高等学校应用型本科教材

高等数学学习指导

（第2版）

主编　侯方勇

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

高等学校应用型本科教材

高等数学学习指导

（第2版）

主　编　侯方勇
副主编　吴博峰　郑　薇

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习指导/侯方勇主编.—2 版.—西安:西安交通大学出版社,2019.8
ISBN 978-7-5693-1201-0

Ⅰ.①高… Ⅱ.①侯… Ⅲ.①高等数学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 112277 号

书　　名　高等数学学习指导(第 2 版)
主　　编　侯方勇
责任编辑　曹　昳

出版发行　西安交通大学出版社
　　　　　(西安市兴庆南路 1 号　邮政编码 710048)
网　　址　http://www.xjtupress.com
电　　话　(029)82668357　82667874(发行中心)
　　　　　(029)82668315(总编办)
传　　真　(029)82668280
印　　刷　陕西思维印务有限公司

开　　本　787mm×1092mm　1/16　印张　11　字数　250 千字
版次印次　2019 年 8 月第 2 版　2019 年 8 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5693-1201-0
定　　价　29.80 元

如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。
订购热线:(029)82665248　(029)82665249
投稿热线:(029)82664954
读者信箱:28790738@qq.com

本书编写组

主　编　侯方勇

副主编　吴博峰　郑　薇

编　者　韦娜娜　闫　璐　董　慧　赵华杰　李　妮

前 言

本书是与侯方勇教授主编的《高等数学(第2版)》(西安交通大学出版社出版)教材相配套的、集学习指导和习题训练于一体的教学辅导书。“高等数学”是经管类必修的一门重要基础理论课程,它对培养学生的数学素质、创新能力、治学态度和解决实际问题的能力有着重要的作用,为各专业的后续课程打下坚实的理论基础。本书根据《高等数学(第2版)》的教学内容和教学进度进行教学安排,按照“注重基础、强调应用”的原则进行设计和编写,作为学生学习高等数学的配套用书。

本书共分9章,每章内容主要包括两部分:第一部分为学习指导部分,包括各章的“主要内容”“学法建议”“疑难解析和典型例题”,帮助学生建立内容框架,疏理知识脉络,使学生能够更清晰明确重难点;同时通过典型例题讲解,让学生更快速有效地掌握解题技能。第二部分为习题训练,包括各小节练习题和综合训练两部分。其中,每小节练习题与课堂教学相配套,题型有填空题、选择题、计算题、解答题、证明题和应用题。练习题内容由浅入深,由易到难,逐步提高,使学生理解和掌握高等数学的基础理论和常用的解题方法,一方面,为后续的专业课的学习打下坚实的基础;另一方面,有助于提高用数学方法解决工程、经济等方面的实际应用问题的能力。第三部分是期末模拟试题,配套了上、下册各四套模拟题,以便学生检测自己的掌握程度。

由于编者水平有限,书中难免有不足之处,恳请读者批评指正。

《高等数学学习指导(第2版)》编写组

2019年4月

目　录

第1章 空间解析几何

1.1 主要内容

1.空间直角坐标系

为了确定空间中任意一点的位置，建立了空间直角坐标系.在空间直角坐标系中，三个坐标轴中的任意两条坐标轴可以确定一个平面，称为坐标平面.由 x 轴与 y 轴所确定的坐标平面称为 xOy 平面，由 y 轴及 z 轴所确定的坐标平面称为 yOz 平面，由 z 轴及 x 轴所确定的坐标平面称为 xOz 平面.三个坐标平面把空间分成八个部分，即八个卦限，在 xOy 平面上方，从第一卦限开始，按逆时针方向依次确定的三个卦限分别称为第二、第三、第四卦限.在 xOy 平面下方，由第一卦限之下的第五卦限，按逆时针方向确定第五至第八卦限，这八个卦限分别用Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ表示.

空间任意一点 M 和一个三元有序数组 (x,y,z) 建立了一一对应关系，记为 $M(x,y,z)$.

