

应用型本科 机电类专业“十三五”规划教材

材料力学

主 编 王化更 吴懋亮
副主编 王 昊 纪冬梅 王道累

- 内容新颖：新知识、新技术、新工艺
- 特色鲜明：突出“应用、实践、创新”
- 定位准确：面向工程技术型人才培养
- 质量上乘：应用型本科专家全力打造



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

应用型本科 机电类专业“十三五”规划教材

材 料 力 学

主 编 王化更 吴懋亮
副主编 王 昊 纪冬梅 王道累

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书是根据高等工科院校“材料力学”课程教学基本要求,依据材料力学课程教学大纲的内容和要求编写的。全书共 14 章,包括绪论,拉伸、压缩与剪切,扭转,平面图形的几何性质,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形,应力、应变分析和强度理论,组合变形杆件的应力分析和强度计算,压杆稳定,动载荷,交变应力,能量原理及其应用,超静定结构等。本书在内容及编排上遵从由浅入深、循序渐进的原则,力求结构严谨,重点突出,简明易学。此外,书中还编入了一定数量的例题和习题,供读者学习选用。

本书可作为高等院校工科各专业材料力学课程的教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/王化更,吴懋亮主编. —西安:西安电子科技大学出版社,2017.8(2018.5重印)

ISBN 978-7-5606-4478-3

I. ① 材… II. ① 王… ② 吴… III. ① 材料力学 IV. ① TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 104730 号

策划编辑 马晓娟

责任编辑 唐小玉 阎 彬

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西华沐印刷科技有限责任公司

版 次 2017 年 8 月第 1 版 2018 年 5 月第 2 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 21.5

字 数 508 千字

印 数 301~2300 册

定 价 44.00 元

ISBN 978-7-5606-4478-3/TB

XDUP 4770001-2

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

应用型本科 机电类专业系列教材

编审专家委员会名单

主任：张 杰(南京工程学院机械工程学院 院长/教授)

副主任：杨龙兴(江苏理工学院 机械工程学院 院长/教授)

张晓东(皖西学院机电学院 院长/教授)

陈 南(三江学院 机械学院 院长/教授)

花国然(南通大学 机械工程学院 副院长/教授)

杨 莉(常熟理工学院 机械工程学院 副院长/教授)

成 员：(按姓氏拼音排列)

陈劲松(淮海工学院 机械学院 副院长/副教授)

郭兰中(常熟理工学院 机械工程学院 院长/教授)

高 荣(淮阴工学院 机械工程学院 副院长/教授)

胡爱萍(常州大学 机械工程学院 副院长/教授)

刘春节(常州工学院 机电工程学院 副院长/副教授)

刘 平(上海第二工业大学 机电工程学院机械系 系主任/教授)

茅 健(上海工程技术大学 机械工程学院 副院长/副教授)

王荣林(南理工泰州科技学院 机械工程学院 副院长/副教授)

王树臣(徐州工程学院 机电工程学院 副院长/教授)

吴 雁(上海应用技术学院 机械工程学院 副院长/副教授)

吴懋亮(上海电力学院 能源与机械工程学院 副院长/副教授)

许泽银(合肥学院 机械工程系 主任/副教授)

许德章(安徽工程大学 机械与汽车工程学院 院长/教授)

周扩建(金陵科技学院 机电工程学院 副院长/副教授)

周 海(盐城工学院 机械工程学院 院长/教授)

朱龙英(盐城工学院 汽车工程学院 院长/教授)

朱协彬(安徽工程大学 机械与汽车工程学院 副院长/教授)

前 言

本书是在对多所高校“材料力学”课程教学状况和对材料力学教材的需求进行了大量调研的基础上,依据高等工科院校“材料力学”课程教学基本要求,从一般院校的实际情况出发,对传统教学内容进行精选,由处于材料力学课程教学一线的教师编写而成的。

本书共 14 章,分为基础内容与专题内容两部分,加 * 的为选学的专题内容。基础内容共 10 章,包括第 1 章绪论,第 2 章拉伸、压缩与剪切,第 3 章扭转,第 4 章平面图形的几何性质,第 5 章弯曲内力,第 6 章弯曲应力,第 7 章弯曲变形,第 8 章应力、应变分析和强度理论,第 9 章组合变形杆件的应力分析和强度计算,第 10 章压杆稳定。专题内容共 4 章,包括第 11 章动载荷,第 12 章交变应力,第 13 章能量原理及其应用,第 14 章超静定结构。本书可作为高等院校各工科专业的教材使用,也可供有关工程技术人员参考使用。

