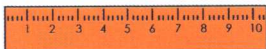


写给孩子的



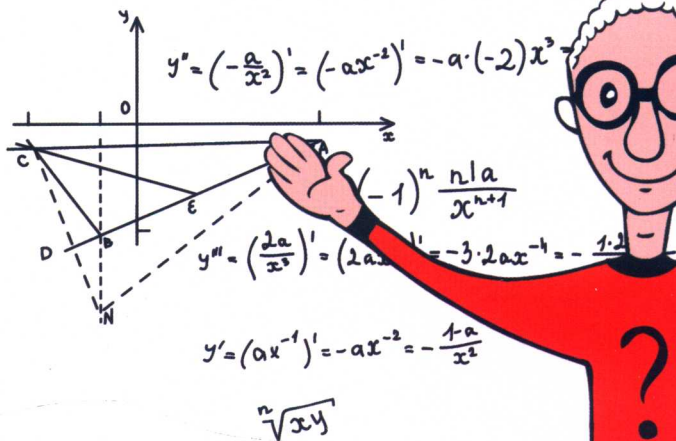
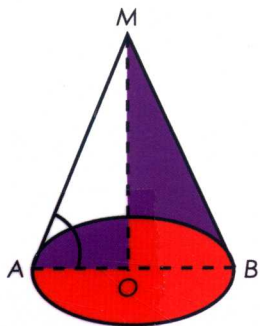
趣味代数学

ENTERTAINING ALGEBRA

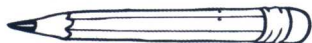
Я.И.ПЕРЕЛЬМАН

[俄] 雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼◎著
甘平◎译

对培养孩子学习兴趣
有巨大贡献的科普经典



被译为十几种语言，再版数十次
全球销量突破2000万册



WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社



写给孩子的

趣味代数学

ENTERTAINING ALGEBRA

Я.И.ПЕРЕЛЬМАН

[俄]雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼◎著
甘平◎译

对培养孩子学习兴趣
有巨大贡献的科普经典



贵州师范学院内部使用



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

写给孩子的趣味代数学 / (俄罗斯) 雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼著; 甘平译. —武汉: 武汉大学出版社, 2019. 11

ISBN 978 - 7 - 307 - 21055 - 4

I. 写… II. ①雅… ②甘… III. 代数—少儿读物 IV. O15 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 152166 号

责任编辑: 黄朝昉 孟令玲 责任校对: 许婷 版式设计: 新立风格

出版发行: 武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮箱: cbs22@whu.edu.cn 网址: www.wdp.com.cn)

印刷: 固安县保利达印务有限公司

开本: 710 × 960 1/16 印张: 14 字数: 165 千字

版次: 2019 年 11 月第 1 版 2019 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 307 - 21055 - 4 定价: 42.80 元

版权所有, 不得翻印; 凡购我社的图书, 如有质量问题, 请与当地图书销售部门联系调换。

前 言

雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼（1882—1942），出生于俄国格罗德省别洛斯托克市。别莱利曼出生的第二年，父亲便去世了，但他从身为小学教师的母亲身上获得了良好的教育。17岁他就开始在报刊上发表作品，当时的人们迷信流星雨是即将毁灭人类的火雨，别莱利曼针对流星雨写下了《论火雨》的科学论文，他指出人们口中的火雨不过是一种正常的天文现象，即狮子座流星雨，它会定期地出现。

1909年别莱利曼毕业于圣彼得堡林学院，毕业以后他就全力从事教学与科普作品的写作。1913年发表了《趣味物理学》，这为他后来相继完成一系列趣味科普读物打下了基础。1919—1923年，他创办了苏联第一份科普杂志《在大自然的实验室里》并担任主编。1924—1929年，他在列宁格勒（即圣彼得堡）《红报》科技部任职，兼任《科学与技术》《教育思想》杂志的编委。1925—1932年，担任时代出版社理事，组织出版了大量趣味科普图书。1933—1936年担任青年近卫军出版社列宁格勒部顾问、学术编辑和撰稿人。1935年，他创办和主持列宁格勒“趣味科学之家”，开展广泛的少年科学活动。在反法西斯侵略的卫国战争中，还为苏联军人举办军事科普讲座，这也是他为科普生涯做出的最后奉献。1942年3月16日，别莱利