2.曲面与方程

曲面 S 上的任何一点的坐标都满足方程 $F(x,y,z)=0$，而不在曲面 S 上的任何一点的坐标都不满足方程 $F(x,y,z)=0$，则方程 $F(x,y,z)=0$ 称为曲面 S 上的方程.

(1)平面.空间中任意一个平面的方程为三元一次方程

$$Ax+By+Cz+D=0$$

其中 A、B、C、D 为常数，且 A、B、C 不全为0.

(2)球面.$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ 表示球心在 (a,b,c)，半径为 R 的球面方程.

(3)旋转曲面.一条平面曲线绕其所在平面上一定直线旋转一周所形成的曲面称为旋转曲面，旋转曲线和定直线分别称为旋转曲面的母线和旋转轴.我们考虑以坐标轴为旋转轴的曲面.

①抛物线 $z=y^2$ 绕 z 轴旋转所成的曲面方程是旋转抛物面 $z=x^2+y^2$；

② 椭圆 $\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{b^2}=1$ 绕 z 轴旋转所成的曲面方程为旋转椭球面 $\dfrac{x^2+y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{b^2}=1$；

③双曲线 $\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{z^2}{b^2}=1$ 绕 z 轴旋转所成的曲面方程为单叶旋转双曲面 $\dfrac{x^2+y^2}{a^2}-\dfrac{z^2}{b^2}=1$；

④双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{z^2}{b^2}=1$ 绕 x 轴旋转所成的曲面方程为双叶旋转双曲面 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2+z^2}{b^2}=1$；

⑤直线 $z=y$ 绕 z 轴旋转所成的曲面方程为旋转锥面或圆锥面

$$z=\pm\sqrt{x^2+y^2} \quad 即 \quad z^2=x^2+y^2$$

(4)柱面.平行于定直线 l 并沿着曲线 C 移动的动直线 L 形成的轨迹叫柱面,定曲线 C 叫作柱面的准线,动直线 L 叫作柱面的母线.

(5)二次曲面.常见的二次曲面如下:

椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$　　单叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

单叶双曲面 $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$　　椭圆抛物面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=z$

双曲抛物面(马鞍面) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=z$

3.极坐标

极坐标是平面上的点与有序实数组的一种对应关系.如图 1-1 所示在平面上取一定点 O 叫做极点,从 O 点出发引一条射线 Ox 称为极轴,再取定一长度单位,通常规定角度取逆时针方向为正,这样,平面上任一点 P 的位置就可以用线段 OP 的长度 ρ 以及从 Ox 到 OP 的角度 θ 来确定,有序数对 (ρ,θ) 就称为 P 点的极坐标,记为 $P(\rho,\theta)$,称 ρ 为 P 点的极半径或极径,θ 为 P 点的极角.

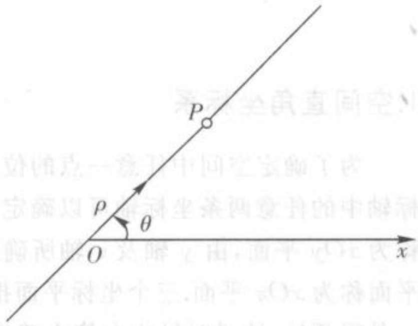

图 1-1

4.空间曲线方程

(1)空间曲线是两个曲面的交线,方程

$$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}\tag{1-1}$$

就是这两个曲面的交线 C,上式(1-1)叫做空间曲线的一般方程.

(2)空间曲线 C 上的动点的坐标 x、y、z 可表示成为参数 t 的函数 $\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t)\end{cases}$,随着 t 的变动可得到曲线 C 上的全部点,方程组叫做空间曲线参数方程.空间曲线的一般方程也可以化为参数方程.

