

高等院校数学立体化教材

高等数学练习册

刘早清 主编

G a o d e n g S h u x u e L i a n x i c e

线上、线下作业训练



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

高等数学练习册

刘早清 主编

班级_____

学号_____

姓名_____

教师_____

华中科技大学出版社

中国·武汉

地址：武汉市洪山区珞珈山华中科技大学出版社

电话：(027) 87543800 邮编：430074

ISBN 7-309-04111-1



图书在版编目(CIP)数据

高等数学练习册/刘早清主编. —武汉: 华中科技大学出版社, 2019. 8
ISBN 978-7-5680-5386-0

I. ①高… II. ①刘… III. ①高等数学-高等学校-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 156537 号

高等数学练习册

刘早清 主编

Gaodeng Shuxue Lianxice

策划编辑: 周芬娜

责任编辑: 周芬娜

封面设计: 原色设计

责任校对: 刘 竣

责任监印: 徐 露

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)
武汉市东湖新技术开发区华工科技园

电话: (027)81321913

邮编: 430223

录 排: 武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷: 武汉科源印刷设计有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 5

字 数: 218 千字(含学习平台 93 千字)

版 次: 2019 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

定 价: 18.00 元



本书若有印装质量问题, 请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

线上作业及资源网的使用说明

建议学员在 PC 端完成注册、登录、完善个人信息及学习码验证的操作。

PC 端学员学习码验证操作步骤：

1. 登录

(1) 登录网址 <http://dzdq.hustp.com>, 完成注册后点击登录。输入账号密码(学员自设)后, 提示登录成功。

(2) 完善个人信息(姓名、学号、班级、学院、任课老师等信息请如实填写, 因线上作业计入平时成绩), 将个人信息补充完整后, 点击保存即可完成注册登录。

2. 学习码验证

(1) 刮开封面上的学习码的防伪涂层, 可以看到一串学习码。

(2) 在个人中心页点击“学习码验证”, 输入封面上刮开的学习码, 点击提交, 即可验证成功。点击学习码验证-已激活学习码, 即可查看刚才激活的课程学习码。

3. 查看课程

点击我的资源-我的课程, 即可看到新激活的课程, 点击课程, 进入课程详情页, 下拉即可看到该课程的一些课程资源。

4. 做题测试

进入课程详情页后, 点开习题, 选择具体章节习题, 进入习题页, 开始做题。做完之后点击我要交卷, 该章习题就完成答题。随后学员即可看到本次答题的分数统计。

手机端学员扫码操作步骤：

1. 手机扫二维码, 提示登录; 新用户先注册, 然后再登录。

2. 登录之后, 按页面要求完善个人信息。

3. 按要求输入封面上刮开的一串学习码。

4. 学习码验证成功后, 即可看到该二维码对应的章节习题, 开始做题。

5. 答题完毕后提交即可看到本次答题的分数统计。

课程作业分为线上作业和线下作业, 线上作业主要是客观题, 线下作业主要是主观题。任课老师会根据学员线上作业和线下作业情况给出平时分数。

若在操作上遇到什么问题可咨询: 陈老师, QQ, 514009164; 周老师, QQ, 1811682975。



线上作业

练习一

班号	
姓名	
学号	

(函数)

1. 用区间表示下列不等式中 x 的范围,并在数轴上画出来.

(1) $|x-1| < 1$;

(2) $0 < |x-1| \leq 1$.

2. 求函数 $f(x) = \ln(1 - \ln x)$ 的定义域和值域.

3. 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求 $f\left(x + \frac{1}{3}\right) + f\left(x - \frac{1}{3}\right)$ 的定义域.

4. 确定函数 $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ 的定义域, 讨论其奇偶性.

5. 对任意函数 $h(x)$, $-a < x < a$, 证明:

(1) 函数 $f(x) = h(x) + h(-x)$ 为偶函数;

(2) 函数 $f(x) = h(x) - h(-x)$ 为奇函数.