参加本书编写的有王化更、吴懋亮、王昊、纪冬梅和王道累。其中,王化更编写了第 1 章、第 4 章、第 8 章和第 9 章,吴懋亮编写了第 11 章和第 12 章,王昊编写了第 5 章、第 6 章和第 7 章,纪冬梅编写了第 3 章、第 13 章和第 14 章,王道累编写了第 2 章和第 10 章。本书由王化更、吴懋亮任主编,王昊、纪冬梅和王道累任副主编,全书由王化更和吴懋亮负责统稿。本书在编写过程中参阅和引用了相关的优秀教材和参考书,详见参考文献,在此对这些作者表示感谢!

限于编者的水平,本书难免存在疏漏之处,衷心希望关爱本书的广大读者能对其中的不足提出宝贵意见。

编 者
2017 年 4 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的基本假设	2
1.3 外力及其分类	4
1.4 内力、截面法和应力的概念	4
1.5 位移和应变	6
1.6 杆件及其变形形式	8
1.7 材料力学课程的特点	9
习题	10
第 2 章 拉伸、压缩与剪切	12
2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例	12
2.2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力和应力	13
2.3 直杆轴向拉伸或压缩时斜截面上的应力	18
2.4 材料拉伸和压缩时的力学性能	20
* 2.5 温度和时间对材料力学性能的影响	25
2.6 许用应力和强度条件	26
2.7 轴向拉伸或压缩时的变形与变形能	29
2.8 拉伸、压缩超静定问题	35
2.9 温度应力和装配应力	38
2.10 应力集中的概念	41
2.11 连接件的强度计算	42
习题	46
第 3 章 扭转	55
3.1 扭转的概念与实例	55
3.2 外力偶矩的计算扭矩和扭矩图	55
3.3 纯剪切	58
3.4 圆轴扭转时的应力和强度条件	61
3.5 圆轴扭转时的变形和刚度条件	66
* 3.6 等直径非圆杆自由扭转时的应力和变形	69
习题	71

第 4 章 平面图形的几何性质	75
4.1 静矩和形心	75
4.2 惯性矩、惯性半径和惯性积	77
4.3 平行移轴公式	80
4.4 转轴公式主惯性轴和主惯性矩	83
习题	86
第 5 章 弯曲内力	89
5.1 弯曲的概念和实例	89
5.2 受弯杆件的简化	90
5.3 剪力和弯矩	91
5.4 剪力方程和弯矩方程、剪力图和弯矩图	93
5.5 剪力、弯矩和载荷集度间的关系	96
* 5.6 平面曲杆的弯曲内力	100
习题	100
第 6 章 弯曲应力	106
6.1 纯弯曲	106
6.2 纯弯曲时的正应力	107
6.3 横力弯曲时的正应力	110
6.4 弯曲剪应力	113
6.5 关于弯曲理论的基本假设	117
6.6 提高弯曲强度的措施	119
* 6.7 非对称弯曲	122
* 6.8 开口薄壁杆件的剪应力和弯曲中心	127
习题	129
第 7 章 弯曲变形	135
7.1 工程中的弯曲变形问题	135
7.2 挠曲线的近似微分方程	135
7.3 用积分法求弯曲变形	137
7.4 用叠加法求弯曲变形	140
7.5 简单超静定梁	142
7.6 提高弯曲刚度的一些措施	143
习题	145
第 8 章 应力、应变分析和强度理论	151
8.1 应力状态的概念	151
8.2 二向和三向应力状态的实例	152

8.3	二向应力状态分析——解析法	155
8.4	二向应力状态分析——图解法	161
* 8.5	三向应力状态简介	165
* 8.6	位移与应变分量	168
* 8.7	平面应变状态分析	169
8.8	广义胡克定律	174
8.9	复杂应力状态下的应变能密度	177
8.10	四种常用强度理论	180
	习题	185
第 9 章	组合变形杆件的应力分析和强度计算	194
9.1	组合变形概述	194
9.2	拉伸(压缩)与弯曲组合强度计算	195
* 9.3	偏心压缩与截面核心	198
9.4	弯扭组合与拉(压)弯扭组合的强度计算	201
	习题	208
第 10 章	压杆稳定	218
10.1	压杆稳定的概念	218
10.2	两端铰支细长压杆的临界力	219
10.3	不同杆端约束情况下压杆的临界力	222
10.4	欧拉公式的适用范围经验公式	223
10.5	压杆的稳定计算	226
10.6	提高压杆承载能力的措施	228
* 10.7	纵横弯曲的概念	230
	习题	232
* 第 11 章	动载荷	237
11.1	概述	237
11.2	考虑惯性力构件的应力和变形	237
11.3	杆件受冲击时的应力和变形	241
11.4	冲击韧性	245
	习题	246
* 第 12 章	交变应力	248
12.1	交变应力与疲劳失效	248
12.2	交变应力的类型	249
12.3	持久极限	250
12.4	影响持久极限的因素	251