(3)对方程(1-1)去 z 得方程 $H(x,y)=0$,方程 $\begin{cases}H(x,y)=0\\z=0\end{cases}$ 就是曲线 C 关于 xOy 面的投影曲线.同理,在曲线 C 的方程组中分别消去变量 y 和 x 后得到方程 $G(x,z)=0$ 和 $F(y,z)=0$,它们分别表示曲线 C 关于 xOz 面和 yOz 面的投影柱面,再分别和 $x=0$ 或 $y=0$ 联立,就可得到曲线 C 在 xOz 面与 yOz 面上的投影的曲线方程

$$\begin{cases}G(x,z)=0\\y=0\end{cases} \quad 与 \quad \begin{cases}F(y,z)=0\\x=0\end{cases}$$

5.空间直线、平面及其方程

(1)平面的点法式方程.平面 π 过点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 且与向量 $\boldsymbol{n}=(A,B,C)$ 垂直,则

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

(2)空间直线的对称式方程.已知直线上的一点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$,非零方向向量 $\boldsymbol{s}=(m,n,p)$,则

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$$

(3)直线、平面之间的位置关系.

1.2　学法建议

1.空间直角坐标系与坐标面

(1)点与卦限的对应关系.

第Ⅰ－Ⅳ卦限的点的正负号分别是:(正,正,正)、(正,负,正)、(负,负,正)、(负,正,正).

第Ⅴ－Ⅷ卦限的点的正负号分别是:(正,正,负)、(正,负,负)、(负,负,负)、(负,正,负).

(2)xOy 平面的方程是 $z=0$,同样 yOz 平面和 xOz 平面的方程分别是 $x=0$ 和 $y=0$.而 $x=a$、$y=b$ 和 $z=c$ 分别表示平行于坐标面 yOz、xOz、xOy 的平面.

2.理解几种常见的曲面方程

旋转曲面、母线平行于坐标轴的柱面、简单二次曲面;能由给出的条件或图形建立曲面方程或曲线方程;能由给出的方程想象出曲面、曲线图形;熟悉旋转曲面、柱面的方程与图形,了解二次曲面的图形的基本方程;掌握空间曲面的一般方程与参数方程.

3.熟记以下的式子

已知平面上一点(x_0,y_0,z_0),法向量 $\boldsymbol{n}=(A,B,C)$,则

①平面的点法式方程为

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

②平面的一般方程为　　$Ax+by+Cz+D=0$

③平面的截距式方程为　$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

④两平面的夹角为　$\cos\theta=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$

⑤点到平面的距离为　$d=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

若直线 L_1:$\dfrac{x-x_1}{m_1}=\dfrac{y-y_1}{n_1}=\dfrac{z-z_1}{p_1}$,直线 L_2:$\dfrac{x-x_2}{m_2}=\dfrac{y-y_2}{n_2}=\dfrac{z-z_2}{p_2}$.

⑥两直线的方向向量的夹角(锐角)为

$$\cos(L_1\hat{}L_2)=\frac{|m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2+n_1^2+p_1^2}\cdot\sqrt{m_2^2+n_2^2+p_2^2}}$$

两直线的位置关系为 $L_1\perp L_2\Longleftrightarrow m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2=0$

$$L_1/\!/L_2\Longleftrightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}$$

⑦直线 L 与平面 π 的位置关系：$s=\{m,n,p\}$，$n=\{A,B,C\}$

$$L\perp\pi\Longleftrightarrow\frac{A}{m}=\frac{B}{n}=\frac{C}{p}$$

$$L/\!/\pi\Longleftrightarrow Am+Bn+Cp=0$$

1.3 疑难解析

1.下面各点分别位于空间直角坐标系中的哪个卦限：

(1)$(1,-1,-1)$； (2)$(-1,-1,-1)$； (3)$(-1,1,-1)$； (4)$(1,1,-1)$；

(5)$(1,-1,1)$； (6)$(-1,-1,1)$； (7)$(-1,1,1)$； (8)$(1,1,1)$.

解 (1)第Ⅷ卦限； (2)第Ⅶ卦限； (3)第Ⅵ卦限； (4)第Ⅴ卦限；

(5)第Ⅳ卦限； (6)第Ⅲ卦限； (7)第Ⅱ卦限； (8)第Ⅰ卦限.