6. 设 $f(x)=x^3, g(x)=3x$, 求 $f(g(x))$ 及 $g(f(x))$.

7. 设 $f(x)=x^2 \ln(1+x)$, 求 $f(e^x-1)$.

8. 设 $f(x)=\begin{cases} 3x, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$, 求 $f(-1)$ 及 $f(f(-1))$.

9. 设曲线 $y=ax^2+bx+c$ 经过平面上的点 $A(0,1), B(2,7), C(-2,10)$, 求 a, b, c 的值.

10. 求下列函数的反函数.

(1) $y=x^3$;

(2) $y=e^x+3$;

(3) $y=\frac{1}{x} \quad (x < 0)$;

(4) $y=\sqrt{1-x^2} \quad (-1 \leq x < 0)$.

11. 设周期函数 $f(x)$ 的周期是 T , 证明函数 $f(ax+b) (a > 0)$ 也是周期函数.



线上作业

练习二

班号	
姓名	
学号	

(数列的极限与函数的极限)

1. 判断题.

- (1) 收敛数列是有界数列, 因而无界数列必为发散数列. ()
- (2) 收敛数列 x_n 与发散数列 y_n 之和 $x_n + y_n$ 必为发散数列. ()
- (3) 收敛数列 x_n 与发散数列 y_n 之积 $x_n \cdot y_n$ 必为发散数列. ()
- (4) 收敛数列的奇数项子列、偶数项子列也是收敛数列. ()
- (5) 若收敛数列 x_n 的极限不为零, 则当某项之后 x_n 便都不为零. ()

2. 判断题.

- (1) 若右极限 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 不存在, 则极限 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 也不存在. ()
- (2) 若 $f(x)$ 在开区间 $(0, 1)$ 的每一点的极限都存在, 则 $f(x)$ 于 $(0, 1)$ 上有界. ()
- (3) 改变函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 的函数值, 不影响 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 的存在性. ()
- (4) 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x|}{x}$ 和 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ 均不存在. ()
- (5) 若极限 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 不为零, 则在 a 的某个邻域 $N(a, \delta)$ 上, $f(x) \neq 0$. ()

3. 证明: 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x$ 不存在.

4. 证明: 如果单调增加的数列的奇数项子列收敛, 则该数列收敛. (文科专业不要求)

(极限的计算、无穷小量与无穷大量)

5. 求下列数列极限.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - 1}{(n-1)^2};$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} - n);$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right];$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+\sqrt{1}} + \frac{1}{n+\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{n+\sqrt{n}} \right) \text{ (使用夹逼原理).}$$

6. 求下列数列极限.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^n;$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^n.$$



线上作业

练习三

班号	
姓名	
学号	

(极限的计算、无穷小量与无穷大量)

1. 计算下列函数极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right);$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+x^2+x^3-3}{x-1};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x}.$$

2. 设 $f(x) = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}$, 讨论极限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 的存在性. (提示: 计算 $x=0$ 处的左右极限)

3. 指出以下变量中的无穷小量和无穷大量.

$$(1) e^{\frac{1}{x}}, x \rightarrow 0^+;$$

$$(2) e^{\frac{1}{x}}, x \rightarrow 0^-;$$

$$(3) e^{\frac{1}{x}}, x \rightarrow +\infty;$$

$$(4) e^{\frac{1}{x}}, x \rightarrow -\infty.$$

4. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 确定以下无穷小量的最简(形为 ax^k)等价无穷小量 $u(x)$.

(1) $x + \sin x^2$;

(2) $\sqrt[3]{x} \sin x$;

(3) $\frac{(x+1)x}{4+\sqrt[3]{x}}$;

(4) $\ln(1+2x)$.

5. 由所给极限结果分析计算 a, b 的值.

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{1-x} = 5$;

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x+1} - ax - b \right) = 0$.

6. 求下列函数极限.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\arcsin x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1+x}-1}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 4x}$;

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x^2 + x}$.