12.5	构件的疲劳强度计算	255
12.6	提高构件疲劳强度的措施	259
	习题	260
* 第 13 章	能量原理及其应用	262
13.1	概述	262
13.2	外力功、应变能与余能	262
13.3	杆件的弹性应变能	265
13.4	互等定理	268
13.5	卡氏定理	270
13.6	虚功原理	274
13.7	单位载荷法和莫尔积分	276
13.8	图形互乘法	279
	习题	280
* 第 14 章	超静定结构	284
14.1	超静定结构概述	284
14.2	用力法解超静定结构	287
14.3	对称及反对称性质的利用	290
14.4	连续梁及三弯矩方程	294
	习题	297
附录 A	常用型钢规格表	300
附录 B	习题参考答案	318
参考文献	参考文献	334

第1章 绪 论

本章主要介绍材料力学的研究对象、研究任务、基本研究方法以及材料力学课程的特点。材料力学的研究对象主要是杆件，并在研究时以杆件作为变形固体。因此，本章还将介绍变形固体的基本假设，杆件变形的基本形式及受力杆件中的应力、变形、位移和应变等重要概念。

1.1 材料力学的任务

工程结构或机器等是由许多部件组成的，例如建筑物的组成部件有梁、板、柱和承重墙等，机器的组成部件有齿轮、传动轴等，这些部件统称为构件。实际构件有各种不同的形状，根据形状的不同可将构件分为杆件、板和壳、块体三类。

(1) 杆件。杆件是指长度远大于横向尺寸的构件，其几何要素是横截面和轴线，如图 1.1(a)所示，其中横截面是与轴线垂直的截面，轴线是横截面形心的连线。按横截面和轴线两个因素可将杆件分为等截面直杆(如图 1.1(a)、(d)所示)、变截面直杆(如图 1.1(c)所示)、等截面曲杆(如图 1.1(b)所示)和变截面曲杆。

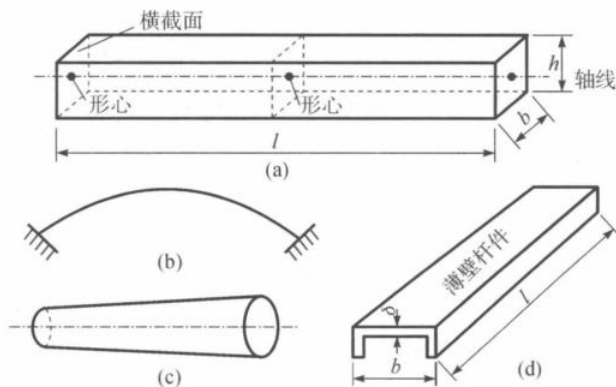


图 1.1

(2) 板和壳。板和壳是指一个方向的尺寸(厚度)远小于其它两个方向的尺寸的构件，如图 1.2(a)、(b)所示。

(3) 块体。块体是指三个方向(长、宽、高)的尺寸相差不多的构件，如图 1.2(c)所示。

材料力学的研究对象主要是杆件。在本书中，如未作说明，构件即认为是杆件。除杆件外，其他几种构件的分析需要利用弹性力学的方法。

当工程结构或机器工作时，构件会受到载荷的作用。例如，车床主轴受齿轮啮合力和切削力的作用，建筑物的梁受自身重力和其他物体重力的作用。构件一般由固体制成，在外力作用下，固体有抵抗破坏的能力，但这种能力是有限度的。而且，在外力作用下，固体的尺寸

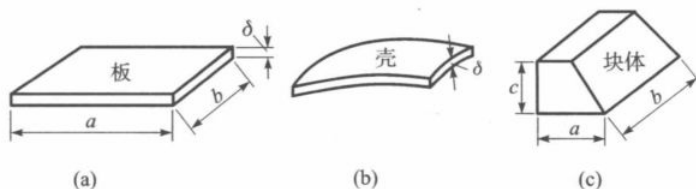


图 1.2

和形状将会发生变化,这种现象称为变形。

为保证工程结构或机器的正常工作,构件应有足够的能力来承受载荷。因此,它应当满足以下要求:

(1) 强度要求。构件抵抗破坏的能力称为强度。在外力作用下,构件必须具有足够的强度才不致发生破坏,即不发生强度失效。例如,在外力作用下,冲床曲轴不可折断,储气罐不应爆裂。

(2) 刚度要求。构件抵抗变形的能力称为刚度。在某些情况下,构件虽有足够的强度,但若刚度不够,即受力后产生的变形过大,也会影响正常工作。因此设计时,必须使构件具有足够的刚度,将其变形限制在工程允许的范围内,即不发生刚度失效。例如,齿轮轴如果变形过大,就会造成齿轮和轴承的不均匀磨损,引起噪音;机床主轴如果变形过大,就会影响加工精度。

(3) 稳定性要求。构件在外力作用下保持原有形状下平衡的能力称为稳定性。受压力作用的细长直杆,如千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等,当压力较小时,其直线形状的平衡是稳定的;但当压力过大时,直杆就不能保持直线形状下的平衡了,这种现象称为失稳。这类构件须具有足够的稳定性,即不发生稳定失效。

在工程问题中,一般来说,构件都应有足够的强度、刚度和稳定性,但对具体构件来说,又往往有所侧重。例如,储气罐主要是要保证强度,车床主轴主要是要具备一定的刚度,而受压的细长杆则应保持稳定性。此外,对某些特殊构件还可能有相反的要求。例如为防止车辆超载,当载荷超出某一极限时,安全销应立即破坏;又如为发挥缓冲作用,车辆的缓冲弹簧应能产生较大的弹性变形。

若构件横截面尺寸不足或形状不合理,或材料选用不当,无法满足上述要求,就无法保证工程结构或机械的安全工作。但是,也不应不恰当地加大横截面尺寸或选用优质材料,因为这虽满足了上述要求,却会造成材料的浪费和成本的增加。因此,材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下,为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

研究构件的强度、刚度和稳定性时,首先应了解材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面的性能,即材料的力学性能,而力学性能及经过简化得出的理论是否可信,则要由实验来验证。此外,还有一些尚无理论结果的问题,也需借助实验方法来解决。所以,实验分析和理论研究同是材料力学解决问题的方法。

1.2 变形固体的基本假设

固体在外力作用下所产生的物理现象是各种各样的,而每门学科仅从自身的特定目的出

发去研究某一方面的问题。为了研究方便,常常需要舍弃那些与所研究的问题无关或关系不大的特征,而只保留主要的特征,将研究对象抽象成一种理想的模型。例如在刚体静力学和动力学中,为了从宏观上研究物体的平衡和机械运动的规律,可将物体看做刚体。在材料力学中,所研究的是构件的强度、刚度和稳定性问题,这就必须考虑物体的变形,即使变形很小,也不能把物体看做刚体。我们把研究变形固体的力学称为固体力学或变形体力学,材料力学是其中的一个分支。

变形固体的组织构造及其物理性质是十分复杂的。为了抽象成理想的模型,通常对变形固体作出下列基本假设。

1. 连续性假设

该假设认为,物体内部充满了物质,没有任何空隙。而实际的物体内部当然存在着空隙,而且随着外力或其他外部条件的变化,这些空隙的大小也会发生变化。但从宏观方面研究,只要这些空隙的大小比物体的尺寸小得多,就可以不考虑空隙的存在,而认为物体是连续的。这样,当把某些力学量看做是固体的点的坐标的函数时,对这些量就可以进行坐标增量为无限小的极限分析。

2. 均匀性假设

该假设认为,物体内部各处的力学性质是完全相同的。实际上,工程材料的力学性质都有一定程度的非均匀性。例如金属材料由晶粒组成,各晶粒的性质不尽相同,晶粒与晶粒交界处的性质与晶粒本身的性质也不同;又如混凝土材料由水泥、砂和碎石组成,它们的性质也各不相同。但由于这些组成物质的大小和物体尺寸相比很小,而且是随机排列的,因此,从宏观上看,可以将物体的性质看做各组成部分性质的统计平均量,而认为物体的性质是均匀的。这样,如从固体中取出一部分,不论大小,也不论从何处取出,力学性能总是相同的。