曼在列宁格勒溘然长逝。

1959年苏联发射的无人月球探测器“月球3号”在月球上拍摄了第一张月球背面的照片，人们将其中的一个月球环形山命名为“别莱利曼”环形山，以此来纪念这位为科学奉献一生的科普大师。

尽管别莱利曼在生前没有任何科学发现，也没有得过什么荣誉称号，但他是一位特殊意义的“学者”，趣味科学的奠基人。他一生发表了1 000多篇文章，共写了105本书，其中大部分是趣味科普读物。以《趣味物理学》《趣味物理学（续编）》《趣味力学》《趣味代数学》《趣味几何学》《趣味天文学》最为有名。他的趣味科普系列图书在苏联就出版几十次，并且被翻译成多国语言，至今仍在全世界畅销，深受读者的喜爱。虽然别莱利曼从没把自己当成作家，但无疑他是一位享誉全球的科普作家，他的作品出版量是无数作家难以企及的。

别莱利曼的文笔流畅优美，他将文学语言与科学语言完美地结合起来，善于将科学理论用生动趣味的形式表现出来。凡是读过他的科普读物的读者无不被他的作品所吸引，人们不觉得是在学习知识，而是在欣赏妙趣横生的故事。他的作品堪称具有严谨科学性和优美趣味性的科普教科书。

本书并不是一本写给代数初级入门者的教科书，它和这个系列的其他图书一样不是一本教材，而是一本趣味科普读物。

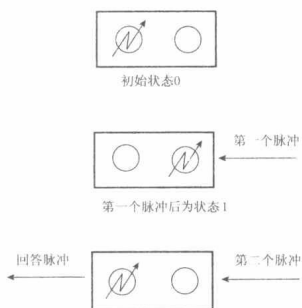
本书是为学过代数知识的读者而写，即使他们对代数的了解只是半知半解。本书的写作目的之一就是帮助读者将这些零碎和掌握得不够牢固的知识系统，进行纠正、复原。当然，本书还有一个目的，就是培养起读者对代数学的好奇心，自己去探索代数世界，填补代数知识上的空白。

本书中的代数题目，既有文学作品中摘录出来的数学题，也有音乐、美术中的数学知识，更有生活中人们会遇到的买卖问题、建造房屋的问题。作者把代数紧紧贴近生活，教导读者灵活运用，从而巩固原有的基础，进一步提高学习的兴趣。

目 录

Chapter 1 第五种数学运算——乘方 /001

- 1.1 乘方：第五种数学运算 /003
- 1.2 庞大的天文数字 /004
- 1.3 空气的质量 /006
- 1.4 常温下的燃烧 /007
- 1.5 意想不到的天气变化 /008
- 1.6 很难打开的密码锁 /009
- 1.7 骑车人的烦恼 /010
- 1.8 用2累乘的惊人结果 /011
- 1.9 计数触发器 /014
- 1.10 数不清的象棋棋局 /017
- 1.11 隐藏在自动弈棋机中的秘密 /019
- 1.12 三个2 /022
- 1.13 三个3 /023
- 1.14 三个4 /024
- 1.15 相同的三个数 /024



