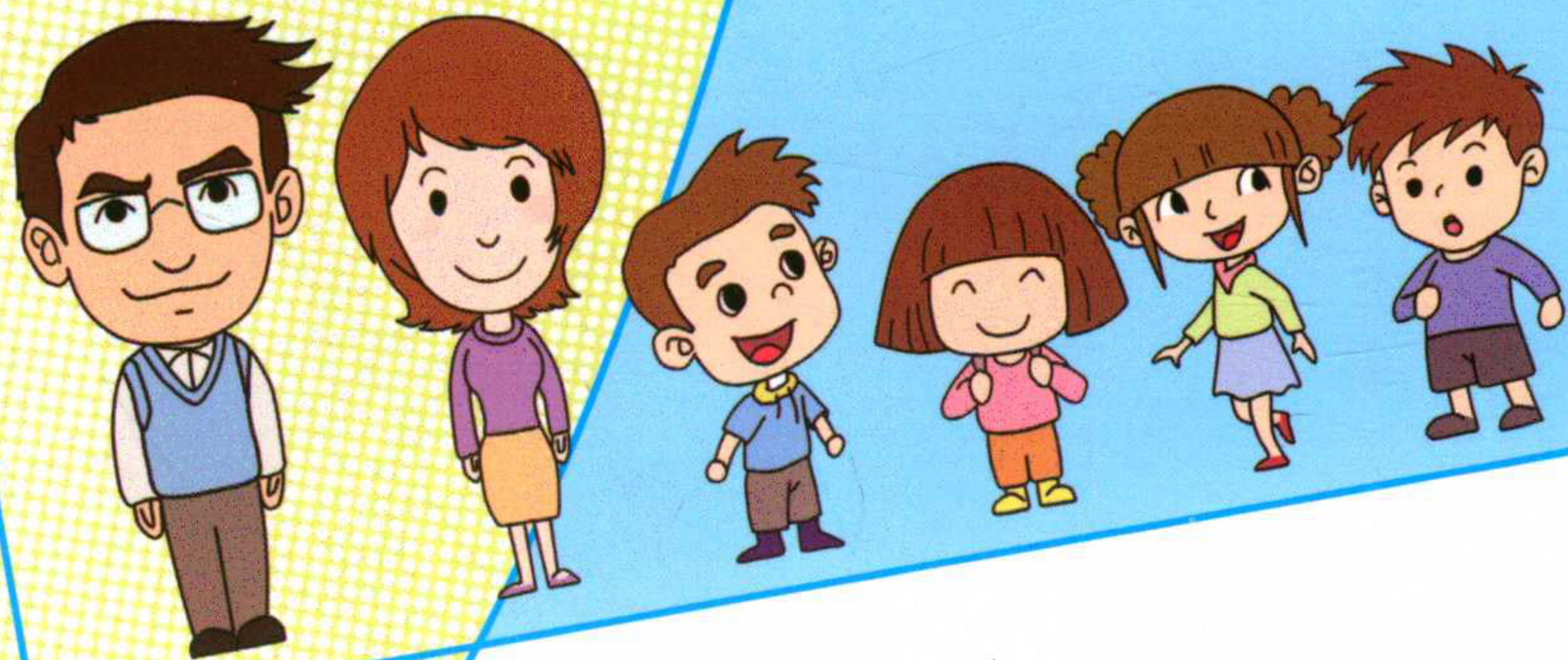




高等职业教育新形态一体化教材

主 编
刘兰明
张 莉
杨建法

高等 应用数学 基础



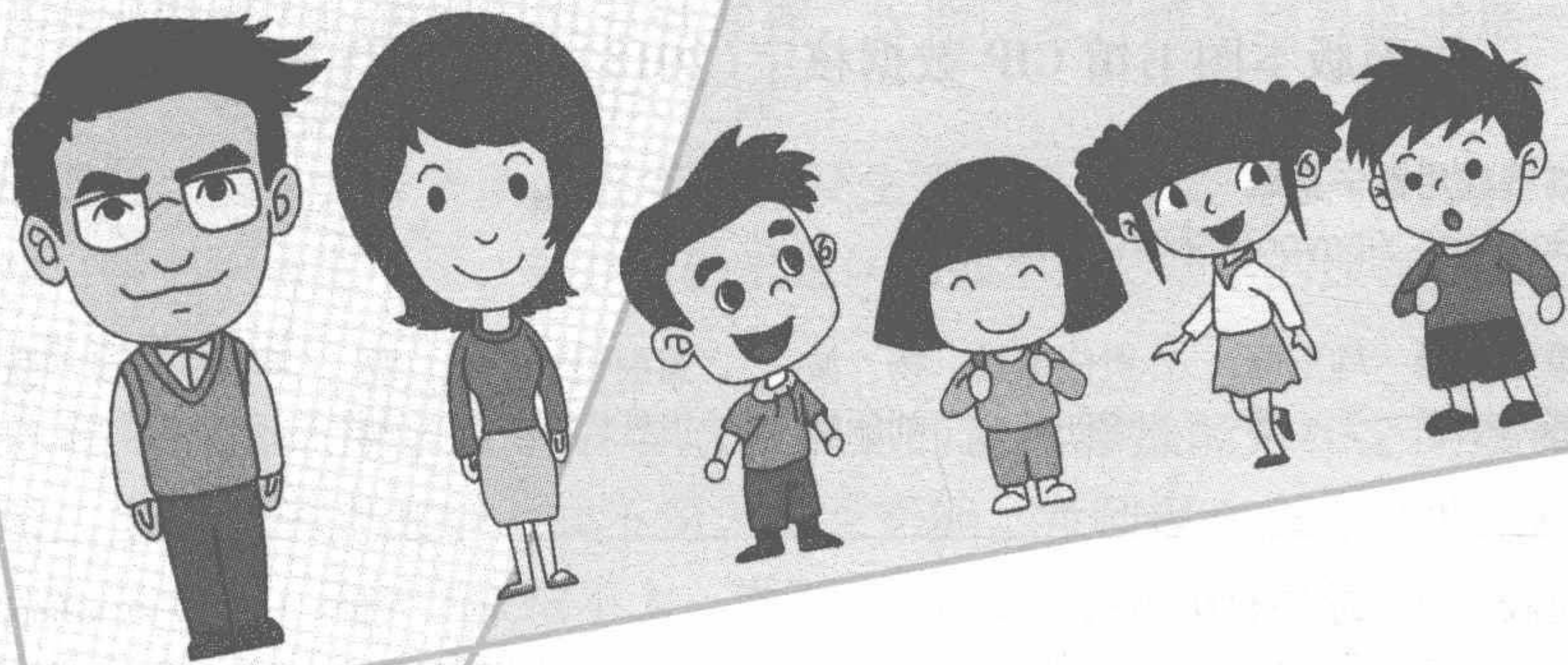
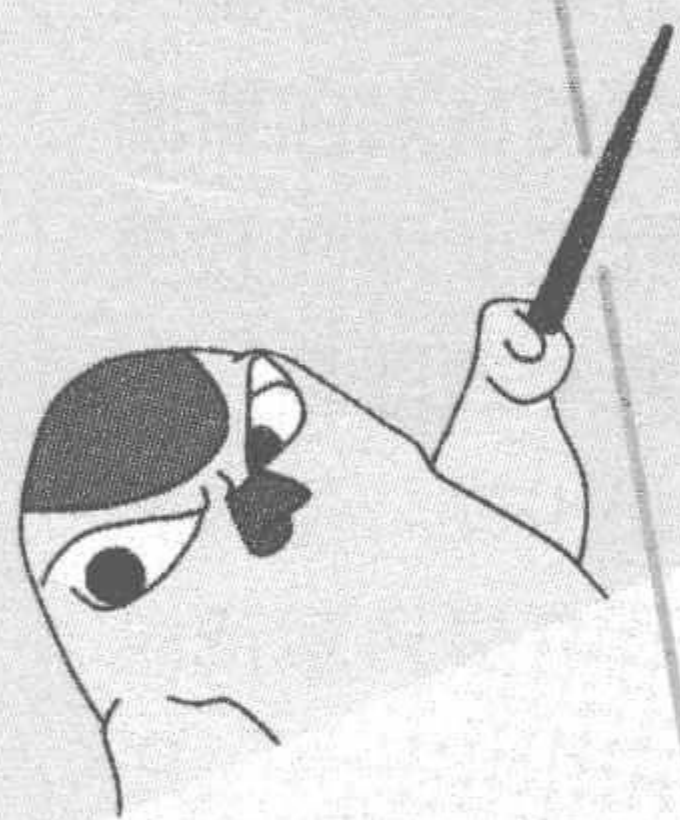
高等教育出版社

