意) 毛里奇奥·科多尼奥/著
有道/译

ISBN 7-122-17034-4



化学工业出版社

· 北京 ·

2014

Matematica in pausa pranzo © 2016 Codice edizioni, Torino

The simplified Chinese translation rights arranged through Rightol Media (本书中文简体版权经由锐拓传媒取得E-mail: copyright@rightol.com)

本书中文简体字版由Codice edizioni授权化学工业出版社独家出版发行。

本版本仅限在中国内地(不包括中国台湾地区和香港、澳门特别行政区)销售,不得销往中国以外的其他地区。未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分,违者必究。

北京市版权局著作权合同登记号:01-2018-5741

图书在版编目(CIP)数据

午餐时间聊数学/(意)毛里奇奥·科多尼奥著;有道译.

—北京:化学工业出版社,2020.1

书名原文:Matematica in pausa pranzo

ISBN 978-7-122-35517-1

I. ①午… II. ①毛…②有… III. ①数学-普及读物
IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第247373号

责任编辑:郑叶琳 张焕强
责任校对:刘颖

装帧设计:尹琳琳 张博轩

出版发行:化学工业出版社
(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)
印装:三河市双峰印刷装订有限公司
787mm×1092mm 1/32 印张6¹/₂ 字数106千字
2020年5月北京第1版第1次印刷

购书咨询:010-64518888

售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价:49.00元

版权所有 违者必究

前言

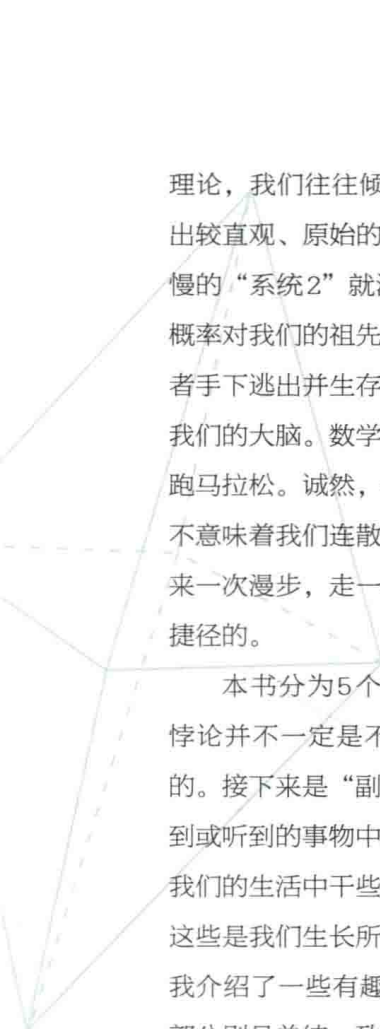
“在我的第一本书中，我讲到了……”我一直幻想着用这个作为开场白。毕竟，很多畅销书都这么说，它可能给我带来好运！说实话，数学有很多宝藏，但是只有少数人在研究数学。大部分人都觉得学习数学是在遭罪，如果不是学校里要学，数学简直就是脑子里没用的垃圾。我认为这非常不对。在完成上一本书《咖啡时间聊数学》之后，我又收集了另外一些有趣的数学知识。既然我们已经来到了《午餐时间聊数学》，有时候我可能会进行一点点拓展，但还是建立在数学的基础原理上。在这本书里，我不会介绍很多论证，也不会写很多超级长的公式，以免影响大家“消化”。如果大家想了解更多信息的话，在这本书的最后我会放上一些网络资源供大家参考。我保证，大家不需要借助这些就能理解我所讲的东西。

毕竟，本书不是一本数学手册。即便我在书中介绍了一些数学的定理和论证，我也不会按照数学课的顺序

来选择要介绍的主题。对于那些已经对数学比较有认知的人来说，这本书甚至可能算不上一本正经的数学书。不错，我确实尝试着用比较轻松的语言，不要写得太严肃，但有些人可能还是会觉得很无聊，毕竟书里提到了许多琐碎的小论点。可能有一些读者会说：“数学？很棒啊，但是我可不想体验它。”这些人中不乏这样的人：他们在学校里对数学感到莫大恐惧，并且感觉被数学拒之门外，但在内心深处又对数学仍然抱有一点兴趣。那么，在学习数学的时候，为什么不把数学当成一门需要记忆很多公式的学科呢？我想告诉我的读者朋友们：计算是数学里面最没劲的一部分，尤其对数学家来说，他们更不想去计算，所以不停找解题的新方法。没人想强迫大家去喜欢数学，不过至少我们可以和数学和睦相处吧！