3. 各向同性假设

该假设认为,材料在各个方向的力学性质均相同。金属材料由晶粒组成,单个晶粒的性质有方向性,但由于晶粒交错排列,从统计观点看,金属材料的力学性质可认为是各个方向相同的。例如铸钢、铸铁、铸铜等均可认为是各向同性材料。同样,像玻璃、塑料、混凝土等非金属材料也可认为是各向同性材料。也有些材料在不同方向具有不同的力学性质,如经过碾压的钢材、纤维整齐的木材以及冷扭的钢丝等,这些材料称为各向异性材料。在材料力学中,我们主要研究各向同性的材料。

4. 小变形假设

该假设认为,变形固体受外力作用后将产生变形。如果变形的大小比物体原始尺寸小得多,这种变形就称为小变形。材料力学所研究的构件,受力后所产生的变形大多是小变形。在小变形情况下,研究构件的平衡以及内部受力等问题时,均可不计这种小变形,而按构件的原始尺寸计算。

当变形固体所受外力不超过某一范围时,若除去外力,该变形可以完全消失并恢复原有的形状和尺寸,这种性质称为弹性。若外力超过某一范围,则除去外力后,变形不会全部消失,其中能消失的变形称为弹性变形,不能消失的变形称为塑性变形或残余变形、永久变形。当外力在一定范围内时,大多数的工程材料所产生的变形完全是弹性的。对多数构件来说,要求在工作时只产生弹性变形。因此,在材料力学中,主要研究构件产生弹性变形的问题,

即弹性范围内的问题。

需要指出的是,在材料力学中,虽然研究的对象是变形体,但当涉及大部分平衡问题时,依然将所研究的对象(杆件或其局部)视为刚体。

1.3 外力及其分类

当研究某一构件时,可以设想把这一构件从周围物体中单独取出,并用力来代替周围各物体对构件的作用,这些来自构件外部的力就是外力。按外力的作用方式,可将外力分为表面力和体积力。表面力是指作用于物体表面的力,又可分为分布力和集中力。分布力是指连续作用于物体表面的力,如作用于油缸内壁上的油压力、作用于船体上的水压力等。有些分布力是沿杆件的轴线作用的,如楼板对屋梁的作用力。若外力分布面积远小于物体的表面尺寸,或沿杆件轴线分布范围远小于轴线长度,就可看做是作用于一点的集中力,如火车轮对钢轨的压力,滚珠轴承对轴的反作用力等。体积力是指连续分布于物体内部各点的力,例如物体的自重和惯性力等。

外力也称为载荷,按载荷随时间变化的情况,又可将其分成静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一定值,以后即保持不变,或变动很不显著,即为静载荷。例如,把机器缓慢地放置在基础上时,机器的重量对基础的作用便是静载荷。若载荷随时间而变化,则为动载荷。按其随时间变化的方式,动载荷又可分为交变载荷和冲击载荷。交变载荷是指随时间作周期性变化的载荷,例如当齿轮转动时,作用于每一个齿上的力都是随时间作周期性变化的。冲击载荷则是指物体的运动在瞬时内发生突然变化所引起的载荷,例如,急刹车时飞轮的轮轴、锻造时汽锤的锤杆等都受到冲击载荷的作用。

材料在静载荷下和在动载荷下的性能是不相同的,分析方法也有很大差异。因为静载荷问题比较简单,所建立的理论和分析方法又可作为解决动载荷问题的基础,所以我们先研究静载荷问题,冲击载荷问题和交变载荷问题分别在第 11 章和 12 章研究。

1.4 内力、截面法和应力的概念

物体受外力作用而变形时,其内部各部分之间因相对位置的改变而引起的相互作用力就是内力。根据分子力学的知识,即使不受外力作用,物体的各质点之间也存在着相互作用的力。材料力学中的内力,是指在外力作用下上述相互作用力的变化量,所以是物体内部各部分之间因外力而引起的附加的相互作用力,即“附加内力”。这样的内力随外力的增大而增大,到达某一限度时就会使构件破坏,因此它与构件的强度是密切相关的。

如图 1.3 所示,为了显示构件在外力作用下 $m-m$ 截面(在材料力学中一般称为横截面,后文中常简称为截面)上的内力,用该截面假想地把构件分成 I、II 两部分,如图 1.3(a)所示。任取其中一部分,例如 II,作为研究对象。在 II 上作用的外力有 F_3 和 F_4 ,欲使 II 保持平衡, I 必然有力作用于 II 的 $m-m$ 截面上,且与 II 所受的外力平衡,如图 1.3(b)所示。根据作用力与反作用力的关系可知, II 必然也有大小相等、方向相反且沿同一作用线的力作用于 I 上。上述 I 与 II 间相互作用的力就是构件在 $m-m$ 截面上的内力。按照连续性假设,在 $m-m$ 截面上各处都有内力作用,所以内力是分布于截面上的一个分布力系。我们把这个分