高等职业教育新形态一体化教材

● 主 编 刘兰明 张 莉 杨建法

● 副主编 付 苓 孙 静 赵 勇

高等 应用数学 基础



高等教育出版社·北京

内容提要

本书是按照教育部最新的有关公共基础课程改革和建设要求,本着“有趣、有用、有效”的原则,在拓展全国职业院校信息化教学大赛首个高职数学冠军成果后,开发的高职数学课程资源。其中,在全国首次创新开发出图文并茂、喜闻乐见的数学教材和系列数字化新形态新媒体资源。为教师提供了媒体素材丰富、教学设计巧妙、动画制作精良,融趣味性、可视性、时代性于一体的在线课程,大大降低了数学课的“教与学”的强度和难度。

本书将课程内容整合为五部分,包括函数初识、极限思想、导数及其应用、一元函数微积分及其应用和常微分方程初步。内容设计上引入故事创作理念,创设了人物角色,并以漫画图的形式贯穿始终,由简到难,层次分明;章节设计上按照职业教育的应用理念,从生活中无处不在的数学到新知内容的游学之旅,从拓展服务的数学应用到探秘多彩的数学文化,并将数学实验和数学建模融入各部分的教学之中。体例新颖,特色鲜明。较好地实现了兴趣与学习的统一,原理与应用的结合。

本书具有学生个体学习适应性强、服务专业需要适应性强的特点,因此可作为高职高专院校、成人高校及普通高校适用的基础数学应用教材,也可作为相关人员学习应用高等数学的参考书及培训用书。

本书使用者可通过扫描书中的二维码观看案例、知识点讲解视频、部分习题答案及提示。本书对应在线课程可在手机(APP)端和电脑(PC)端,实现学生线上自主学习、实现教师线上教学、管理和评价的需求。

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学基础 / 刘兰明, 张莉, 杨建法主编

—北京: 高等教育出版社, 2018. 8

ISBN 978-7-04-050210-7

I. ①高… II. ①刘… ②张… ③杨… III. ①应用数学-高等教育-教材 IV. ①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 171075 号

高等应用数学基础

Gaodeng Yingyong Shuxue Jichu

策划编辑 马玉珍 责任编辑 杨波 封面设计 姜磊 版式设计 张杰
插图绘制 于博 责任校对 刘丽娴 责任印制 田甜

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	北京宏伟双华印刷有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	11	版 次	2018 年 8 月第 1 版
字 数	210 千字	印 次	2018 年 8 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	24.50 元
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 50210-00

前 言

中共中央办公厅、国务院办公厅印发《关于深化教育体制机制改革的意见》，《教育部关于职业院校专业人才培养方案制定工作的指导意见》、教育部办公厅关于做好《高等职业学校专业教学标准》修（制）订工作的通知，都要求加强和改进公共基础课教学，严格教学管理。公共基础课总学时一般不少于总学时的25%，各学校必须保证学生修完公共基础必修课程的内容和总学时数。高职院校应按照教育部相关要求，充分发挥公共基础课的教育功能，规范公共基础课课程设计和教学实施，为学生实现更高质量的就业和更好的职业生涯发展奠定基础。

高职数学课程对于学生认识数学与自然界、数学与人类社会的关系，认识科学的科学价值、文化价值，提高提出问题、分析和解决问题的能力，形成理性思维，发展智力和创新意识具有基础性的作用。该课程有助于学生认识数学的应用价值，增强应用数学意识，形成解决实际问题的能力。

高职数学作为高等职业教育一门重要公共基础课程，长期以来并越来越表现出是一门令人“又爱又恨”的课程，可以说有以下“四大之最”：

一是学生最难学的课程。由于生源素质的逐年变化及生源水平的参差不齐，再加上有些学生学习能力下降、学习积极性不足，导致有些学生认为数学是最难学的课程，成为“小挂”“大挂”人数最多的课程。

二是教师最难教的课程。由于数学教学需要培养学生的逻辑思维能力和空间想象力，教学难度相对较高。受学时限制和线上线下资源匮乏影响，老师担心内容讲少了发挥作用不够，讲多了时间不允许，又恐学生跟不上、学不会，因而有时会使教师感到无所适从、流于形式，甚至得过且过、不得已而为之。

三是课改最艰难的课程。最近十年，高职教育教学改革整体走在传统普通高等教育和职业教育的前列。在培养模式、教学模式、课程模式、专业建设等方面都探索并形成许多成果，强化了高职教育特色、提高了人才培养质量。比较而言，数学的教学理念相对滞后、教学资源开发不足、教学方法改革欠佳，影响了对数学课程的认知和运用。

四是现实最需要的课程。设置高职数学课程是培养学生科学素养的需要，是学生高质量完成专业课程学习的需要，是实现学生全面发展和可持续发展的需要。不少高职院校技能至上的工具主义论调甚嚣尘上，导致学生在校期间缺少必要的基本理性的训练。数学起码可让学生认识到“有因为，才有所以”的基本理性和逻辑，而不是说怎样就怎样，这对学生会做事和学会做人都有益处。

针对以上“四最”情况，我们开发了最现代、最全面、最实用的开放式《高等应用》课程资源，其中重要资源之一就是创新性的数字化新形态新媒体教材。这些资源为在线学习者提供了媒体素材丰富、教学设计巧妙、动画制作精良，有很强趣味性、可视性、时代性的在线课程，力争做到“有趣、有用、有效”。本课程可以满足学生线上独立学习或学校线上、线下相结合的混合式教学模式开展的需求。

该资源（教材）有如下特点：

一是明确理念。高职教育是既重视教会学生做事，又重视教会学生做人的教育。数学既要体现为专业学习服务的显性工具性价值，也要体现能提高科学素养、助力学生发展后劲的隐形人本性价值。数学无论在教材等教学资源开发，还是在课堂教学组织管理方面，都应兼顾教书育人的职责，注重提升学生综合素养。

二是突出创新。在数学教材及资源开发中，力求打破传统数学教材开发定式，开发出适应 O2O（线上线下）学习需要的立体化数字化数学资源。在教学组织实施上，每章内容都满足便于揭开数学神秘面纱，便于翻转课堂的实施，有利于学习者线上线下学习的要求。整个教材体现以学生为主体、教学做一体及沟通表达、团队精神的职业素养的养成教育。

三是增强趣味。兴趣是学生最好的老师，兴趣能提升学生学习自信心，也能降低教师的教学难度。为此，书中引入故事创作理念，创设了导游（教师）、游客（学生）、解说员（导向鸟）人物贯彻始终。每章通过设立“无处不在×××、××之旅、拓展服务区、数学文化 show”四个模块展开具体教学内容，体现数学从生活来、到生活中去的特点，打破数学的神秘感，拉近与学习者的距离。在××之旅里面相对抽象的内容中，把原来不同章节的学习内容当成一个个景点，通过游客、导游的角色互动开展学习。

四是强化功能。为专业学习服务的工具性是高职数学的重要功能。“高等应用数学基础”的前导课程是初等数学，在高职不同专业中有不同的后继课程，高职数学可为后继专业课程提供必不可少的数学基础知识和常用的数学方法。本书按照将复杂问题简单化目标开发了适应 O2O 学习的培养高职相关专业学生数学能力及数学素养的数学资源公共平台。