我的意思是，如果有人跟你说数学很简单的话，那么你可以直接回答他“你什么都不懂”。正如诺贝尔奖得主丹尼尔·卡尼曼^①在他的《思考，快与慢》一书中所说，“人的大脑并非生而擅长数学推理的”。根据他的

^① Daniel Kahneman：以色列裔美国心理学家，2002年诺贝尔经济学奖获得者。——译者（本书脚注若无特别说明，均为译者注。）



理论，我们往往倾向于使用所谓的“系统1”思维，做出较直观、原始的判断，而判断比较准确但是反应比较慢的“系统2”就没那么重要了。知道如何估计贝叶斯概率对我们的祖先来说是没有帮助的，他们需要从掠食者手下逃出并生存下来；而几千年的时间还不足以改变我们的大脑。数学一点也不容易，我们可以把它比喻为跑马拉松。诚然，我们中很少有人能跑完马拉松但这并不意味着我们连散步都不可以。这本书就相当于带大家来一次漫步，走一小段路。不过别担心，我会帮大家走捷径的。

本书分为5个部分。“头盘”部分包含一些悖论，悖论并不一定是不可能的，但乍看之下肯定是不可能的。接下来是“副菜”部分，在这里我们可以从我们看到或听到的事物中获得灵感，从而大概知道数学可以在我们的生活中干些什么。“主菜”部分是一些基础数学，这些是我们生长所需要的“蛋白质”。在“甜点”部分，我介绍了一些有趣的数学知识。最后的“餐后助消化”部分则是总结、致谢和参考资料。

大家不需要真的按照午餐的顺序按部就班地读这本书，可能从前面一个章节过渡到后面一个章节会更

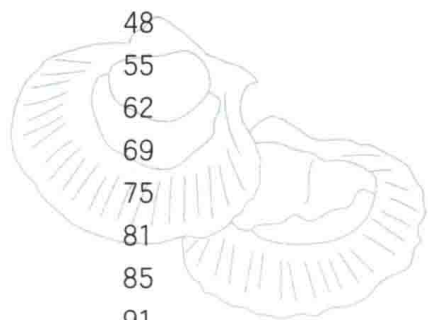
有层次，可以加深对不同论证的理解；也可以把最难的部分跳过，等到第二次阅读的时候再看。有时，我谈论的不仅仅是狭义上的数学。我想说的是，数学也是人类文化不可分割的一部分，而不是一个局外人。我想对那些把人文文化和科学文化区分开的人说，文化从来都不是相互独立的。那些这样认为的人可能本身就缺乏相应的文化知识吧。

毛里奇奥·科多尼奥



目录

头盘 一些跟数学有关的悖论	1
希尔伯特旅馆悖论	2
培里悖论	7
芝诺悖论	11
两败相遇必有一胜	16
蒙蒂·霍尔悖论	22
超级任务	28
说谎者悖论	33
为了少数票	38
副菜 现实生活中的数学	47
改头换面	48
齐夫定律和长尾效应	55
条形码及其检测	62
谣言是阵微风	69
蝴蝶效应	75
艰难的抉择	81
居住隔离和性别歧视	85
疫苗和群体免疫	91