布内力系向截面上某一点(例如形心)简化后得到的合力和合力偶,称为截面上的内力。

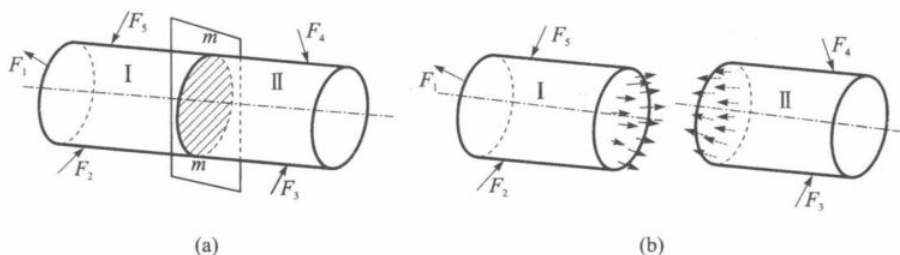


图 1.3

对部分 II 来说,外力 F_3 、 F_4 和 $m-m$ 截面上的内力相平衡,根据平衡方程就可以确定 $m-m$ 截面上的内力。

上述用截面假想地把构件分成两部分,以显示并确定内力的方法称为截面法。该方法可归纳为以下四个步骤:

- (1) 截开,即在构件所要求内力的截面处,用一假想截面将构件截开成两部分;
- (2) 保留,即任取一部分为研究对象,舍弃另一部分;
- (3) 代替,即用截面上的内力(力或力偶)来代替舍弃部分对留下部分的作用力;
- (4) 平衡,即对留下的部分建立平衡方程,根据其上的已知外力来计算在截开面上的未知内力(此时截开面上的内力对所留部分而言是外力)。

[例 1.1] 在载荷 F 作用下的钻床如图 1.4(a)所示,试确定 $m-m$ 截面上的内力。

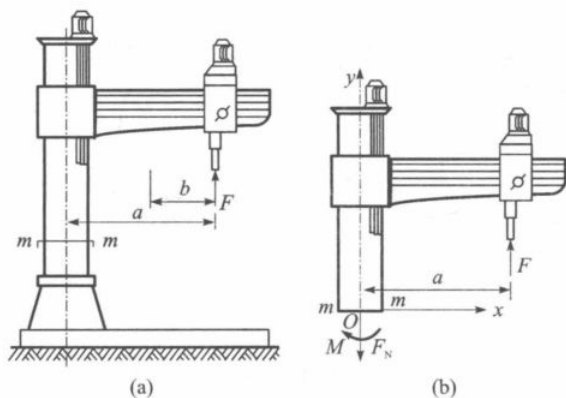


图 1.4

解 (1) 沿 $m-m$ 截面假想地将钻床分成两部分。研究 $m-m$ 截面以上部分(如图 1.4(b)所示),并以截面的形心 O 为原点,选取坐标系如图 1.4(b)所示。

(2) 外力 F 将使 $m-m$ 截面以上部分沿 y 轴方向位移,并绕 O 点转动, $m-m$ 截面以下部分必然以内力 F_N 及 M 作用于截面上,以保持上部的平衡。这里 F_N 为通过 O 点的力, M 为力偶。

(3) 由平衡方程:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0, F - F_N = 0 \\ \sum M_O &= 0, -M + Fa = 0\end{aligned}$$

求得内力 F_N 及 M 分别为

$$F_N = F$$

$$M = Fa$$

在图 1.4 中, 内力 F_N 及 M 是 $m-m$ 截面上分布内力系向 O 点简化后的结果, 用其可以说明 $m-m$ 截面上的内力与截面以上部分外力的平衡关系, 但不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度。为此, 我们引入内力集度的概念。

设在图 1.5 所示受力构件的 $m-m$ 截面上, 围绕 O 点取微小面积 ΔA (如图 1.5(a) 所示), 其上分布内力的合力为 ΔF 。 ΔF 的大小和方向与 O 点的位置和 ΔA 的大小有关。令 ΔF 与 ΔA 的比值为 p_m , 则有