2.指出下列方程各表示什么图形：

(1)$z+2x^2+y^2=0$； (2)$x^2-2y^2=0$；

(3)$x^2+y^2-(z-1)^2=0$； (4)$z^2=5x$；

(5)$x^2-y^2=4z$； (6)$x^2+y^2=0$；

(7)$\begin{cases}x^2+4y^2-16z^2=64\\ y=0\end{cases}$.

解 (1)顶点在$(0,0,0)$，开口向下的椭圆抛物面；

(2)通过 z 轴的两相交平面；

(3)顶点在$(0,0,1)$的圆锥面；

(4)母线平行于 y 轴，以 zOx 坐标面上 $z^2=5x$ 为准线的抛物柱面；

(5)双曲抛物面；

(6)Oz 轴；

(7)zOx 坐标面上的一条双曲线.

3.已知动点 $M(x,y,z)$到 xOy 平面与 M 到点$(1,-1,2)$的距离相等，求动点 M 的轨迹方程.

解 $|z|=\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2}$

所求的轨迹方程为$(x-1)^2+(y+1)^2-4z+4=0$.

4.求曲线$\begin{cases}y^2+z^2-2x=0\\ z=3\end{cases}$对 xOy 面的投影柱面和在 xOy 面上的投影曲线方程.

解 曲线在 xOy 面的投影柱面为 $y^2-2x+9=0$，

曲线在 xOy 面上的投影曲线方程为$\begin{cases}y^2-2x+9=0\\ z=0\end{cases}$.

5.求过点$(-3,2,5)$且与两平面 $x-4z=3$ 和 $2x-y-5z=1$ 的交线平行的直线方程.

解　设所求直线的方向向量为 $\boldsymbol{s}=\{m,n,p\}$，根据题意知 $\boldsymbol{s}\perp\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{s}\perp\boldsymbol{n}_2$.

取 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2=\{-4,-3,-1\}$，所求直线的方程为$\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-5}{1}$.

6.求过点 $M(2,1,3)$且与直线$\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$垂直相交的直线方程.

解　先作一过点 M 且与已知直线垂直的平面 $\pi:3(x-2)+2(y-1)-(z-3)=0$.

再求已知直线与该平面的交点 N，令$\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}=t\Rightarrow\begin{cases}x=3t-1\\y=2t+1.\\z=-t\end{cases}$

代入平面方程得 $t=\dfrac{3}{7}$，交点 $N\left(\dfrac{2}{7},\dfrac{13}{7},\dfrac{3}{7}\right)$.

取所求直线的方向向量为$\overrightarrow{MN}$，则$\overrightarrow{MN}=\left\{\dfrac{2}{7}-2,\dfrac{13}{7}-1,\dfrac{3}{7}-3\right\}=\left\{-\dfrac{12}{7},\dfrac{6}{7},-\dfrac{24}{7}\right\}$，

所求直线方程为 $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$.

1.4　习题

(一)选择题

1.点$(1,-5,-2)$在第(　　)卦限.

(A)Ⅷ　　(B)Ⅶ　　(C)Ⅵ　　(D)Ⅳ

2.点$(0,0,-2)$到 xOy 平面的距离是(　　).

(A)-2　　(B)2　　(C)1　　(D)0

3.下列方程中表示柱面的是(　　).

(A)$x^2-2y^2-z^2=1$　　(B)$x^2+y^2+(z-2)^2=2$

(C)$y^2+2z^2=1$　　(D)$x^2+2y^2=z^2$

4.曲线$\begin{cases}4x^2-9y^2=36\\z=0\end{cases}$绕 x 轴旋转一周，所得曲面方程是(　　).

(A)$4(x^2+z^2)-9(y^2+z^2)=36$　　(B)$4(x^2+z^2)-9y^2=36$

(C)$4x^2-9(y^2+x^2)=36$　　(D)$4x^2-9y^2=36$

5.方程 $x^2+y^2=z^2$ 表示(　　).