主菜 | 基础数学 97

鸡兔同笼 98

世界各地的乘法 101

调和级数 107

皮克定理 112

斐波那契数列和黄金分割 121

心算 128

不要蒙答案 132

数学魔术 139

甜点 | 趣味数学 145

密铺多边形 146

买彩票的最佳时机 153

比萨定理 159

一年中哪天黑得最早 165

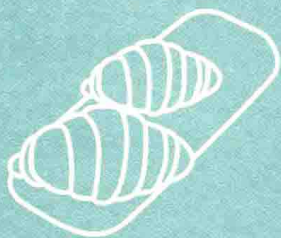
比尔·盖茨和翻煎饼难题 171

冰雹猜想 175

民意调查中的坑 179

共享知识 184

餐后助消化 | 191



头盘

一些跟数学有关的悖论

希尔伯特旅馆悖论

塔里悖论

芝诺悖论

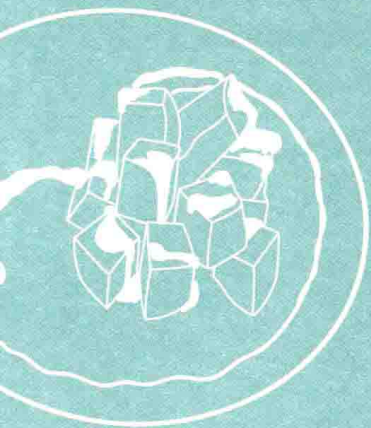
两败俱伤必有一胜

蒙席·霍尔悖论

超限任务

说谎者悖论

为了少数票



希尔伯特旅馆悖论

这个悖论源于伽利略。在《关于托勒密和哥白尼两大世界体系的对话》一书中，他经过初步观察之后发现：平方数肯定比自然数的数量要少。但是我们可以把每个平方数和其自然数一一对应起来，因此这两个集合所包含的元素应该是一样多的。在有着上千年历史的希腊哲学传统的影响下，伽利略得出的结论是没有人可以用无穷大的数字来解决数学问题，尽管他自己经常背离这个传统。随后，康托尔^①指出：“好吧，问题在哪儿呢？在处理无穷大的问题时，只需要改变一下规则就可以了。我们把能跟集合本身其中一部分对应起来的集合视为无穷大的集合就可以了。”对于认为数学只有唯一答案的人来说，改变规则可能会很奇怪。就像伊恩·斯图尔特^②先生所言，数学家们停止证明并不是因为这个

^① Cantor：德国数学家，集合论创始人。

^② Ian Stewart：英国数学教授，曾出版大量数学科普作品。

是不可能的，如果他们对这个证明感兴趣，他们会找各种方法使之变成可能。

然而，仅仅给出一个无穷大的定义是不够的，这个概念还得跨过科学界向公众进行普及。在这一点上，康托尔并不是一个我们今日所说的聪明的传播者。幸好，戴维·希尔伯特^①对这个很有兴趣，他不仅是19世纪末20世纪初最伟大的数学家之一，还是上流社会沙龙中的常客。希尔伯特在1924年的一次聚会上提出了一个特别的悖论；几十年后，乔治·伽莫夫^②使这个悖论走红，并将其命名为“希尔伯特旅馆悖论”，这个命名违背了当时数学发现不用发现者名字命名的规定。别担心，多亏了《特别的旅馆》(*The Extraordinary Hotel*)一书中的描写，里面或多或少遵循了这个规定。很多人认为这本书是斯坦尼斯拉夫·莱姆^③写的，但其实是由俄罗斯数学家瑙姆·雅科夫列维奇·维兰金^④写的。

好了，接下来让我们详细讲讲希尔伯特旅馆悖论

① David Hilbert：德国著名科学家。

② George Gamow:美籍俄裔物理学家。

③ Stanislaw Lem：波兰著名小说家和作家。

④ Naum Ya. Vilenkin:俄罗斯数学家。

吧！有一个美丽的度假胜地，这里的旅馆有一个独特之处：它有无数的房间，所有的房间都对应一个固定的数字。不巧的是，里面所有的房间都住满了，但是旅馆从来没有贴出过“房已住满”的告示。事实上，如果有一位新客人入住，那么旅馆就会安排他到1号房间，把1号房间原来的客人安排到2号房间（“我们理解您的不便，但我们向您保证，新房间将比现在这间更好！”）。2号房间的客人将被转到3号，3号到4号，直到 $n+1$ 号房间，这样每个人都有自己的房间。不用说，就算来的新客人有100万个，这种方法也适用。到了康托尔杯决赛这天，无数球迷涌进来，这个时候事情就有点复杂了，经理没办法把新客人安排到“无限大”号的房间里，因为无限大不是一个数字。不过经理是个很会变通的人，他把1号房间的客人安排到2号房间，把2号房间的客人安排到4号房间，以此类推，把 n 号房间的客人安排到 $2n$ 号房间，这样就把所有的奇数号房间空出来，只有偶数号房间住了客人，那么新来的球迷客人就能住到奇数号房间里。这样一来，除了换房间的麻烦和清洁费用变多以外，就没有其他烦人的事了。