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.1a)$$

p_m 是一个矢量, 其方向与 ΔF 的方向相同, 表示在 ΔA 范围内单位面积上内力的平均集度, 称为平均应力。随着 ΔA 的逐渐缩小, p_m 的大小和方向都将逐渐变化。当 ΔA 趋于零时, p_m 的大小和方向都将趋于某极限值, 于是得到:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} p_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.1b)$$

p 称为点的应力, 它是分布内力系在 O 点的集度, 反映内力系在 O 点的强弱程度。 p 是一个矢量, 既有大小又有方向, 一般情况下其既不与截面垂直, 也不与截面相切。通常把应力 p 分解成垂直于截面的分量 σ 和切于截面的分量 τ , 如图 1.5(b) 所示。 σ 称为正应力, τ 称为切应力。

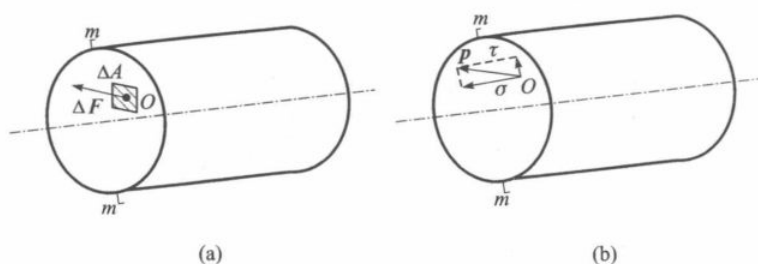


图 1.5

在我国法定计量单位中, 应力的单位为帕斯卡, 用 Pa 表示, $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ 。由于这个单位太小, 使用不便, 因此在实际应用中, 通常用 MPa 或 GPa, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$, $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$ 。

1.5 位移和应变

物体受力后, 其形状和尺寸都会发生变化, 即发生了变形, 变形的实质是物体内部相应点的位置发生了变化, 也就是产生了位移。为了描述物体的变形, 我们引入位移和应变的概念。

1.5.1 位移

线位移是指物体中一点相对于原来位置所移动的直线距离。如图 1.6 所示的直杆, 受外

力作用弯曲后, 杆轴线上任一点 A 的线位移为 AA' 。

角位移是指物体中某一直线或平面相对于原来位置所转过的角度。如图 1.6 所示, 杆的右端截面的角位移为 θ 。



图 1.6

上述两种位移是变形过程中物体内各点做相对运动所产生的, 所以也称为变形位移。变形位移可以表示物体的变形程度, 例如图 1.6 所示的直杆, 由杆轴线上各点的线位移和各截面的角位移就可以描述杆的弯曲变形。

物体受力后, 其中不发生变形的部分, 也可能会产生刚体位移, 但本书仅讨论物体的变形位移。

通常情况下, 受力物体内各点处的位移是不相同的, 或者说受力物体内各点处的变形是不均匀的。为了说明受力物体内各点处的变形程度, 还需引入应变的概念。

1.5.2 应变

设想在物体内一点 A 处取出一微小的长方体, 它在 xy 平面内的边长为 Δx 和 Δy , 如图 1.7 所示(图中未画出厚度)。物体受力后, A 点位移至 A' 点, 且长方体的尺寸和形状都发生了改变, 边长 Δx 和 Δy 分别变成了 $\Delta x'$ 和 $\Delta y'$, 直角变成了锐角(或钝角), 从而引出了线应变和切应变两种表示该长方体变形的量。

1. 线应变

线段长度的改变称为线变形, 如图 1.7 中的 $\Delta x' - \Delta x$ 和 $\Delta y' - \Delta y$ 。但是, 线段长度的改变显然随线段原长的不同而变化。为避免线段原长的影响, 现引入线应变(即相对变形)的概念。设线应变用 ϵ 表示, 类似于应力的定义, 线应变定义为线段长度的改变值与线段原长的比值, 则有

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x' - \Delta x}{\Delta x} \quad (1.2a)$$

$$\epsilon_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta y' - \Delta y}{\Delta y} \quad (1.2b)$$

式中, ϵ_x 和 ϵ_y 表示无限小长方体在 x 和 y 方向的线应变, 也就是 A 点处沿 x 和 y 方向的线应变。

显然一点处的线应变是有方向的, 沿不同方向的线应变可能是不相同的。线应变主要反映受力物体内一点处沿某一方向上的尺寸变形程度, 是一个量纲为 1 的量。

[例 1.2] 如图 1.8 所示, 一矩形截面薄板受均布力 p 作用后沿 x 方向均匀伸长了 $\Delta l = 0.05 \text{ mm}$ 。已知边长 $l = 400 \text{ mm}$, 试求板中 a 点沿 x 方向的正应变。