该组合教材是教育理念创新、数学教学创新、信息技术创新和师生协同创新的产物，旨在为师生提供适应互联网+时代特点、适应千禧后学生需要的线上线下教学需要的一体化新形态组合教材。尽管我们最大限度地注重了针对性和适应性的统一，但难免有不当之处，也希望数学战线各位同仁能随时交流探讨，以期协同分享、合作共赢，共同推进数学课程改革和建设，彰显数学教育在人才培养中的价值！

感谢教育部职业院校教育类专业教学指导委员会专家同仁的指导帮助！

刘兰明

2018年6月

联系方式



目 录

第一章 架起现实和数学的桥梁——函数初识

1

视频导入：披萨店里的故事	1
一、无处不在的函数	2
1. 你听说过这样的实际问题吗?	2
2. 解决函数，提前预告	5
二、函数之旅	8
1. 函数从哪里来，到哪里去	8
2. 巧归类，识变形	11
3. 拨开云雾见函数	20
三、拓展服务区	22
1. 软件服务	22
2. 建模体验	25
3. 重要技能备忘录	27
4. “E” 随行	27
四、数学文化 show：趣味“函数”摄影	28

第二章 化无形为可见，化潜能为无限——极限思想

31

视频导入：古人的智慧——圆的面积	31
一、无处不在的极限	32
1. 你听说过这样的实际问题吗?	32
2. 解决极限，提前预告	35
二、极限之旅	38

1. 数列到函数的极限进化	38
2. 极限计算准则及函数的连续性	44
3. 拨开云雾见极限	54
三、拓展服务区	56
1. 软件服务	56
2. 建模体验	59
3. 重要技能备忘录	61
4. “E” 随行	61
四、数学文化 show: 虽然无形, 但可接近——极限思想的重要性	62

第三章 变化趋势的判断, 优化设计的基础——导数及其应用 65

视频导入: 交通隐形杀手——内轮差	65
一、无处不在的导数	66
1. 你听说过这样的实际问题吗?	66
2. 解决导数, 提前预告	70
二、导数之旅	73
1. 分析变化识导数	73
2. 简化出秘籍, 变形助通关	77
3. 拨开云雾见导数	82
三、拓展服务区	96
1. 软件服务	96
2. 建模体验	97
3. 重要技能备忘录	100
4. “E” 随行	101
四、数学文化 show: 英雄出世, 谁与争锋——法国最有成就的 数学家拉格朗日	102

第四章 变化的累积, 量到质的飞越——一元函数的积分及其应用 103

视频导入: 倾斜卧式储油罐容积	103
一、无处不在的积分	104
1. 你听说过这样的实际问题吗?	104
2. 解决积分, 提前预告	107
二、积分之旅	110

1. 积分之“定”与“不定”	110
2. 助力积分的必备法宝	116
3. 拨开云雾见积分	127
三、拓展服务区	132
1. 软件服务	132
2. 建模体验	134
3. 重要技能备忘录	136
4. “E” 随行	138
四、数学文化 show: 莱布尼茨与微积分	140

第五章 穿越时空：抓住事物变化的规律——常微分方程初步 141

视频导入：外星世界，我来啦	141
一、无处不在的微分方程	142
1. 你听说过这样的实际问题吗？	142
2. 解决微分方程，提前预告	145
二、微分方程之旅	148
1. 独上微分高楼，认识微分方程	148
2. 望闻问切类型，求解微分方程	152
3. 众里寻他特征，建立微分方程	156
三、拓展服务区	158
1. 软件服务	158
2. 建模体验	160
3. 重要技能备忘录	162
4. “E” 随行	163
四、数学文化 show: 常微分方程简介	164

参考文献 165

部分习题答案与提示 166

高等数学公式大全 166



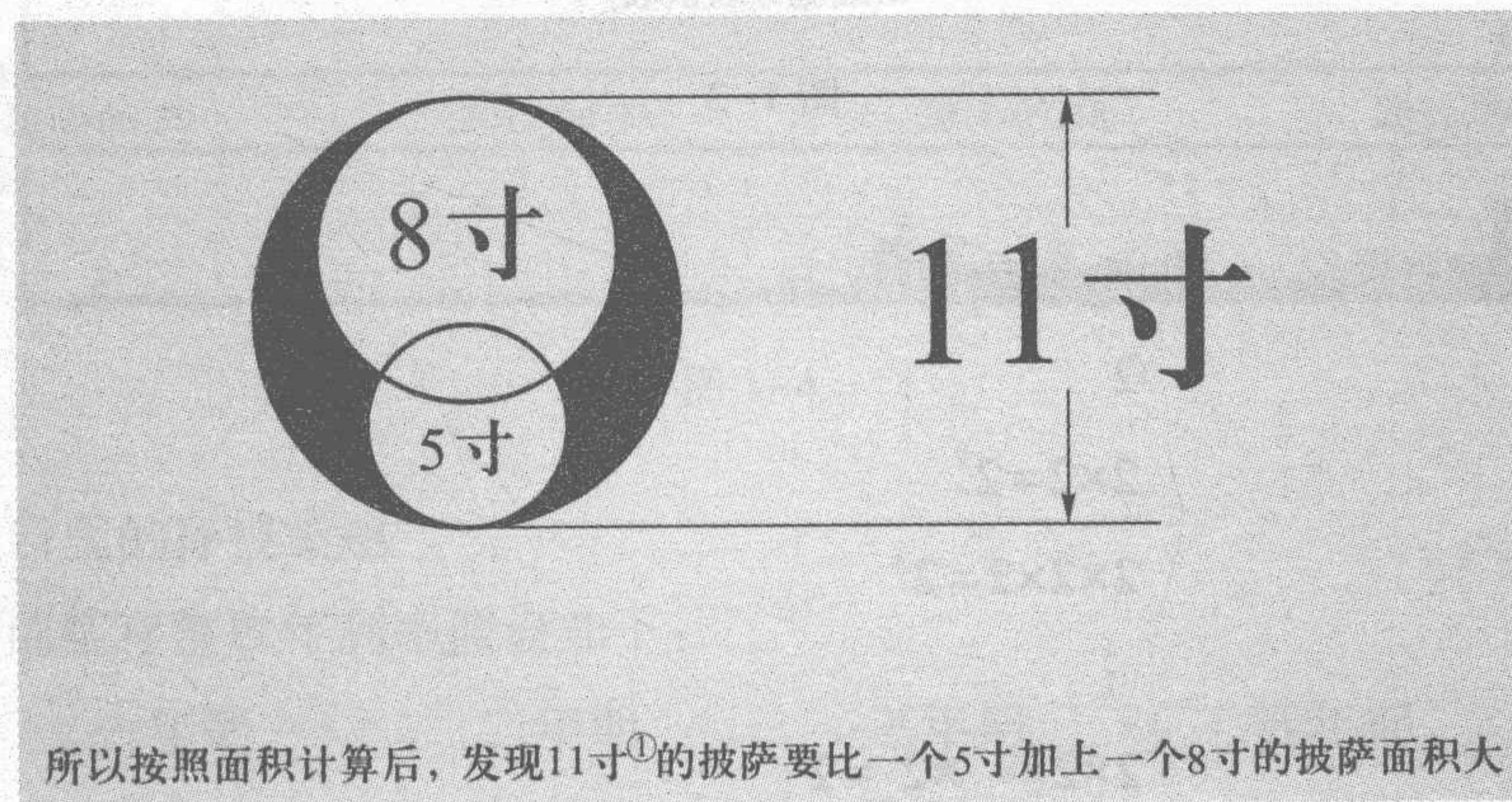
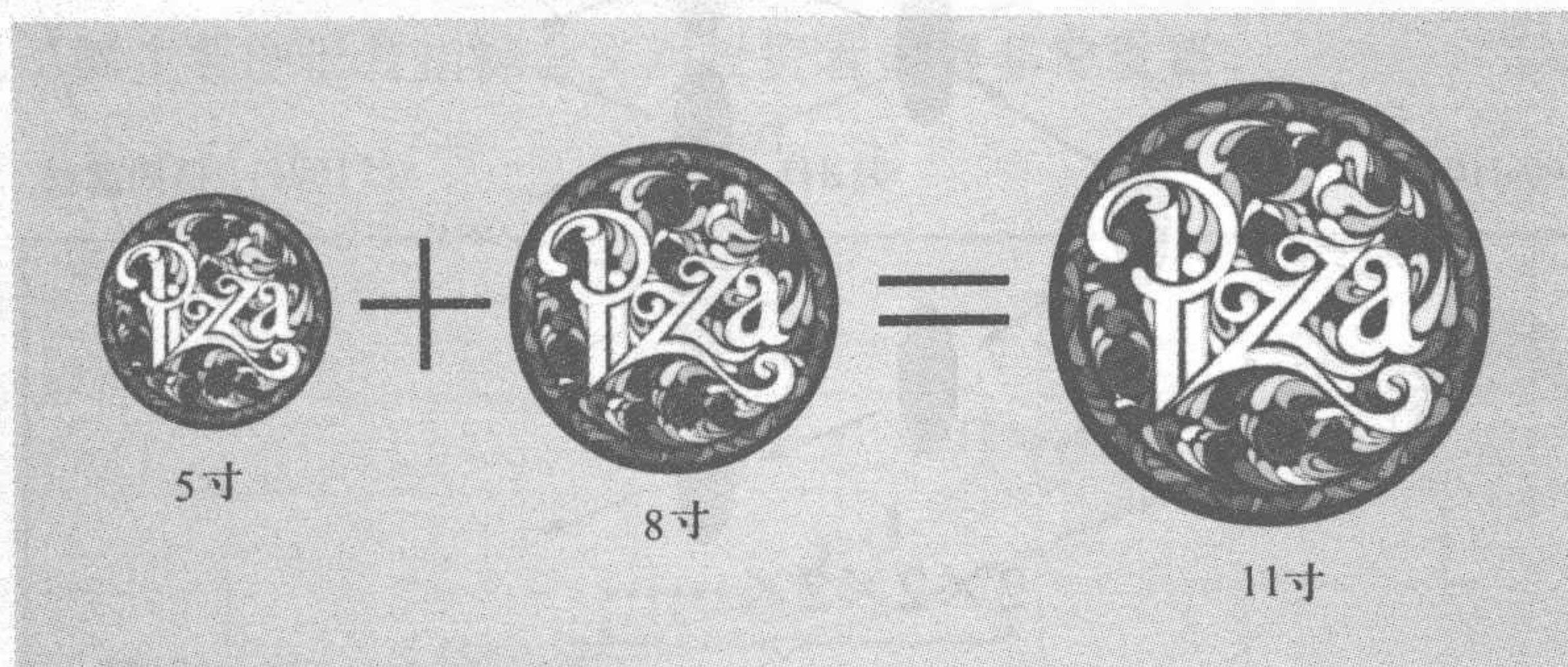
本章介绍