线上作业

练习四

班号	
姓名	
学号	

(函数的连续性)

1. 指出 $f(x) = \frac{1}{x^3 - x^2 - 2x}$ 的间断点.

2. 利用初等函数的连续性求极限.

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos \frac{1 + \pi x}{1 + 4x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + x^2})$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} [\cos x]^{\frac{1}{x}}$;

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$.

3. 指出 A 为何值时函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \\ Ae^x, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续.

4. 证明方程 $x^5 - 3x = 1$ 至少有一根介于 $(1, 2)$ 之间.

5. 若 $f(x)$ 为奇函数, 且在 $x=0$ 处连续, 证明 $f(0)=0$.

6. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $a < f(x) < b$, 证明在 (a, b) 内至少有一个 ξ , 使 $f(\xi) = \xi$. (文科专业不要求)

7. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $a < x_1, x_2, x_3 < b$, 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使得

$$f(\xi) = \frac{f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)}{3}.$$



线上作业

练习五

班号	
姓名	
学号	

(导数的定义)

1. 使用导数的定义求解下列各题.

(1) 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导, 求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h) - f(a-h)}{h}$.

(2) 设函数 $g(x)$ 在 $x=0$ 处连续, $g(0)=a$, $f(x)=|x|g(x)$. 分析 $f'(0)$ 何时存在. (文科专业不要求)

(3) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax+b, & x > 1 \end{cases}$, 且 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导, 求 a 与 b 的值.

(4) 设函数 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)\cdots(x-100)$, 求 $f'(1)$.

(导数的计算)

2. 求下列各函数的导数 y' (四则运算).

(1) $y = \ln ex$;

(2) $y = \frac{\ln x}{x}$;

(3) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$;

(4) $y = \frac{x}{4^x}$;

(5) $y = 5 \tan x + 3 \arctan x$;

(6) $y = 10^x + x^{10}$;

(7) $y = \arcsin x + \arctan 3$;

(8) $y = \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}$.



线上作业

练习六

班号	
姓名	
学号	

(复合函数的导数与微分的计算)

1. 求下列各函数的导数 y' (复合运算).

$$(1) y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(2) y = \sin^2(2x-1);$$

$$(3) y = \sqrt{1+\ln^2 x};$$

$$(4) y = \ln^3(x^2);$$

$$(5) y = \sin(2^x);$$

$$(6) y = x^2 \sin \frac{1}{x}.$$

2. 计算下列函数 $y=y(x)$ 的微分 dy .

$$(1) y = 1 + x + x^2;$$

$$(2) y = e^x \sin x;$$

$$(3) y = xe^x;$$

$$(4) y = x \ln x.$$

3. 求 $\arctan 1.02$ 的近似值.

4. 若 $y = x^2 - x, x = 2, \Delta x = 0.1$, 求 dy .

5. 将适当函数填入下列括号内, 使等式成立.

(1) $d(\quad) = \frac{dx}{1+x^2}$;

(2) $d(\quad) = \frac{2x dx}{1+x^2}$;

(3) $d(\quad) = \cos x dx$;

(4) $d(\quad) = \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$;

(5) $d(\quad) = e^x (a(x) + a'(x)) dx$;

(6) $d(\quad) = \frac{1 - \ln x}{x^2} dx$;

(7) $\frac{d(\ln x)}{d(\sqrt{x})} = (\quad)$;

(8) $\frac{d(\sin x)}{d(x^2)} = (\quad)$.



线上作业

练习七

班号	
姓名	
学号	

(对数求导法、隐函数和参变量函数的求导)

1. 使用对数求导法计算下列函数的导数 y' .

(1) $y = (1+x^2)e^x$;

(2) $y = (\ln x)^x$;

(3) $y = (1+x)^{\sin x}$.

2. 求曲线 $y = \ln x$ 的一条切线,使之通过原点(作图表示).

3. 求抛物线 $y = x^2 - x + 2$ 上点(1,2)处的切线、法线方程(作图表示).