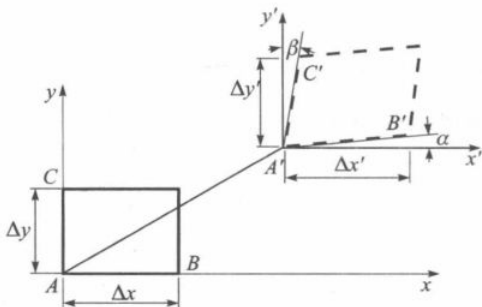


图 1.7

解 由于矩形截面薄板沿 x 方向均匀受力, 可认为板沿 x 方向的变形程度是均匀的, 即板内各点沿 x 方向具有相同的正应力与正应变, 所以平均应变即 a 点沿 x 方向的正应变, 为

$$\epsilon_a = \epsilon_m = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.05}{400} = 125 \times 10^{-6}, x \text{ 方向}$$

2. 切应变

通过一点处的互相垂直的两线段之间所夹直角的改变量称为切应变, 用 γ 表示。切应变主要反映受力物体内一点处的形状改变的程度。例如在图 1.7 中, 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 和 $\Delta y \rightarrow 0$ 时直角的改变量为

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle B'A'C' \right) = \alpha + \beta \quad (1.3)$$

这就是 A 点处的切应变。切应变通常用弧度表示, 也是量纲为 1 的量。

[例 1.3] 图 1.9 所示为一嵌于四连杆机构内的薄板, $b=250 \text{ mm}$ 。若在力 P 作用下 CD 杆下移 $\Delta b=0.025 \text{ mm}$, 试求薄板中 a 点的切应变。

解 由于薄方板的变形受四连杆机构的制约, 可认为板中各点均产生切应变, 且处处相同, 则有

$$\gamma_a = \gamma_m = \frac{\Delta b}{b} = \frac{0.025}{250} = 100 \times 10^{-6}$$

线应变 ϵ 和切应变 γ 是描述物体内一点处变形的两个基本量, 分别与正应力和切应力有联系, 以后将作介绍。

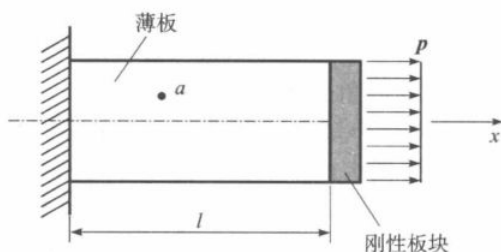


图 1.8

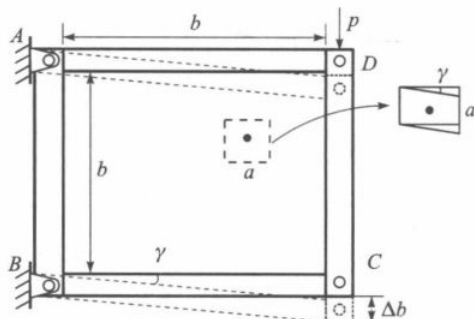


图 1.9

1.6 杆件及其变形形式

杆在各种形式的外力作用下, 其变形形式是多种多样的, 但不外乎是某一种基本变形或几种基本变形的组合。杆的基本变形可分为:

(1) 轴向拉伸或压缩。直杆受到与轴线重合的外力作用时, 杆的变形主要是轴线方向的伸长或缩短。这种变形称为轴向拉伸或压缩, 如图 1.10(a)、(b) 所示。

(2) 扭转。直杆在垂直于轴线的平面内, 受到大小相等、方向相反的力偶作用时, 各横截面会发生相对转动。这种变形称为扭转, 如图 1.10(c) 所示。

(3) 弯曲。直杆受到垂直于轴线的外力或在包含轴线的平面内的力偶作用时, 杆的轴线发生弯曲。这种变形称为弯曲, 如图 1.10(d) 所示。

(4) 剪切。直杆受到一对垂直于杆件轴线的大小相等、方向相反、作用线平行且靠得很近的横向力作用时, 受剪杆件的两部分就会沿外力方向发生相对错动。这种变形称为剪切, 如图 1.10(e) 所示。机械中常用的连接件, 如键、销钉等在工作状态下都会产生剪切变形。

杆在外力作用下, 若同时发生两种或两种以上的基本变形, 则称为组合变形。

本书先研究杆的基本变形问题, 然后再研究杆的组合变形问题。