视频导入：披萨店里的故事

函数意识在生活中是无处不在的，比如我们经常去吃披萨（pizza），接下来有一群小伙伴也去吃披萨，遇到了一个小问题，看看大家会怎么想呢（见图 1-1）？



本章导入



所以按照面积计算后，发现11寸^①的披萨要比一个5寸加上一个8寸的披萨面积大

图 1-1

① 这里寸指的是英寸，1 in（英寸）= 2.54 cm.

一、无处不在的函数

1. 你听说过这样的实际问题吗?

细胞分裂时能体现什么样的函数模型? 小朋友玩的纸飞机的飞行路线是什么函数图像? 去银行存钱如果想获得最大收益需要有什么样的数学知识? 检查身体时心电图又是什么函数图像? 总之生活中到处都有着函数存在.

(1) 动态的细胞们是如何成长呢

某种细胞分裂时, 由 1 个分裂成 2 个, 2 个分裂成 4 个, 1 个这样的细胞分裂 x 次后, 得到的细胞的个数 y 与 x 之间的关系是什么 (见图 1-2)?

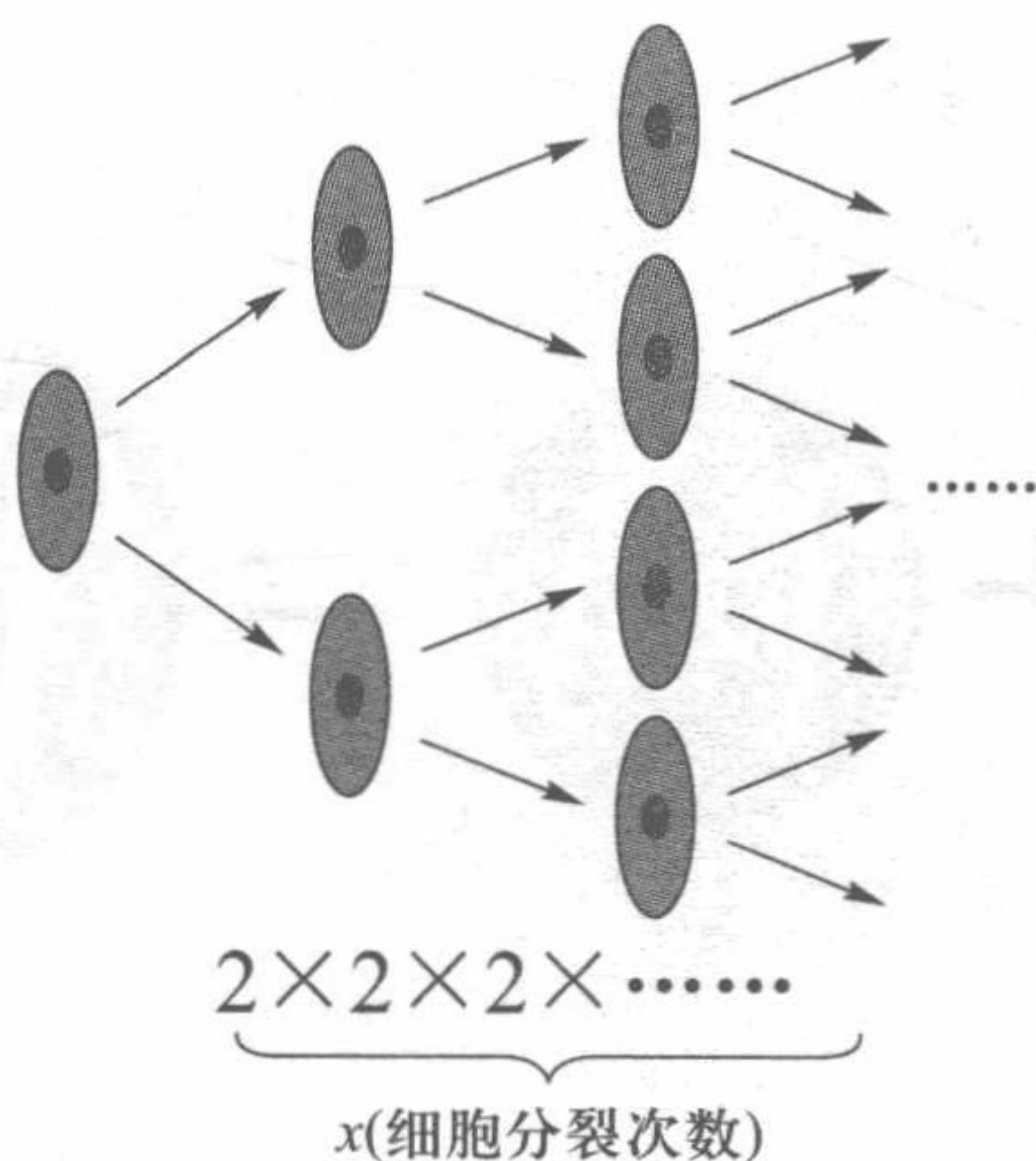


图 1-2

分裂次数	细胞个数
1	2
2	$2 \times 2 = 2^2$
3	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$
\vdots	\vdots
x	$2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^x$

根据以上的数据可以得到细胞的分裂次数 x 与细胞个数 y 函数关系式:

$$y = 2^x.$$

(2) 纸飞机的飞行路线

小时候玩过的纸飞机, 能勾起多少人儿时的回忆呀! 在回忆中, 我们是否注意到纸飞机的飞行路线呢 (见图 1-3)?