(A)球面　　(B)双曲面　　(C)圆锥曲面　　(D)双曲线

6.平行于 y 轴的平面是(　　).

(A)$x-3y=0$　　(B)$x+2z=0$　　(C)$x-2y+3z=0$　　(D)$x+y+z=0$

7.$\begin{cases}z=\sqrt{y}\\x=0\end{cases}$绕 y 轴生成的旋转曲面方程是(　　).

(A)$z=\sqrt{x^2+y^2}$　　(B)$x^2+y^2=y$　　(C)$z=\sqrt{y}$　　(D)$x^2+z^2=y^2$

8.在 $M(2,-3,1)$ 关于 xOy 平面的对称点是(　　).

(A)$(-2,3,-1)$　(B)$(-2,-3,-1)$　(C)$(2,-3,1)$　(D)$(-2,3,1)$

(二)填空题

1.两点 $M_1(1,0,3)$、$M_2(-2,1,0)$ 之间的距离是________.

2.以点 $(1,3,-2)$ 为球心，且通过原点的球面方程是________.

3.球面 $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z=0$ 的中心是________，半径 $R=$________.

4.直角坐标系中的方程 $x^2+y^2=1$ 表示在极坐标中，其关系式________.

5.直线 $y=-x(y\geqslant 0)$ 的极坐标转换式为________.

6.椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 转换为极坐标表达式________.

7.方程 $x^2+y^2=x$ 表示的图形为________，其极坐标方程为________.

8.准线为 xOy 坐标面上以原点为圆心、半径为 2 的圆，母线为平行于 z 轴的圆柱面的方程为________.

9.在空间直角坐标系中，方程 $z=x^2+y^2$ 的图形名称是________.

10.球心在点 $(3,-1,4)$ 处，半径为 2 的球面的方程为________.

11.过空间点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 且与 xOy 面平行的平面方程为________.

12.在空间解析几何中 $\begin{cases}x^2-4y^2=4z\\ y=-2\end{cases}$ 表示________.

13.二元函数 $z=\dfrac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$ 的定义域________.

14.曲线 $\begin{cases}x^2-y^2=36\\ z=0\end{cases}$ 绕 x 轴旋转一圈，所得曲面方程________.

15.方程 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$ 所表示的曲面是________.

16.方程 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1\\ y=3\end{cases}$ 在平面解析几何中表示______，在空间解析几何中表示______.

(三)计算题

1.指出下列方程在平面解析几何中和空间解析几何中分别代表什么？并画出来.

(1)$x=2$；　(2)$x^2+y^2=4$；

(3)$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；　(4)$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=z$；

(5) $y^2=4x$；　　(6) $x^2+y^2+z^2=0$.

2.将 xOy 面上的双曲线 $4x^2-9y^2=36$ 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转曲面方程是什么？绕 y 轴旋转一周所形成的旋转曲面方程是什么？试着画出上述的立体几何体.

3.方程 $x^2+y^2+z^2+Dx+Ey+Fz+G=0$（D、E、F 分别为非零常数）在空间解析几何中表示什么？是球面？是一个点？还是不存在实际的轨迹？举例一一说明.

4.一直线过点 $A(2,-3,4)$，且与 y 轴垂直相交，求其方程.

5.设直线 L：$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$，平面 π：$x-y+2z=3$，求直线与平面的夹角.

第 2 章　一元函数与多元函数

2.1　主要内容

1.邻域

a 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$，称实数集

$$\{x\,|\,|x-a|<\delta\}$$

为点 a 的 δ 的邻域，记作 $U(a,\delta)$，即 $U(a,\delta)=\{x\,|\,|x-a|<\delta\}$，点 a 称为邻域中心，δ 称为邻域半径.点 a 的 δ 的邻域在数轴上是以 a 为中心，2δ 为长度的开区间 $(a-\delta,a+\delta)$.点 a 的 δ 邻域去掉中心点 a 后，称为点 a 的去心 δ 邻域，记作 $\mathring{U}(a,\delta)$，即

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x\,|\,0<|x-a|<\delta\}=(a-\delta,a)U(a,a+\delta)$$

2.平面上的邻域和区域

(1)平面点集.坐标平面上具有某种性质的点的集合.