还有其他的情况。希尔伯特旅馆属于一家连锁酒

店，这家连锁酒店有无数个像希尔伯特旅馆这样有无数房间的旅馆。为了节约成本，酒店决定关闭其他的有无数房间的旅馆，把所有客人都安排到希尔伯特旅馆。这个时候旅馆经理要怎么安排让无数个客人住进无数个房间呢？

我们可以选择最简单的一种方法，将住在 n 号房间的客人安排到 2^n 号房间里。然后给其他旅馆单独编一个编号（质数），那么 p 旅馆 n 号房间的客人在希尔伯特旅馆的房间的编号就是 $p \times 2^n$ 。由于因数分解定理的独特性，不会产生两个客人被安排到同一个房间的状况。唯一可能产生的状况是旅馆还剩下很多空房间，酒店的管理人员会继续抱怨资源浪费。不过旅馆经理很聪明，他设计了如图1所示的换房间路径。从希尔伯特旅馆开始对所有旅馆进行编号，希尔伯特旅馆为1号旅馆。每当需要安排房间时，则先按图中的方向进行移动。第一次安排房间，1号旅馆1号房间的客人保持不动，2号和3号房间的客人则分别被2号旅馆1号房间的客人和1号旅馆2号房间的客人所取代，2号旅馆1号房间空出。第二次安排房间，4~6号房间的客人则分别被1号旅馆3号房间的客人、2号旅馆2号房间的客人 and

3号旅馆1号房间的客人所取代，原来房间的客人则按方向进行移动；以此类推。客人也可以从图中看出自己该住哪个房间。

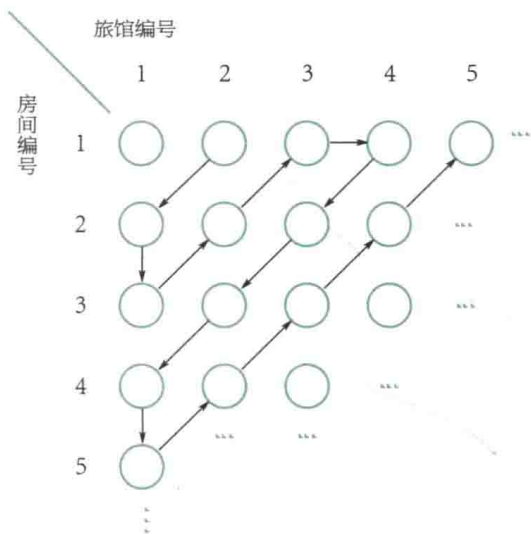


图1 希尔伯特旅馆房间的分配方式

但是可别以为能用这种方法接待所有类型的客人。如果来的客人是公司的代表，每个代表都有对应的公司表示，并且有独一无二的位置做区分，那么正如康托尔所言，这种情况下就没办法接待这些

客人了。他们得去用实数进行编号的连锁酒店而不是去用自然数编号的旅馆，似乎……总之，这些区别是无穷无尽的。

最后，我再介绍一个更加令人不安的悖论。在希尔伯特旅馆里有很严格的禁烟规定，不仅旅馆里面不允许吸烟，外面来的人也不允许把烟带进去。有一天晚上，1号房间的客人突然非常想吸烟，但是他没有烟，于是他去找2号房间的客人。2号房间的客人也没有烟，但是他也很想吸烟，所以去找3号房间的客人想要两支香烟，一支给自己，一支给1号房间的客人，以此类推，那么在 n 号房间的客人可以从 $n+1$ 号房间获得 n 支香烟，一支自己抽，另外的 $n-1$ 支给前面房间的客人，如此一来大家都能抽到烟，这是怎么做到的呢？

培里悖论

大家知道吗？所有的整数（更准确地说是正整数）都很有趣。这样的例子不胜枚举，真不知该说哪一个。