请大家分析一下, 这种飞行路线产生的原理及图形的走势?

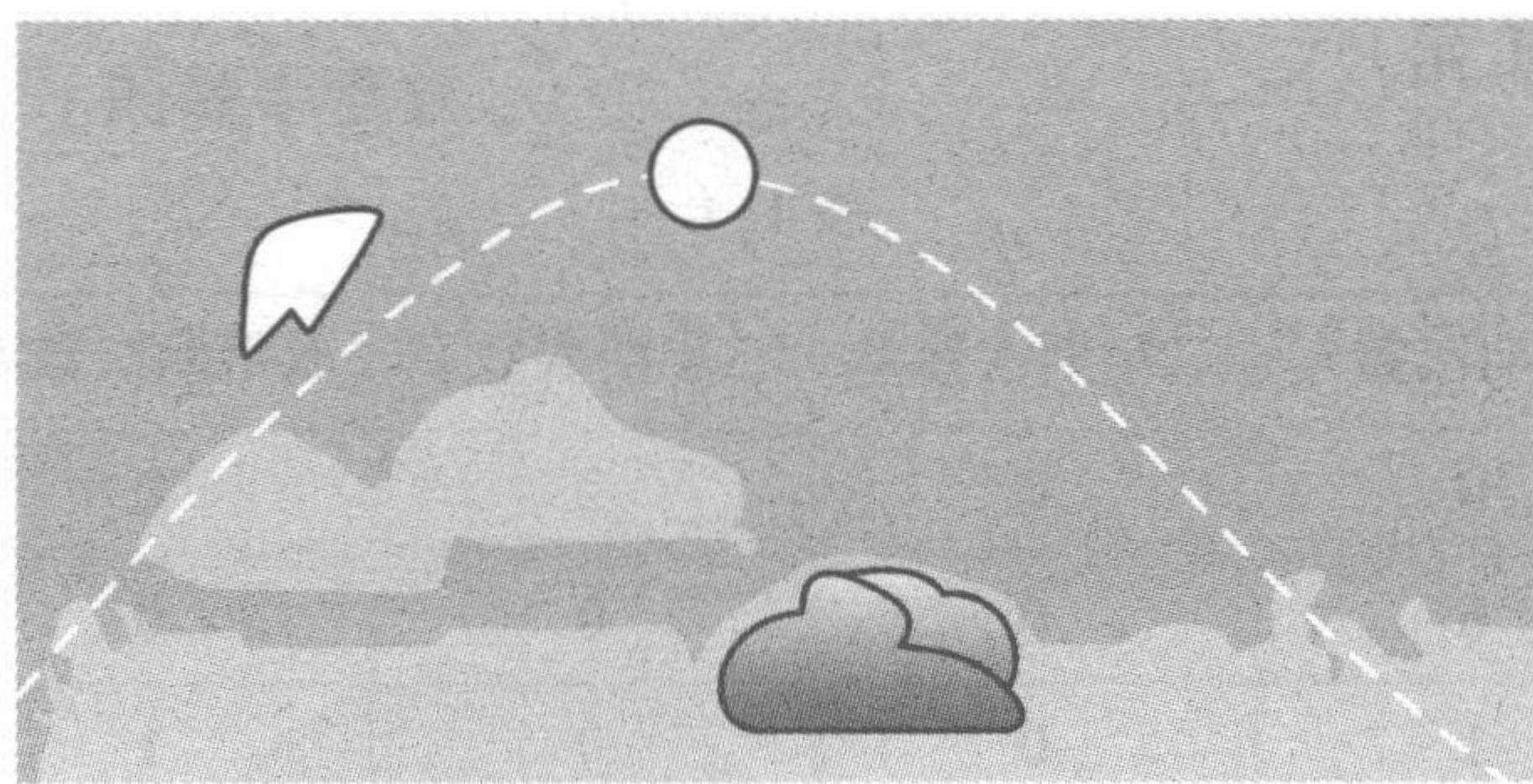


图 1-3

(3) 股票交易大厅里的智商曲线

目前，我国券商绝大部分都使用的是乾隆电脑软件有限公司提供的钱龙动态分析系统向投资者揭示股票行情的，投资者在股市进行股票交易时，阅读行情通常是通过看大盘即时走势图和个股即时走势图实现的（见图 1-4（本图出自 Baidu 网络图库）），所以了解主要图形及指标含义对投资者显得非常重要。

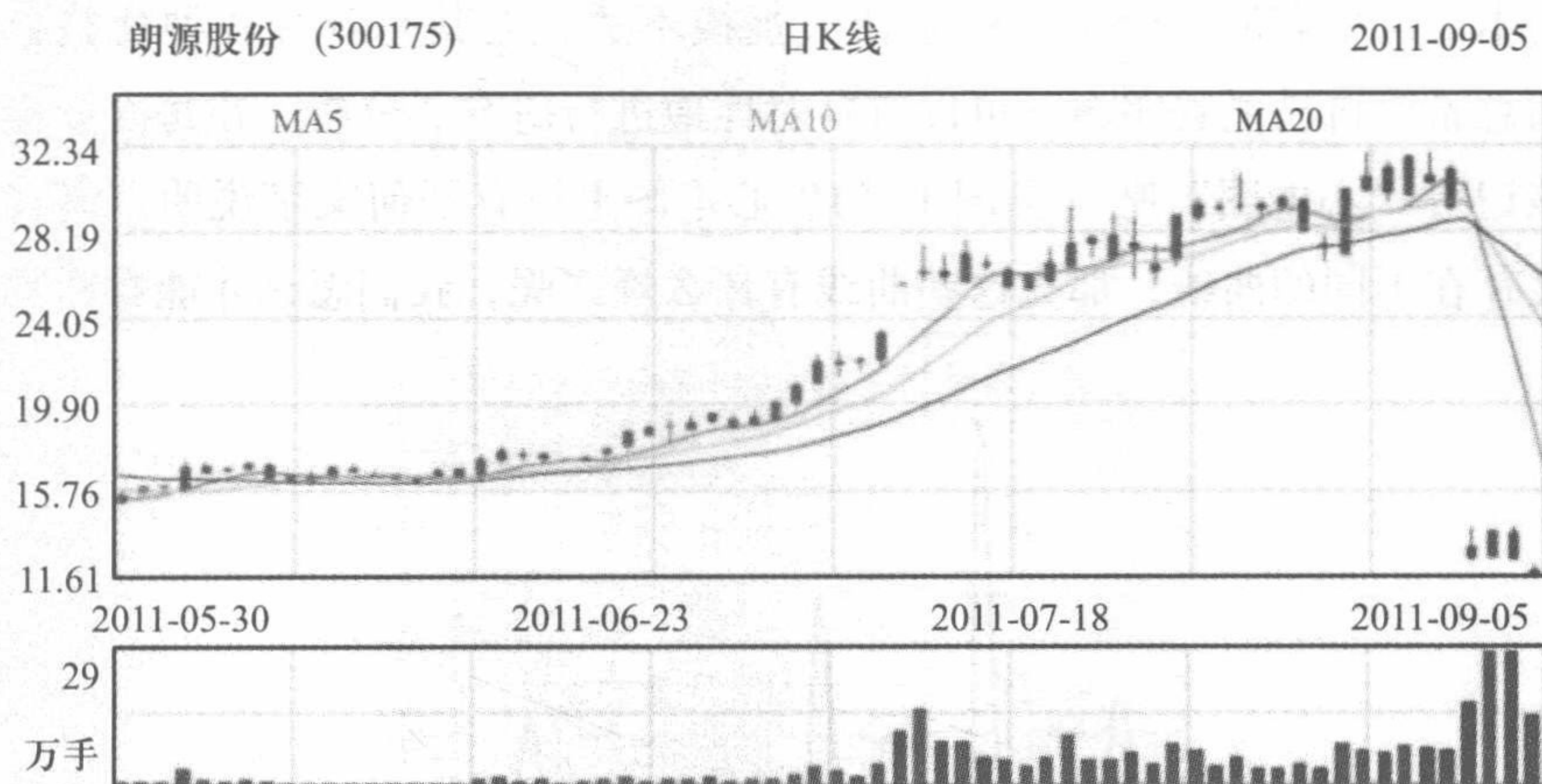


图 1-4

(4) 银行里的存钱策略

某银行的整存整取年利率假设如下：

一年期	二年期	三年期	五年期
5.67%	5.94%	6.21%	6.66%

你刚刚毕业，工作两个月攒下 1 万元，准备 6 年后使用，若此期间利率不变，问用怎样的存款方案，可使 6 年所获收益最大？最大收益是多少？

收益

$$P = x_0(1+r_1)^{k_1}(1+2r_2)^{k_2}(1+3r_3)^{k_3}(1+5r_5)^{k_5} - x_0,$$

其中， x_0 为本金， r_i 为 i 年期利率， $i=1,2,3,5$ ， k_i 为 i 年期利率出现的次数。分别带入各参数得出结果见表 1-1，比较所得结果，可知存 1 年期和 5 年期各存一次时，收