(2)$U(P_0,\delta)$.在平面上，以点 $P_0(x_0,y_0)$ 为中心，$\delta>0$ 为半径的圆内所有的点 $P(x,y)$ 组成的点集 $U(P_0,\delta)=\{P\,|\,|P_0P|<\delta\}=\{(x,y)\,|\,\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}<\delta\}$.

(3)$\mathring{U}(P_0,\delta)$.在 P_0 的 δ 邻域中去掉中心点 P_0 后的去心领域 $\mathring{U}(P_0,\delta)=\{P\,|\,0<|P_0P|<\delta\}$.

(4)点集的内点、边界点及聚点.

(5)开集、闭集及区域.

3.多元函数的定义域、值域

$$f(D)=\{z\,|\,z=f(x,y),(x,y)\in D\}$$

4.一元函数的概念

(1)常量、变量、自变量、因变量；函数、函数值、函数的定义域、函数的值域.

确定函数的两要素：定义域与对应法则.

函数的表示方法：图示法、表格法、公式法.

分段函数.

解析式表示的函数的定义域，函数的求法.

(2)函数的几何特性.

单调递增、单调递减、单调函数、单调区间；有界函数、无界函数；

奇函数 $f(x)$ $f(-x)=-f(x)$

偶函数 $f(x)$ $f(-x)=f(x)$

周期函数 $f(x)$ $f(x+T)=f(x)$

(3)反函数、复合函数.

反函数、直接函数、函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 之间的关系.

$$f(f^{-1}(x))=x \quad x\in R(f)$$
$$f^{-1}(f(x))=x \quad x\in D(f)$$

函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称；严格单调函数必有反函数、复合函数；两个函数 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 能复合成复合函数 $y=f(\varphi(x))$ 的条件；复合函数的定义域；简单函数的复合函数求法.

(4)基本初等函数、初等函数.

5.几类常见的经济函数

单利、复利多次付息函数，贴现函数；认识需求、供给函数；熟悉掌握成本函数、收益函数、利润函数.

设某产品的产量为 x，总收入函数为 $R(x)$，总成本函数为 $C(x)$，则对总利润函数 $L(x)$，有 $L(x)=R(x)-C(x)$.对每单位产品的利润，即平均利润，通常用 $\bar{L}(x)$ 表示，亦即 $\bar{L}(x)=\dfrac{L(x)}{x}$，显然，对平均利润 $\bar{L}(x)$，有 $\bar{L}(x)=\bar{R}(x)-\bar{C}(x)$.

2.2 学法建议

1.函数的特性

函数的特性有有界性、单调性、奇偶性、周期性.对于有界性的理解，可以借助几何意义，有界函数的图形完全落在两条平行于 x 轴的直线 $y=\pm M$ 的中间，而对于其他性质：单调性、奇偶性、周期性等性质，借助于中学基础，则较易理解.

2.多元(尤其是二元)函数求定义域

多元(尤其是二元)函数求定义域与一元函数类似，满足解析式有意义的自变量的取值范围，需要注意，二元函数的定义域为 $\{(x,y)\,|\,x,y$ 满足解析式 $f(x,y)\}$.

2.3 疑难解析

1.求函数 $f(x)=\sqrt{2+x}+\dfrac{1}{\lg(1+x)}$ 的定义域.

解 要使函数有意义，必须使

$$\begin{cases}2+x\geqslant 0\\1+x>0\\1+x\neq 1\end{cases} \quad 得 \quad \begin{cases}x\geqslant -2\\x>-1\\x\neq 0\end{cases}$$