1. 16 四个 1 /026

1. 17 四个 2 /026

Chapter 2 代数的语言 /029

2. 1 透过碑文看刁藩都的生平 /031

2. 2 负重的马和骡子 /032

2. 3 四兄弟各有多少钱 /033

2. 4 两只鸟 /034

2. 5 散步的问题 /035

2. 6 割草人 /036

2. 7 牧场上的问题 /040

2. 8 牛顿关于牛的母题 /042

2. 9 表针的对调问题 /045

2. 10 表针的重合位置 /048

2. 11 猜数游戏 /049

2. 12 “荒唐”的数学题 /053

2. 13 比我们想得更周密的方程 /054

2. 14 棘手的方程 /055

2. 15 理发师的代数题 /058

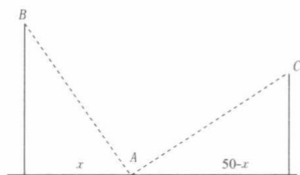
2. 16 步行者与电车 /059

2. 17 漂流的木筏 /061

2. 18 两罐咖啡的质量 /062

2. 19 晚会上的跳舞人 /063

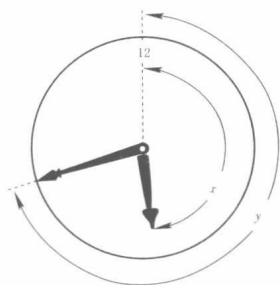
2. 20 海上的侦察船 /064



- 2.21 自行车比赛 /066
- 2.22 在摩托车赛场上 /067
- 2.23 汽车的平均速度 /069

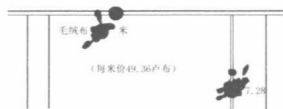
Chapter 3 算术的帮手 /071

- 3.1 简便的速乘法 /073
- 3.2 独特的数字 1, 5, 6 /076
- 3.3 数字 25 和 76 /077
- 3.4 神奇的无限长“数” /078
- 3.5 一个关于补差的古老题目 /082
- 3.6 能被 11 整除的数 /083
- 3.7 违规汽车的车牌号 /086
- 3.8 能被 19 整除的数 /087
- 3.9 苏菲·热门的问题 /089
- 3.10 合数的个数 /090
- 3.11 素数 /092
- 3.12 最大的素数 /093
- 3.13 代数并不总能让问题更简单 /093



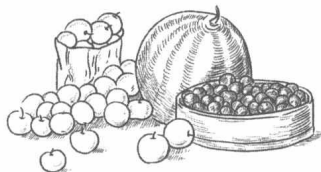
Chapter 4 刁藩都方程 /095

- 4.1 怎样付清毛衣钱 /097
- 4.2 恢复账本 /101
- 4.3 巧买邮票 /103



- 4.4 西瓜、苹果和李子 /105
- 4.5 出生在哪一天 /106
- 4.6 三姐妹卖母鸡 /110
- 4.7 巧推未知数 /112
- 4.8 矩形的边长 /114
- 4.9 有意思的两位数 /115
- 4.10 勾股定理 /117
- 4.11 伟大的费马猜想 /121

Chapter 5 第六种数学运算 /125



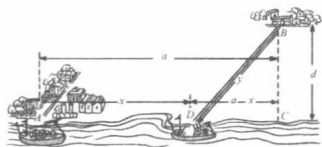
- 5.1 乘方的逆运算 /127
- 5.2 哪个数字更大 /128
- 5.3 你能看出答案吗 /130
- 5.4 数学领域里的滑稽剧 /131

Chapter 6 二次方程 /135



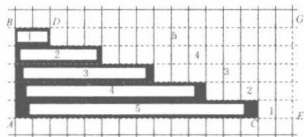
- 6.1 参加会议的人数问题 /137
- 6.2 蜂群中有多少只蜜蜂 /138
- 6.3 顽皮的猴子 /139
- 6.4 会预言的方程 /140
- 6.5 欧拉的问题 /141
- 6.6 广场上的扬声器 /144
- 6.7 《口算》中的“难题” /145
- 6.8 有意思的数列 /147