益最大，为 4085.81 元。

表 1-1

	一年期次数 k_1	二年期次数 k_2	三年期次数 k_3	五年期次数 k_5	收 益
存款方式	0	0	2	0	3470.76
	6	0	0	0	3922.28
	1	0	0	1	4085.81
	1	1	1	0	4024.87
	2	2	0	0	3976.82
	3	0	1	0	3997.47
	4	1	0	0	3949.52
	0	3	0	0	4004.17

(5) 读懂自己的心电图

病历本上医生们的记录永远都是让人捉摸不透，尤其是看着各种化验单据、报告，我们总希望自己能看明白，可以有针对性地进行研究、分析。在每次体检中，大家都应该记得“心电图”吧（见图 1-5）？心电图上没有任何文字说明，只有一群看似相同又存在不同的曲线，那么这些曲线有什么规律呢，我们怎么才能看懂呢？

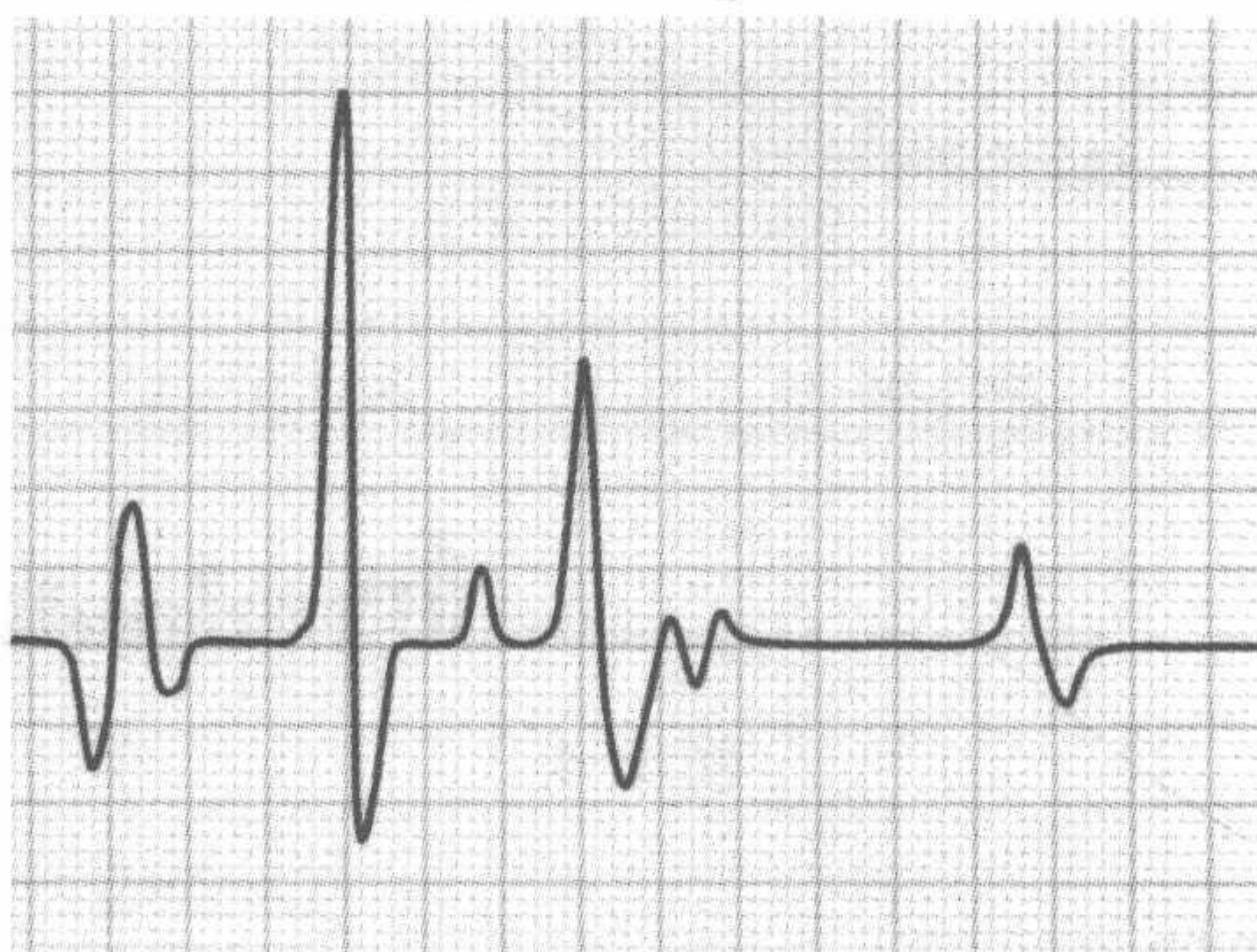


图 1-5

(6) 消费者的理想选择：电话费用的计算

某地区住宅电话收费标准：接通后 3 分钟内（含 3 分钟）收费 0.20 元。以后每分钟（不足一分钟按一分钟计）收费 0.10 元，如果一次通话 t 分钟，写出通话费 y 元关于通话时间 t 的函数关系式。

大家想想自己打电话时是否遇到这样的问题呢？我们试着去分析一下，看是否可以通过调整打电话的时间来节约电话费呢？

$$y = \begin{cases} 0.2, & 0 < t \leq 3, \\ 0.2 + 0.1 \{t-3\}, & t > 3, \end{cases}$$