Chapter 7 最大值和最小值的问题 /149

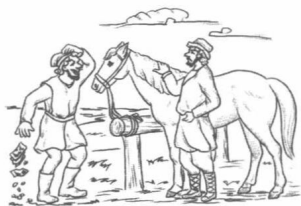


- 7.1 火车头的距离 /151
- 7.2 在哪里设立小站 /153
- 7.3 公路的路线设定 /156
- 7.4 乘积最大 /158
- 7.5 总和最小 /162
- 7.6 方木梁的体积问题 /162
- 7.7 正方形的有趣性质 /163
- 7.8 扇形的风筝 /164
- 7.9 修建新屋 /165
- 7.10 建筑工地的面积 /167
- 7.11 槽的截面问题 /168
- 7.12 大容量的漏斗 /171
- 7.13 硬币的亮度 /173

Chapter 8 级数 /177

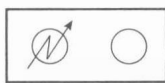


- 8.1 古老的级数问题 /179
- 8.2 方格纸的妙用 /180
- 8.3 园丁的问题 /182
- 8.4 养鸡 /183
- 8.5 挖沟所用的时间 /184
- 8.6 卖苹果 /185
- 8.7 买马还是买钉子 /186
- 8.8 战士的抚恤金问题 /188



Chapter 9 第七种数学运算 /189

- 9.1 第七种运算——求对数 /191
- 9.2 对数的“敌人” /192
- 9.3 “进化”中的对数表 /194
- 9.4 对数中的“巨人” /195
- 9.5 速算专家的秘密 /196
- 9.6 公牛所需的热量 /199
- 9.7 音乐中的数学知识 /200
- 9.8 恒星、噪声、对数 /202
- 9.9 灯泡中的对数 /204
- 9.10 富兰克林的遗嘱 /206
- 9.11 存款的利息问题 /209
- 9.12 神奇的数“e” /210
- 9.13 滑稽的对数 /212
- 9.14 用三个2表示出任意数 /213



初始状态0



第一个脉冲

第一个脉冲后为状态1



第二个脉冲

Chapter 1

第五种数学运算——乘方

1.1 乘方：第五种数学运算

每一种新的数学运算都是从实际生活中应运而生的，乘方也不例外。在日常生活的实际计算中，我们经常会用到乘方，比如：计算面积时要用到二次方；计算体积时要用到三次方。除此之外，在物理学中，万有引力、静电作用、磁性作用、光、声等的强度也与距离的二次方成反比；在太阳系中，行星围绕太阳旋转和卫星围绕行星旋转时，旋转周期的二次方和与旋转中心距离的三次方成正比例关系。

代数之所以又被称为“具有七种运算的算术”，就是因为代数中，除了有人人都知道的加减乘除四种基本运算之外，还有乘方以及它的两种逆运算。

下面，我们就从代数的“第五种运算”——乘方开始，谈一谈关于代数的一些问题。

二次方和三次方在我们的日常生活中非常常见，但是，更高次的乘方也不只存在于代数练习中。比如说，工程师在计算各种材料的强度时，经常要用到四次方；工程师在求蒸馏管的直径时，甚至要用到六次方；水利学家在研究流水冲击石块的力量时，通常也要用到六次方。假设一条河的流速是另一条河的4倍，那么流速快的河对河床上的石头的冲击力就是流速

慢的河的 4^6 倍，即4 096倍^①。

在研究电灯泡中的灯丝的亮度和温度之间的关系时，我们还需要用到更高次的乘方。物体在白热的情况下，总亮度依温度增高速度的12次方倍增加（这里所说的温度指从 $-273\text{ }^{\circ}\text{C}$ 算起的“热力学温度”）。而在赤热的情况下，这个倍数将达到30次方。例如，在热力学温度下，将物体从2 000 K加热到4 000 K，此时温度增加到原来的2倍，物体的亮度则增强到了原来的 2^{12} 倍，即4 000多倍。总亮度随温度所发生的变化在灯泡的制造中有着非常重要的意义，关于这点，我们后面会继续讲。