其中 $\{t\}$ 表示不小于 t 的最小整数。



这样的问题在解决的过程中都需要用到函数的思想和方法的！思考一下如何解释下面这些实际问题（见图 1-6）？

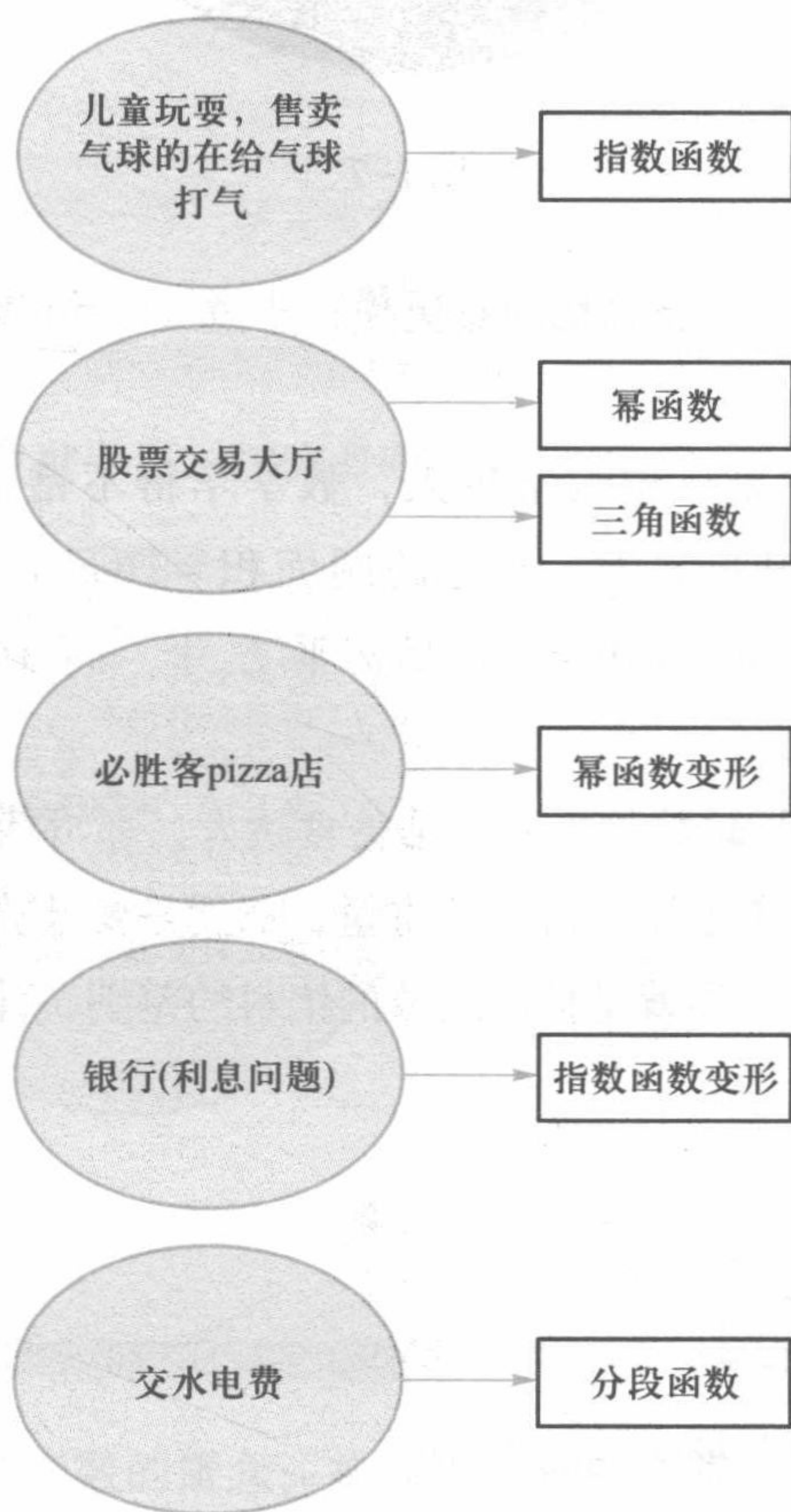


图 1-6

知识记忆区

基本初等函数：

指数函数、幂函数、对数函数、三角函数、反三角函数

2. 解决函数，提前预告

(1) 看看披萨店里的故事吧

情境：有一天你去披萨店点了一个 11 寸披萨，服务员告诉你 11 寸的披萨没有了，询问你是否同意用 5 寸和 8 寸的披萨换一个 11 寸的，你的决定是什么？换或者不换？

披萨烤盘的对比图（见图 1-7）：6 寸、7 寸、8 寸、9 寸、10 寸。



图 1-7

可能结果 1: 你可能会美滋滋地同意更换, 毕竟 $5+8=13>11$, 一个变成两个, 我赚到了, 换!

可能结果 2: 恰巧你是一位数学牛人, 数学学得不错, 圆的面积公式没有忘记, 于是你拿出笔和纸开始计算, 8 寸的圆面积 = 16π 平方寸, 5 寸圆的面积 = 6.25π 平方寸, 11 寸圆的面积 = 30.25π 平方寸, 而 $16\pi+6.25\pi=22.25\pi<30.25\pi$. 我亏了, 不换!

可能结果 3: 如果你既是数学牛人又是美食达人, 那可能就要多方面考虑, 只考虑面积是不行的, 关键要考虑披萨饼胚的重量, 那就是要计算披萨的体积了. 另外你知道还有一个因素要考虑, 那就是披萨上放的馅料的差别, 计算……? 你混乱了. 换 or 不换?



别着急, 慢慢思考, 仔细计算吧.

(2) 一起揭开“函数”神秘的面纱

函数的必要性:

生活中无处不在的数学既让人头疼, 又让人欢喜. 头疼是因为它太难了, 无数的符号、公式让人望而却步. 但它有时候又让人念念不忘, 有了它, 可以摆脱窘境, 获得利益. 所以我们应该掌握一些数学知识.

如果当我们购物、租赁汽车、家庭理财时, 经营者为达到宣传、促销或其他目的, 往往会为我们提供两种或多种付款方案或优惠办法. 这时我们应三思而行, 深入发掘自己头脑中的函数知识——一次函数, 建立一次函数模型, 求出各种方案下对应的函数值, 进行比较做出明智的选择. 我们切不可盲目选择, 以免上了商家设下的小圈套, 吃了眼前亏.

如果一个企业进行养殖、造林绿化、产品制造及其他大规模生产时, 其利润随投资的变化关系一般可用幂函数、指数函数、三角函数表示. 根据实际情况建立合理的数学模型, 企业经营者可以依据对应函数的性质、图像特点及函数最值等知识来预测

企业发展和项目开发的前景。

函数从不同角度反映了自然界中变量与变量间的依存关系，因此函数知识是与生产实践及生活实际密切相关的。要掌握细胞的分裂情况，看懂股票的走势图，计算银行存款的利息，正确选取手机费用的套餐，这些问题都涉及一些重要的函数：幂函数、指数函数、三角函数、分段函数等。所以我们要来认真学习这些函数，掌握它们的概念、运算、图像和性质。



所以我们要来认真学一学，学完本章后，数学的智慧之手使你能力大增，你也可以炫耀一下自己的本领，和朋友们一起聚会吃披萨吧！

现在我们就进入函数世界里一探究竟吧（见图 1-8）。



图 1-8

导游示意图

在本章中我们将学习函数的概念；基本初等函数的概念、性质和图像及运算；复合函数的概念和运算；利用函数解决实际问题（见图 1-9）。

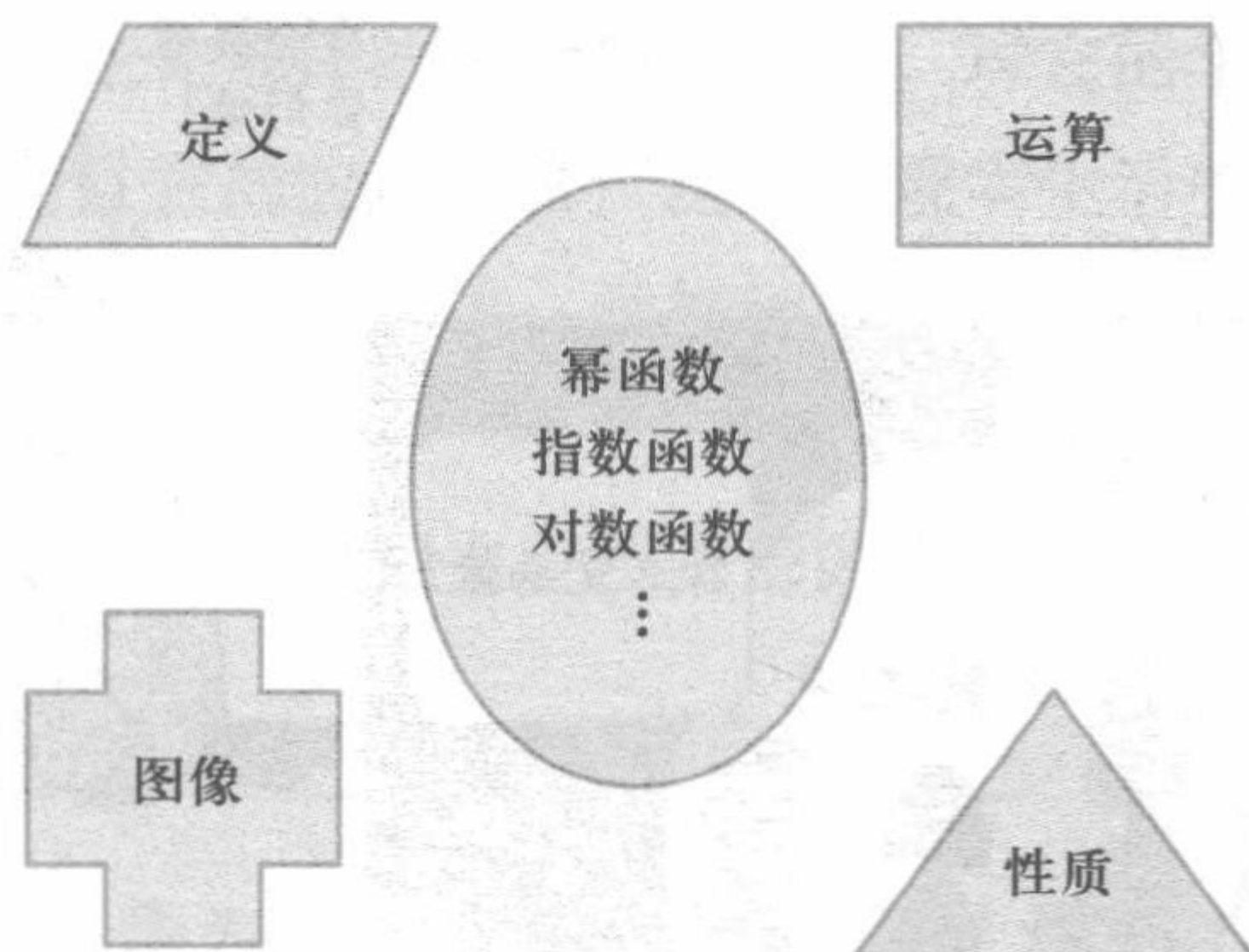


图 1-9

二、函数之旅

1. 函数从哪里来，到哪里去

见图 1-10.

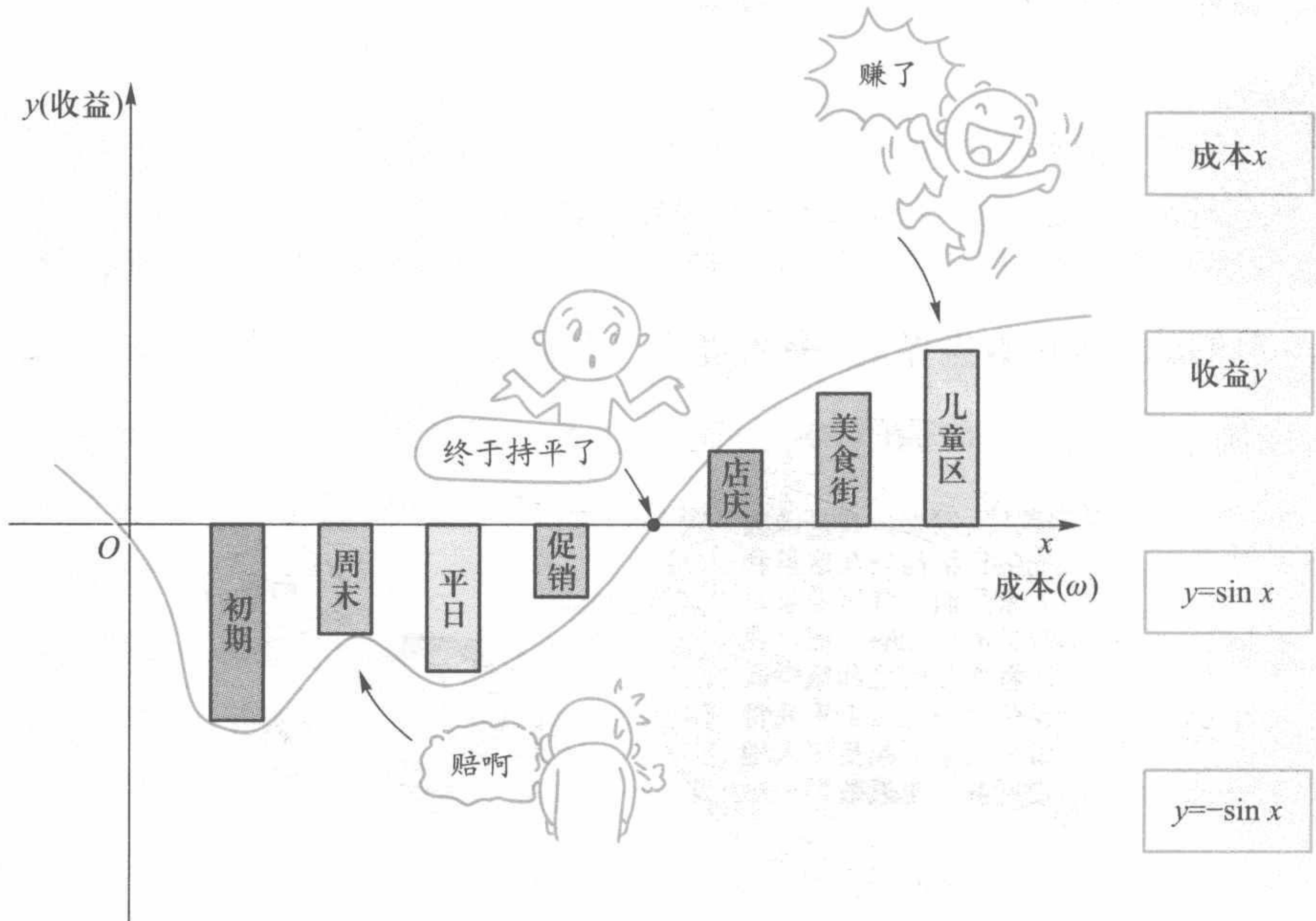


图 1-10



认识“函数”

我们现在就来学习函数的概念，学习助手会帮助你（见图 1-11）。



函数初识



图 1-11

(1) 一起来看看函数是如何定义的吧

函数的定义 如果当变量 x 在其变化范围内任意取定一个数值时，变量 y 按照一定的法则 f 总有确定的唯一数值与它对应，则称 y 是 x 的函数。变量 x 的变化范围叫作这个函数的定义域。通常 x 叫作自变量， y 叫作函数值（或因变量），变量 y 的变化范围叫作这个函数的值域。

注：为了表明 y 是 x 的函数，我们用记号 $y=f(x)$ ， $y=g(x)$ 等来表示。

(2) 思考一下有没有相等的函数呢

由函数的定义可知，一个函数的构成要素为：定义域、对应关系和值域；同时，值域又是由定义域和对应关系决定的，因此有

判断法则 若两个函数相等，则需判定其定义域和对应关系完全一致。

例 下列哪个函数与 $y=x$ 相同（ ）。

- A. $y=|x|$ B. $y=\sqrt{x^2}$ C. $y=(\sqrt{x})^2$ D. $y=t$

分析 考虑四个函数的定义域和对应关系，

- A. 对应关系不一致，定义域一致为 \mathbf{R} （实数集）；
 B. 对应关系不一致，定义域一致为 \mathbf{R} （实数集）；
 C. 对应关系一致，定义域不一致；
 D. 对应关系一致，定义域一致。

变式 1 下列函数中哪个与函数 $y=\sqrt{-2x^3}$ 相同（ ）。

- A. $y=x\sqrt{-2x}$ B. $y=-x\sqrt{-2x}$ C. $y=-x\sqrt{-2x^3}$ D. $y=x^2\sqrt{\frac{-2}{x}}$

变式 2 下列各组函数表示相等函数的是（ ）。

- A. $y=\frac{x^2-9}{x-3}$ 与 $y=x+3$ B. $y=\sqrt{x^2}-1$ 与 $y=x-1$

(3) 一起看看函数的实用性吧

函数是研究现实世界变化规律的一个重要模型，对它的学习一直是初中阶段数学学习的一个重要内容，而且它的应用非常广泛，如现实生活中的手机交费问题、电话费问题、出租车问题、个人纳税问题等。学好函数可以帮助人们解决许多问题，所以学习函数的意义非常重大。

例如，函数的单调性——可以用来分析图形的走势。



让我们通过下面的漫画图示分析实际问题，加深一下印象吧！

以图 1-12 的趣味问题为例，从图中能够得出什么结论呢，让我们畅所欲言吧！