1.2 庞大的天文数字

天文学家在对宇宙进行研究的过程中，经常会遇到一些非常巨大的数字，这种数字通常只有一两位有效数字，后面跟着长长的一串0。像这种数字一般都被我们称为“天文数字”。天文数字写起来非常不方便，也正是因为这个原因，天文学家对乘方这种数学运算的运用非常广泛。

拿地球到仙女座星云的距离来说，如果使用普通的写法来写的话，就是：

95 000 000 000 000 000 000 千米

在天文计算中，千米是过大的单位，研究者们通常并不是用千米来表示天体间的距离，而是用厘米。于是，在计算过程中，上面的数字后要再

^① 有关这方面的介绍参见作者的《趣味力学》第九章。

添加 5 个 0:

9 500 000 000 000 000 000 000 000 厘米

这个数字已经非常庞大了,但是跟恒星的质量还是没法比。在天文计算中,恒星的质量是以克为单位的。以克为单位时,太阳的质量就是:

1 983 000 000 000 000 000 000 000 000 000 克

显然,如果我们用这么大的数字进行计算,不仅非常复杂,而且很容易出错。更何况,比上面我们提到的天文数字大得多的数字还有很多。

这个时候,只要使用乘方,我们计算过程中所遇到的困难就能迎刃而解。凡是 1 后面带着一些 0 的数字,我们都可以用 10 的若干次方来表示:

$$10 = 10^1, 100 = 10^2, 1\ 000 = 10^3, 10\ 000 = 10^4, \dots$$

按照这种方式,我们前面所列举的那些天文数字就能写成如下的形式:

地球到仙女座星云的距离

$$95 \times 10^{23} \text{ 厘米}$$

太阳的质量

$$1\ 983 \times 10^{30} \text{ 克}$$

这种表示方法不仅便于书写,而且计算起来也非常容易。比如,当我们将上面两个数乘起来的时候,只需要用乘法算出 $95 \times 1\ 983 = 188\ 385$,然后再在后面写上因数 $10^{23+30} = 10^{53}$ 就可以了。整个计算过程如下:

$$95 \times 10^{23} \times 1\ 983 \times 10^{30} = 188\ 385 \times 10^{53}$$

这种计算方法当然比直接拿一个有 23 个 0 的数字乘上一个有 30 个 0 的数字方便得多。而且这种方法会更可靠,因为当 0 的数量非常多时,我们不可避免地就会发生一些漏写的情况,这样得出的结果就是错误的。

1.3 空气的质量

为了让大家更深刻地认识到用乘方的形式表示大数确实能使计算变得简单，下面我们再举一个例子：计算出地球的质量是它周围空气的总质量的多少倍。

学过物理的人都知道，空气在每平方厘米地球表面所形成的压力约为1千克。这就是说，支在每平方厘米地球表面积上的空气柱的质量约为1千克。如果我们把包围在地球周围的空气看成是由一根根空气柱组成的，那么以平方厘米为单位计算地球的表面积，我们所得到的结果就是空气柱的总数量，也就是以千克为单位时的空气总质量。通过翻阅资料，我们很容易就能查到，地球的表面积大约是51 000万平方千米，即 51×10^7 平方千米。

1千米等于1 000米，1米又等于100厘米，由此我们不难得出，1千米等于 10^5 厘米。这样，1平方千米就等于 10^{10} 平方厘米。由此，地球的表面积为：

$$51 \times 10^7 \times 10^{10} = 51 \times 10^{17} \text{ (平方厘米)}$$

地球周围空气的总质量如果用千克来计算的话，与这个数字相等。下面我们把空气的质量用吨来表示，那么就是：

$$51 \times 10^{17} \div 1\,000 = 51 \times 10^{17} \div 10^3 = 51 \times 10^{17-3} = 51 \times 10^{14} \text{ (吨)}$$

而地球的质量约为：